



# ФОРМИРОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ СООБЩЕНИЙ

---

Классификация сигналов

Формирование цифровых сообщений

Аналого-цифровое преобразование

Импульсно-кодовая модуляция (ИКМ)

Компандирование. А- и  $\mu$ -законы

Дифференциальная ИКМ

Дельта-модуляция

Векторное квантование



# КЛАССИФИКАЦИЯ СИГНАЛОВ

---

По области определения и области значений:

- непрерывный (аналоговый);
- дискретные по времени;
- дискретные по уровню (квантованные);
- цифровые.

По времени существования:

- казуальный;
- финитный.



# АЦП

---

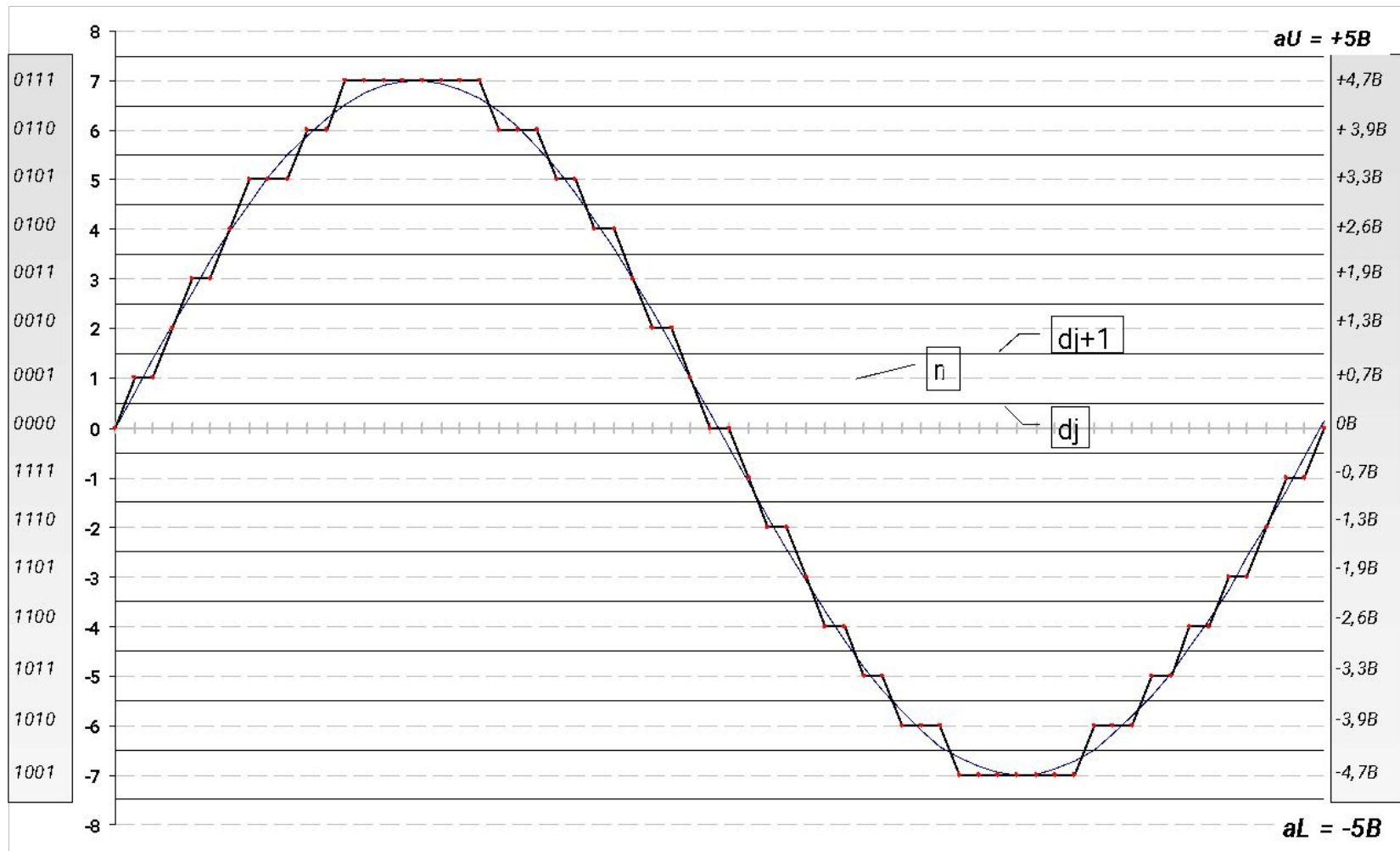
Этапы аналого-цифрового преобразования:

- дискретизация сигнала по времени;
- квантование сигнала по уровню.

Параметры АЦП:

- интервал дискретизации;
- 0-уровень (уровень отсчета);
- диапазон квантования;
- размер шага квантования.

# ИМПУЛЬСНО-КОДОВАЯ МОДУЛЯЦИЯ



# ВЫБОР ПОРОГОВ И УРОВНЕЙ КВАНТОВАНИЯ

---

Пусть  $x$  и  $x'$  обозначают соответственно значения отсчета сигнала до и после квантования.

Предполагается, что  $x$  – случайная величина с плотностью вероятности  $p(x)$ .

Задача квантования:

выбрать такой набор пороговых уровней  $d_j$  и уровней квантования  $r_j$ , что если  $d_j \leq x \leq d_{j+1}$ , то исходный отсчет заменяется на число, равное номеру (коду) уровня квантования  $r_j$  и ошибка квантования минимальна.

# ВЫБОР ПОРОГОВ И УРОВНЕЙ КВАНТОВАНИЯ

---

Среднеквадратичная ошибка квантования:

$$E_{кв} = \int_{a_L}^{a_U} (x - x')^2 p(x) dx = \sum_{j=0}^{J-1} \int_{d_j}^{d_{j+1}} (x - r_j)^2 p(x) dx$$

Если  $J$  велико, то плотность вероятности значений квантуемого сигнала на каждом из интервалов  $(d_j, d_{j+1})$  можно считать равномерной и равной  $p(r_j)$

$$E_{кв} = \sum_{j=0}^{J-1} p(r_j) \int_{d_j}^{d_{j+1}} (x - r_j)^2 dx = \frac{1}{3} \sum_{j=0}^{J-1} p(r_j) [(d_{j+1} - r_j)^3 - (d_j - r_j)^3]$$

Оптимальное положение уровня квантования  $r_j$  в интервале  $(d_j, d_{j+1})$ :

$$r_j = \frac{d_{j+1} + d_j}{2} \quad \text{и} \quad E_{кв} = \frac{1}{12} \sum_{j=0}^{J-1} p(r_j) [d_{j+1} - d_j]^3$$

# ОСШК

---

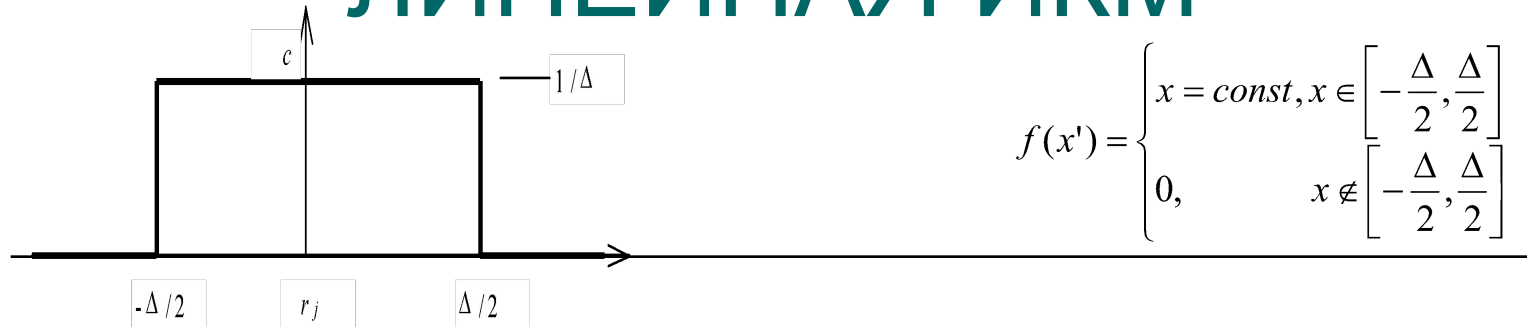
Ошибки, или шум квантования, возникающие при преобразовании аналогового сигнала в цифровую форму, обычно выражаются в виде средней мощности шума по отношению к средней мощности сигнала:

$$ОСШК = \frac{M(x^2(t))}{M([x'(t) - x(t)]^2)}$$

где  $M(.)$  – математическое ожидание. Это же значение обычно выражается в децибелах:

$$ОСШК \text{ (дБ)} = 10 \lg (ОСШК).$$

# ЛИНЕЙНАЯ ИКМ



$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x_e) dx_e = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} c dx_e = cx_e \Big|_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \Rightarrow c = \frac{1}{\Delta} \quad \text{где } x = x - x'$$

Мощность шума квантования в каждом интервале (шаге):

$$M(x_e) = \int_{-\infty}^{\infty} x_e p(x_e) dx_e = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x_e \frac{1}{\Delta} dx_e = \frac{1}{\Delta} \left( \frac{x_e^2}{2} \right) \Big|_{-\Delta/2}^{\Delta/2} = 0.$$

$$D(x_e) = M(x_e^2) - M^2(x_e) = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x_e^2 p(x_e) dx_e - 0 = \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x_e^2 dx_e = \frac{1}{\Delta} \left( \frac{x_e^3}{3} \right) \Big|_{-\Delta/2}^{\Delta/2} = \frac{\Delta^2}{12}$$

Мощность сигнала:  $D(x) = \int_{-A}^{+A} p(x) x^2 dx = \frac{x^3}{6A} \Big|_{-A}^{+A} = \frac{1}{3} A^2$

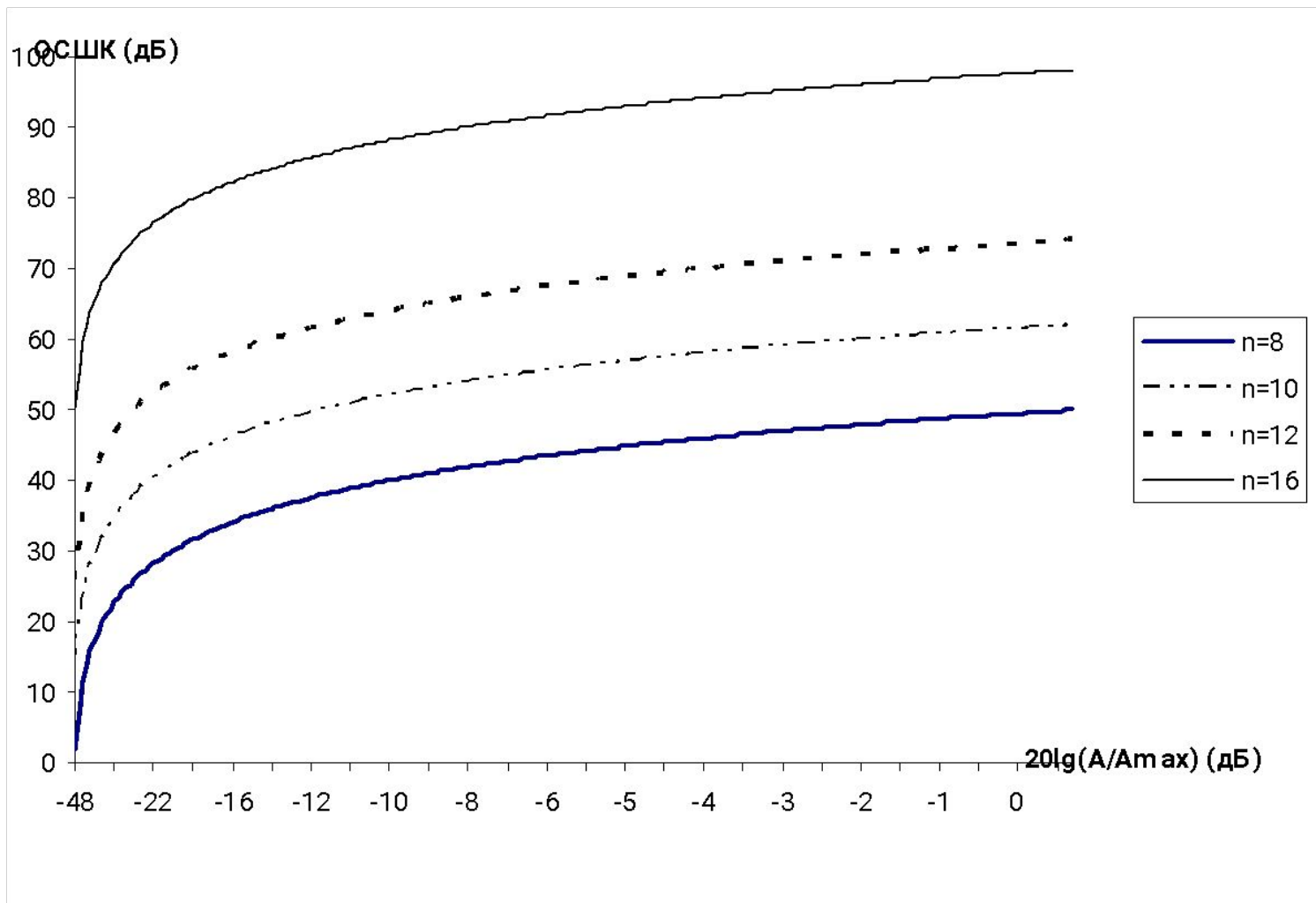
Учитывая, что  $\Delta = 2A_{\max}/2^n$

$$ОСШК = \frac{D(x)}{D(x_e)} \rightarrow ОСШК = 10 \lg \frac{\frac{1}{3} A^2}{\left( \frac{2A_{\max}}{2^n} \right)^2} = 10 \lg (2^n)^2 + 20 \lg \left( \frac{A}{A_{\max}} \right) = 6,02n + 20 \lg \left( \frac{A}{A_{\max}} \right)$$



# КОМПАНДИРОВАНИЕ

Разброс ОСШК для различных амплитуд сигнала при равномерном квантовании:



# КОМПАНДИРОВАНИЕ

Цель – сделать ОСШК одинаковым для всех амплитуд.

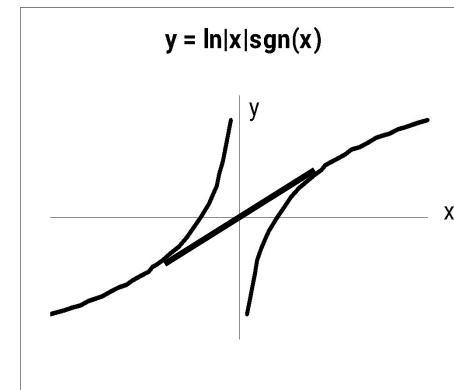
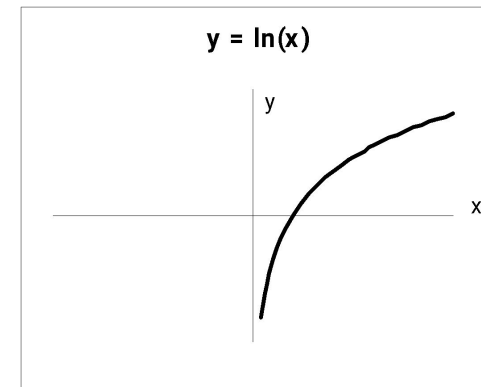
Шаги квантования неравномерные, увеличиваются по мере увеличения амплитуды дискретов:

$$\frac{y}{y_{\max}} = \ln\left(\frac{x}{x_{\max}}\right)$$

Проблемы:

- представление отрицательных значений;
- разрыв в 0.

$$\frac{y}{y_{\max}} = \ln\left(\frac{|x|}{x_{\max}}\right) \operatorname{sgn}(x)$$

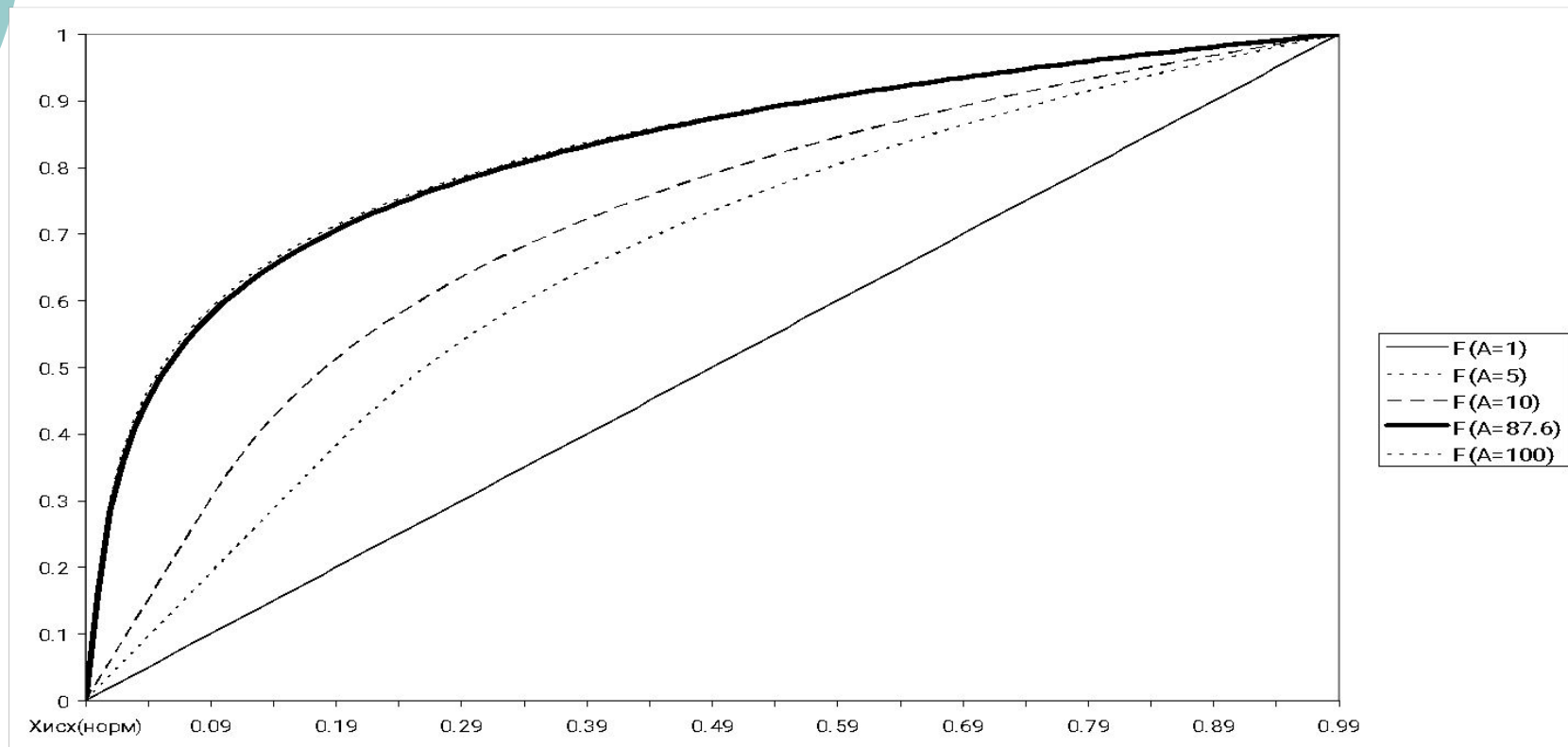


# КОМПАДИРОВАНИЕ ПО A- и μ-ЗАКОНАМ

	A-компадирование	μ-компадирование
Характеристика компадера	$F_A(x) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x) \frac{A \cdot  x }{1 + \ln A}, & \text{при } 0 \leq  x  \leq 1/A; \\ \operatorname{sgn}(x) \frac{1 + \ln  A \cdot x }{1 + \ln A}, & \text{при } 1/A \leq  x  \leq 1 \end{cases}$	$F_\mu(x) = \operatorname{sgn}(x) \frac{\ln(1 + \mu \cdot  x )}{\ln(1 + \mu)}$
Инверсная характеристика (характеристика экспандера)	$F_A^{-1}(y) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(y) \frac{ y  \cdot (1 + \ln A)}{A}, & \text{при } 0 \leq  y  \leq \frac{1}{1 + \ln(A)} \\ \operatorname{sgn}(y) \cdot \frac{e^{ y (1 + \ln A)} - 1}{A}, & \text{при } \frac{1}{1 + \ln(A)} \leq  y  \leq 1 \end{cases}$	$F_\mu^{-1}(y) = \operatorname{sgn}(y) \frac{1}{\mu} [(1 + \mu)^{ y } - 1]$

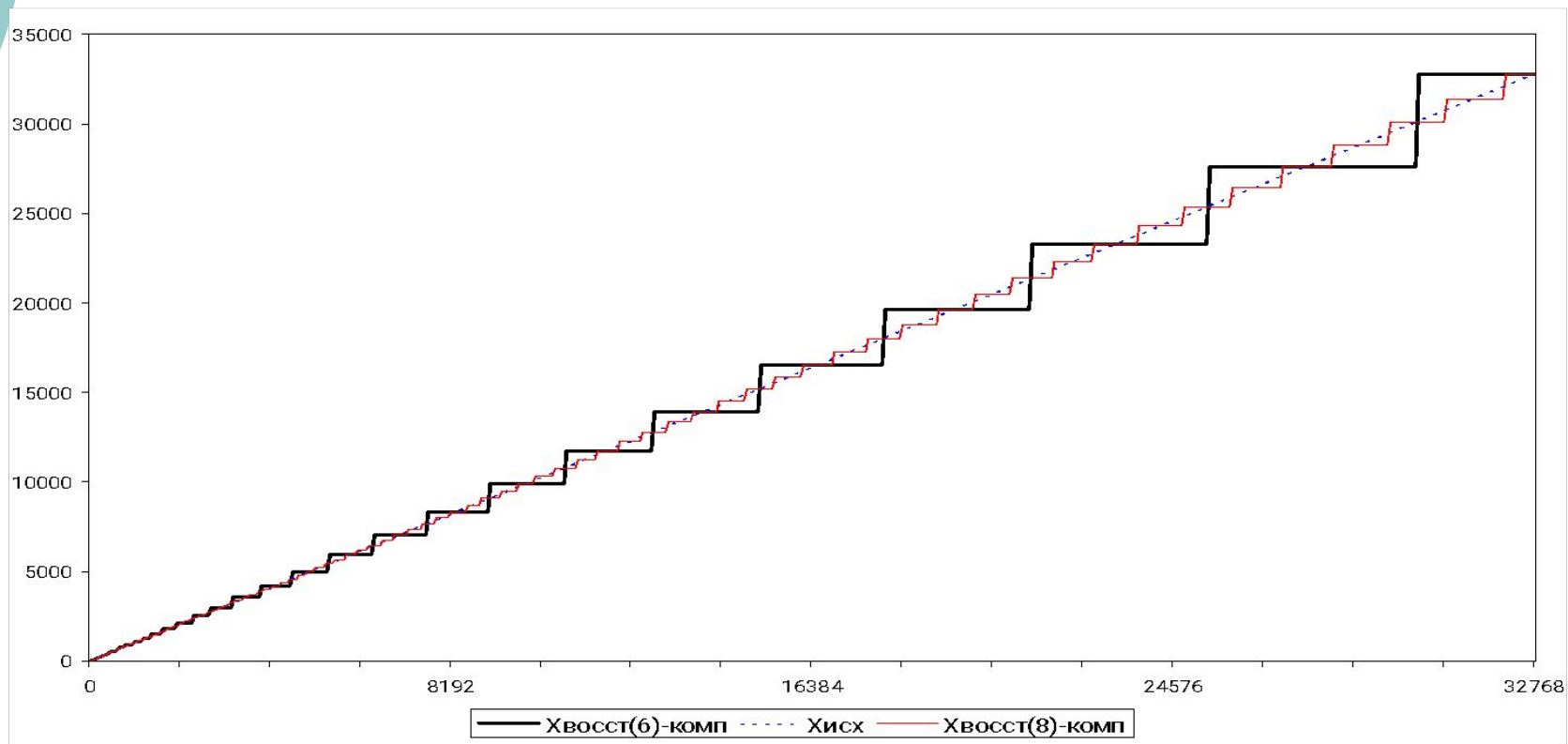
# КОМПАНДИРОВАНИЕ ПО А- и $\mu$ -ЗАКОНАМ

Характеристики квантователя для различных значений параметра А:



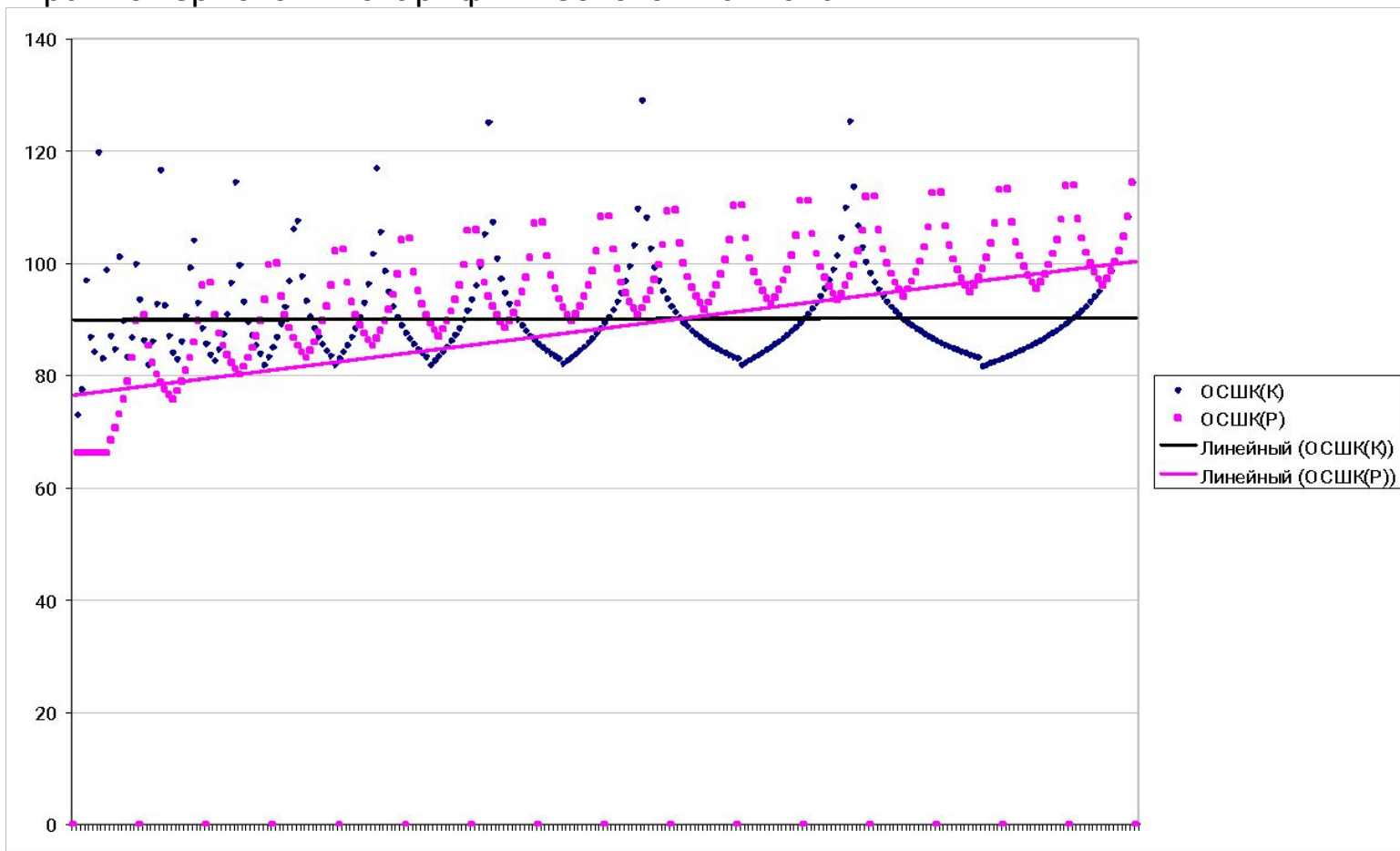
# КОМПАНДИРОВАНИЕ ПО А- и $\mu$ -ЗАКОНАМ

Неравномерность шагов квантования:



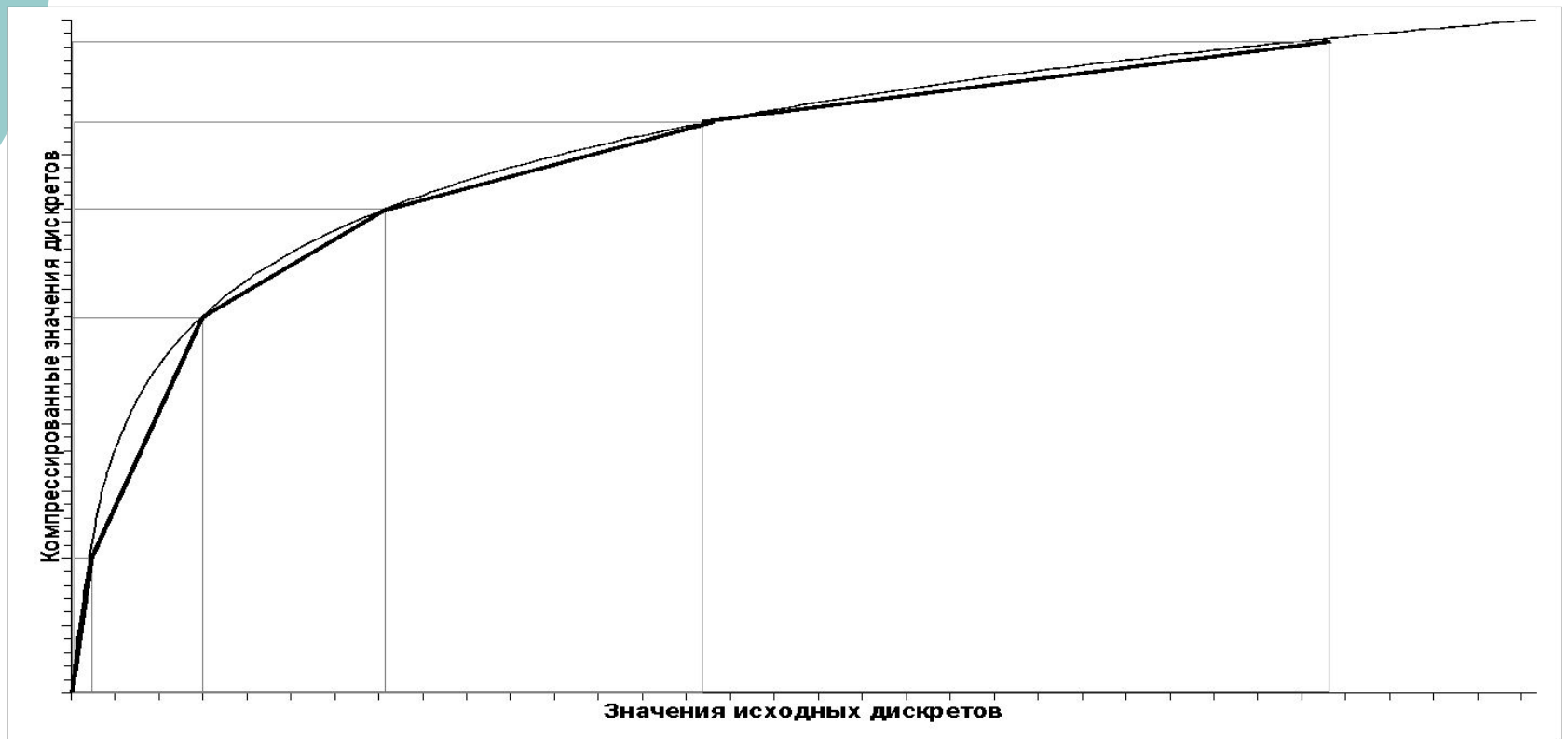
# КОМПАНДИРОВАНИЕ ПО А- и $\mu$ -ЗАКОНАМ

Сравнение степени неравномерности ОСШК от амплитуд сигнала для равномерного и логарифмического квантования:



# КОМПАНДИРОВАНИЕ ПО А- и $\mu$ -ЗАКОНАМ

Подход к упрощенной реализации неравномерного квантователя



# КОМПАНДИРОВАНИЕ ПО А- и $\mu$ -ЗАКОНАМ

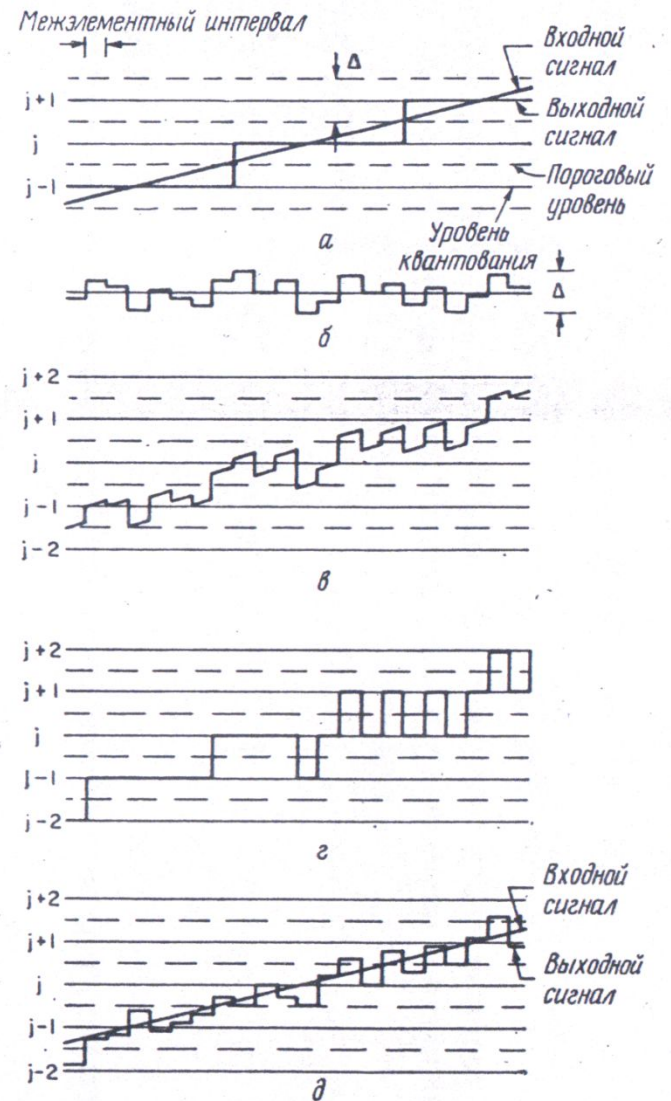
Табличная реализация неравномерного квантователя

Диапазон входных амплитуд	Размер шага	Код сегмента	Код шага квантования	Номер кодовой комбинации	Амплитуда на выходе декодера
0 – 2	2	000	0000	0	1
2 – 4			0001	1	3
...			...	...	...
30 – 32			001	15	31
32 – 34			0000	16	33
...			...	...	...
62 – 64			1111	31	63
64 – 68	4	010	0000	32	66
...			...	...	...
124 – 128			1111	47	126
128 – 136	8	011	0000	48	132
...			...	...	...
248 – 256			1111	63	252
256 – 272	16	100	0000	64	264
...			...	...	...
496 – 512			1111	79	504
512 – 544	32	101	0000	80	528
...			...	...	...
992 – 1024			1111	95	1008
1024 – 1088	64	110	0000	96	1056
...			...	...	...
1984 – 2048			1111	111	2016
2058 – 2176	128	111	0000	112	2112
...			...	...	...
3968 – 4096			1111	127	4032



# АЛГОРИТМЫ ИКМ

Модуляция Робертса  
(псевдошумовое квантование):



# АЛГОРИТМЫ ИКМ

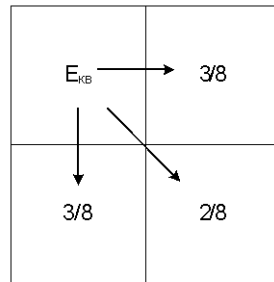
Квантование с улучшенной передачей градаций яркости:

<i>Порядковый номер элемента</i>	<i>Уровень элемента</i>	<i>Код элемента</i>	<i>Искусственный код</i>	<i>Сокращенный код</i>	<i>Восстанавливаемый уровень</i>	<i>Стандартная трехрядная ИКМ</i>
0 <sup>a</sup>	—		000 000	—		
1	12	001 100	001 100	001	8	8
2	12	001 100	010 000	010	16	8
3	13	001 101	001 101	001	8	8
4	13	001 101	010 010	010	16	8
5	10	001 010	001 100	001	8	8
6	13	001 101	010 001	010	16	8
7	9	001 001	001 010	001	8	8
8	9	001 001	001 011	001	8	8
9	15	001 111	010 010	010	16	8
10	13	001 101	001 111	001	8	8
11	19	010 011	011 010	011	24	16
12	38	100 110	101 000	101	40	32
13	40	101 000	101 000	101	40	40
14	24	011 000	011 000	011	24	24
15	10	001 010	001 010	001	8	8
16	10	001 010	001 100	001	8	8
17	10	001 010	001 110	001	8	8
18	10	001 010	010 000	010	16	8
19	10	001 010	001 010	001	8	8
20	10	001 010	001 100	001	8	8
21	10	001 010	001 110	001	8	8

<sup>a</sup> Начальное условие

# АЛГОРИТМЫ ИКМ

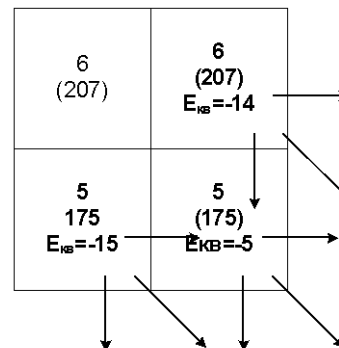
## Квантование с диффузией ошибки по Флойд-Стейнбергу



220	189
174	170

<b>6</b> <b>(207)</b> $E_{KB}=13$	$189 + 13 \cdot 3/8 = 193$
$156 + 13 \cdot 3/8 = 160$	$170 + 13 \cdot 2/8 = 173$

$d_j$	$r_j$	$j$
0	15	0
31	47	1
63	79	2
95	111	3
127	143	4
159	175	5
191	207	6
223	239	7

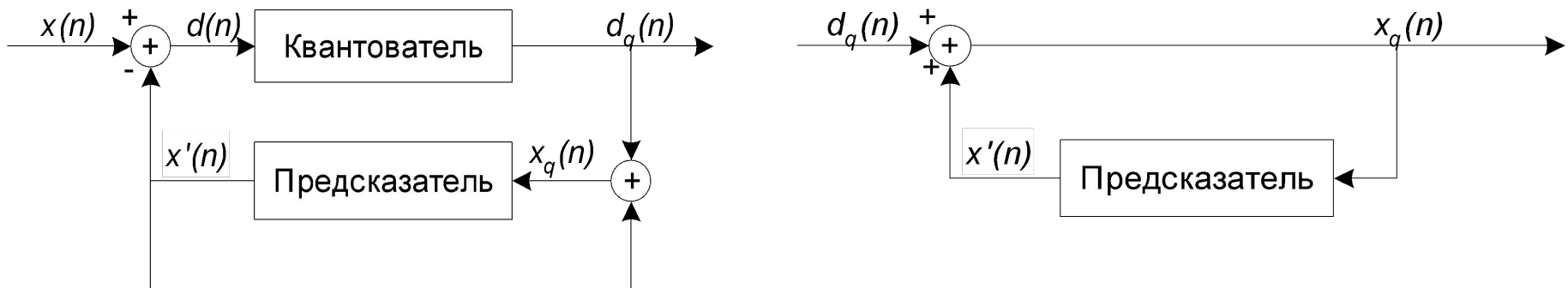


# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИКМ

## Ключевые особенности ДИКМ:

1) Наличие схемы предсказания и кодирование/передача не амплитуды очередного отсчета, а закодированной разности между предсказанным значением и реальным значением амплитуды очередного отсчета.

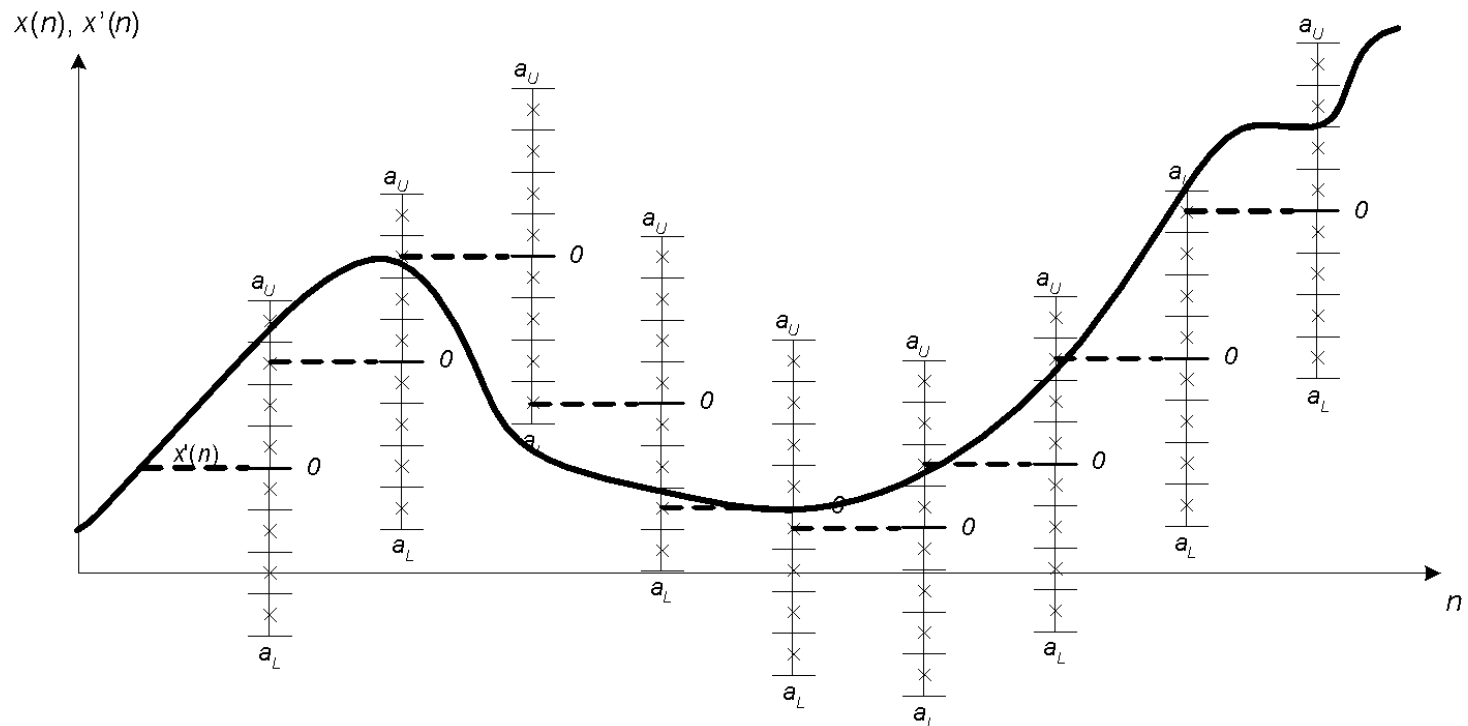
2) Обратная связь в кодере.



# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИКМ

## Параметры ДИКМ:

- нулевой уровень отсчета (0);
- диапазон квантования  $[a_L..a_U]$  ;
- размер шага квантования ( $h, \Delta$ ).



# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИКМ

---

## Кодирование с предсказанием:

Кодер:

$$d(n) = x(n) - x'(n)$$

$$d_q(n) = Q[d(n)]$$

$$x_q(n) = x'(n) + d_q(n)$$

$$x'(n+1) = F(x_q(n), x_q(n-1), \dots, d_q(n), d_q(n-1), \dots)$$

Декодер:

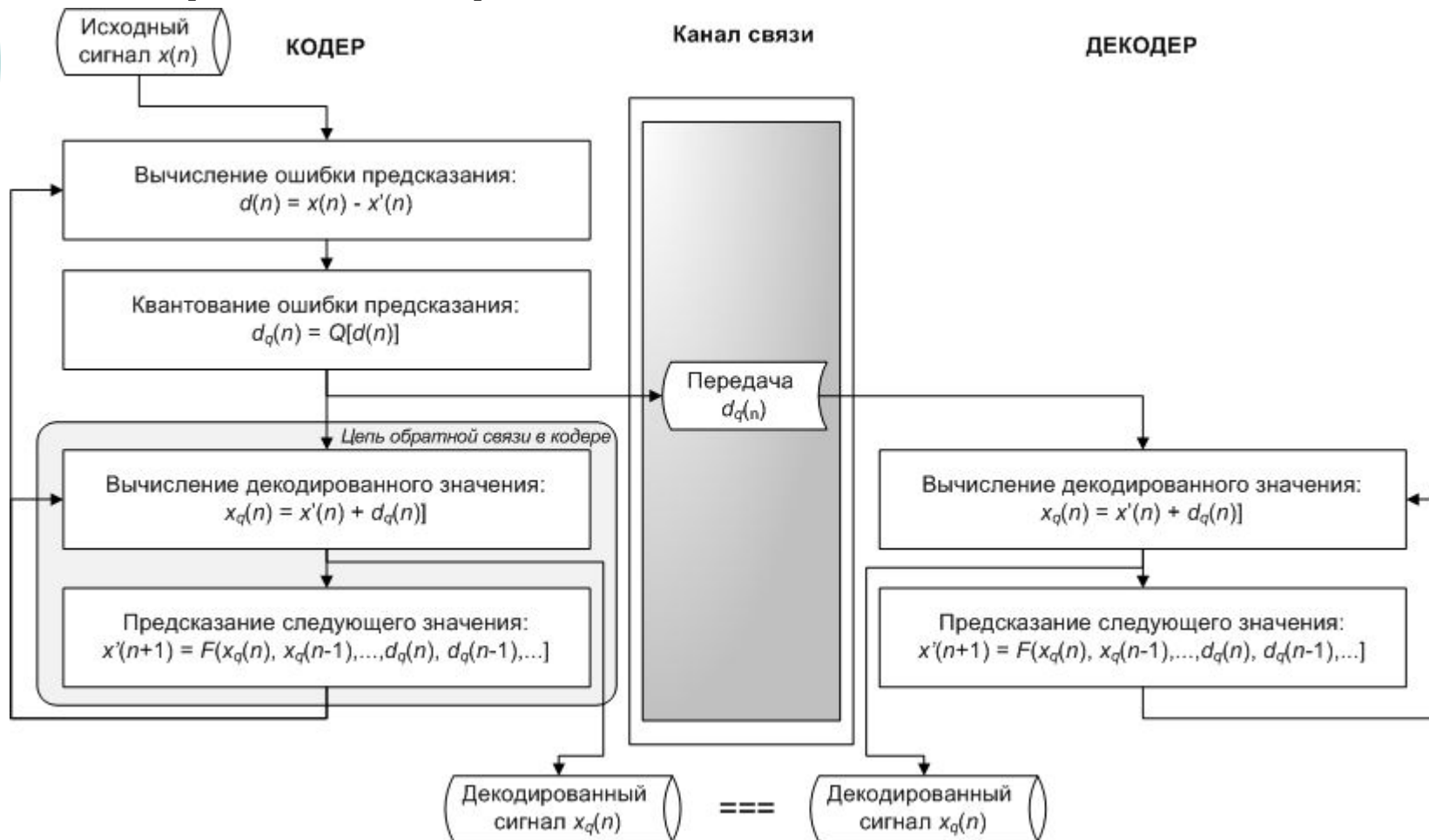
$$x_q(n) = x'(n) + d_q(n)$$

$$x'(n+1) = F(x_q(n), x_q(n-1), \dots, d_q(n), d_q(n-1), \dots)$$

где  $d(n)$  – разность между предсказанным значением амплитуды  $x'(n)$  и истинным значением амплитуды  $x(n)$  сигнала,  $x_q(n)$  – восстанавливаемое после декодирования значение амплитуды сигнала,  $d_q(n)$  – квантованная разность,  $F(\dots)$  – функция предсказания (прогноза) для конкретного алгоритма ДИКМ.

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИКМ

## Кодирование с предсказанием:



# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИКМ

---

## Реализация функции предсказания на основе линейного предсказателя

Одноотводный линейный предсказатель:

$$x'(n | n-1) = ax(n-1 | n-1).$$

N- отводный линейный предсказатель:

$$x'(n) = \sum_{i=1}^p a_i x(n-i)$$



# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИКМ

## Расчет значений коэффициентов N-отводного предсказателя (1)

$\{a_i\}$  выбираются так, чтобы минимизировать:

$$\varepsilon = M(d^2(n)) = M\left[\left(x(n) - \sum_{i=1}^p a_i x(n-i)\right)^2\right]$$

Приравниваем к нулю частные производные ошибки по каждому неизвестному коэффициенту  $a_j$ .

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial a_j} = M\left\{2\left[x(n) - \sum_{i=1}^p a_i x(n-i)\right] \cdot \left[\frac{\partial(a_1 x(n-1) + a_2 x(n-2) + \dots + a_p x(n-p))}{\partial a_j}\right]\right\} =$$
$$= M\left\{2\left[x(n) - \sum_{i=1}^p a_i x(n-i)\right] \cdot [x(n-j)]\right\} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, p$$

$$\sum_{i=1}^p a_i M\{x(n-i) \cdot x(n-j)\} = M\{x(n) \cdot x(n-j)\}, \quad j = 1, 2, \dots, p$$

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИКМ

## Расчет значений коэффициентов N-отводного предсказателя (2)

Обозначим:  $K_x(i-j) = M\{x(n-i) \cdot x(n-j)\}$ ,  $K_x(j) = M\{x(n) \cdot x(n-j)\}$ . Получаем систему линейных уравнений вида (Юли-Волкера):

$$\sum_{i=1}^p a_i K_x(i-j) = K_x(j), \quad j = 1, 2, \dots, p$$

$$\begin{bmatrix} K_x(1) \\ K_x(2) \\ K_x(3) \\ \cdot \\ \cdot \\ K_x(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x(0) & K_x(-1) & K_x(-2) & \cdot & \cdot & K_x(-p+1) \\ K_x(1) & K_x(0) & K_x(-1) & \cdot & \cdot & K_x(-p+2) \\ K_x(2) & K_x(1) & K_x(0) & \cdot & \cdot & K_x(-p+3) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_x(p-1) & K_x(p-2) & K_x(p-3) & \cdot & \cdot & K_x(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_p \end{bmatrix}$$

Решение – на основе специальных эффективных методов (рекурсия Левинсона-Дурбина).

Применение – LPC-анализ в CELP-кодеках

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИКМ

## Реализация функции предсказания на основе интерполирующего многочлена

Для построения интерполирующего многочлена может рассматриваться линейная модель вида

$$y_i \approx k_1 \phi_1(t) + k_2 \phi_2(t) + \dots + k_n \phi_n(t)$$

где  $\phi_i(t)$  – полиномиальные модельные функции

Определим матрицу  $\mathbf{A}$  размера  $m \times n$  как  $(A)_{ij} = \phi_j(t_i)$ :

Пусть  $\mathbf{y}$  и  $\mathbf{k}$  – векторы наблюдений (данные) и параметров (искомые) соответственно. Тогда условие задачи может быть записано как  $\mathbf{y} \approx \mathbf{A}\mathbf{k}$  или  $\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{k} \approx 0$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & \dots \\ 1 & t_2 & t_2^2 & \dots \\ 1 & t_3 & t_3^2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon = \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{k}\|^2 = (\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{k})^T (\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{k}) = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{A}\mathbf{k} - \mathbf{k}^T \mathbf{A}^T \mathbf{y} + \mathbf{k}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{k} = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\mathbf{y}^T \mathbf{A}\mathbf{k} + \mathbf{k}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{k}$$

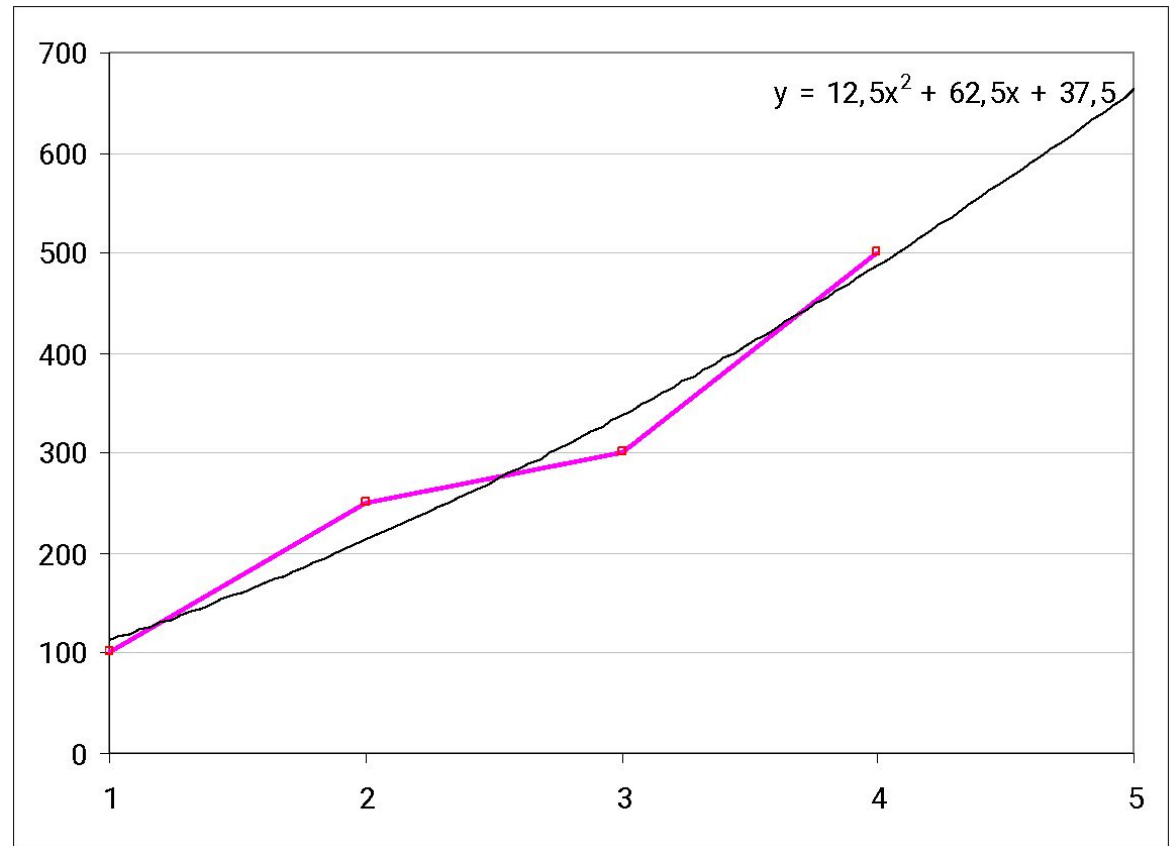
Производные данной функции по  $\mathbf{k}$  в точке минимума должны быть =0:  $-2\mathbf{A}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{k} = 0$

и поэтому решение  $\mathbf{k}$  должно удовлетворять системе линейных уравнений:  $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})\mathbf{k} = (\mathbf{A}^T \mathbf{y})$

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИКМ

**Пример реализации функции предсказания на основе интерполирующего многочлена**

1	100
2	250
3	300
4	500



# АДАПТИВНАЯ ДИКМ

## Адаптируемые параметры:

- адаптация частоты дискретизации сигнала;
- адаптация коэффициентов предсказания;
- адаптация размера шага квантования:

$$\Delta_{n+1} = \Delta_n M(n)$$

	2 бита на отсчет		3 бита на отсчет	
	<i>Выход</i>	<i>M(n)</i>	<i>Выход</i>	<i>M(n)</i>
M(1)	00	0,80	000	0,90
M(2)	01	1,60	001	0,90
M(3)			010	1,25
M(4)			011	1,70

# АДАПТИВНАЯ ДИКМ

## Алгоритм IMA ADPCM (G.721, G.726)

Имеются 2 таблицы, одинаковые для кодера и декодера:

```
StepSizeTbl[0..88]={7, 8, 9, 10, 11, ..., 24623, 27086, 29794, 32767}  
AdjustStepTbl[-7..+7]={8,6,4, 2, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, 2, 4, 6,  
8}
```

### **Закодировать\_отсчет(отсчет, индекс\_шага, восст\_отсчет)**

```
разность = отсчет - восст_отсчет;  
шаг = StepSizeTbl[индекс_шага];  
дельта_код = 0;  
если (разность < 0) то  
    дельта_код = 1000b; разность = -разность;  
если (разность > шаг) то  
    дельта_код = дельта_код OR 0100b; разность = разность - шаг;  
шаг = шаг / 2;  
если (разность > шаг) то  
    дельта_код = дельта_код OR 0010b; разность = разность - шаг;  
шаг = шаг / 2;  
если (разность > шаг) то  
    дельта_код = дельта_код OR 0001b;  
восст_отсчет = Декодировать_отсчет (восст_отсчет, индекс_шага,  
    дельта_код);
```

### **Декодировать\_отсчет(восст\_отсчет, индекс\_шага, дельта\_код)**

```
шаг = StepSizeTbl[индекс_шага];  
разность = шаг / 8;  
если (дельта_код AND 0001b) то  
    разность = разность + шаг / 4;  
если (дельта_код AND 0010b) то  
    разность = разность + шаг / 2;  
если (дельта_код AND 0100b) то  
    разность = разность + шаг;  
если (дельта_код AND 1000b) то  
    разность = -разность;  
восст_отсчет = восст_отсчет + разность;  
индекс_шага = индекс_шага + AdjustStepTbl[дельта_код];  
вернуть восст_отсчет;
```



# ДЕЛЬТА-МОДУЛЯЦИЯ

---

Дельта-модуляцию можно рассматривать как простейшую форму ДИКМ, в которой используется двухуровневый (однобитный) квантователь в сочетании с фиксированным предсказателем первого порядка. Простейшей формой квантования является компаратор, который обнаруживает и сообщает знак разности сигнала.

Два вида искажений:

- перегрузка по крутизне (шаг слишком мал);
- гранулярный шум (шаг слишком велик).

# ДЕЛЬТА-МОДУЛЯЦИЯ

---

## Дельта-модуляция первого порядка

### **Модуляция:**

$$z_i = Y_i - y_i;$$

$$\Delta_{i+1} = -\text{sign}(z_i);$$

### **Демодуляция:**

$$\nabla Y_{i+1} = c^* \Delta_{i+1};$$

$$Y_{i+1} = Y_i + \nabla Y_{i+1}; \quad c^* > 0$$

где

$y_i = y(t_i)$  – значение модулируемой функции на  $i$ -м шаге в момент времени  $t_i$ ,  $i=1,2,\dots$ ;  $Y_i$  – значение демодулированной функции на  $i$ -м шаге;  $z_i$  – ошибка дельта-модуляции на  $i$ -м шаге;  $\nabla Y_{i+1}$  – первая разность демодулированной функции;  $\text{sign}(x) \in \{-1; +1\}$ , причем  $\text{sign}(0)=+1$  или  $\text{sign}(0)=-1$ .



# ДЕЛЬТА-МОДУЛЯЦИЯ

## Дельта-модуляция второго порядка (по Кравченко П.П.)

### **Модуляция:**

$$z_i = Y_i - y_i;$$

$$\nabla z_i = z_i - z_{i-1};$$

$$F_i = z_i + 1.5\nabla z_i + (0.5\nabla z_i^2/c - 0.125c)\text{sign}(\nabla z_i);$$

$$\Delta_{i+1} = -\text{sign}(F_i);$$

### **Демодуляция:**

$$\nabla^2 Y_{i+1} = c^* \Delta_{i+1};$$

$$\nabla Y_{i+1} = \nabla Y_i + \nabla^2 Y_{i+1};$$

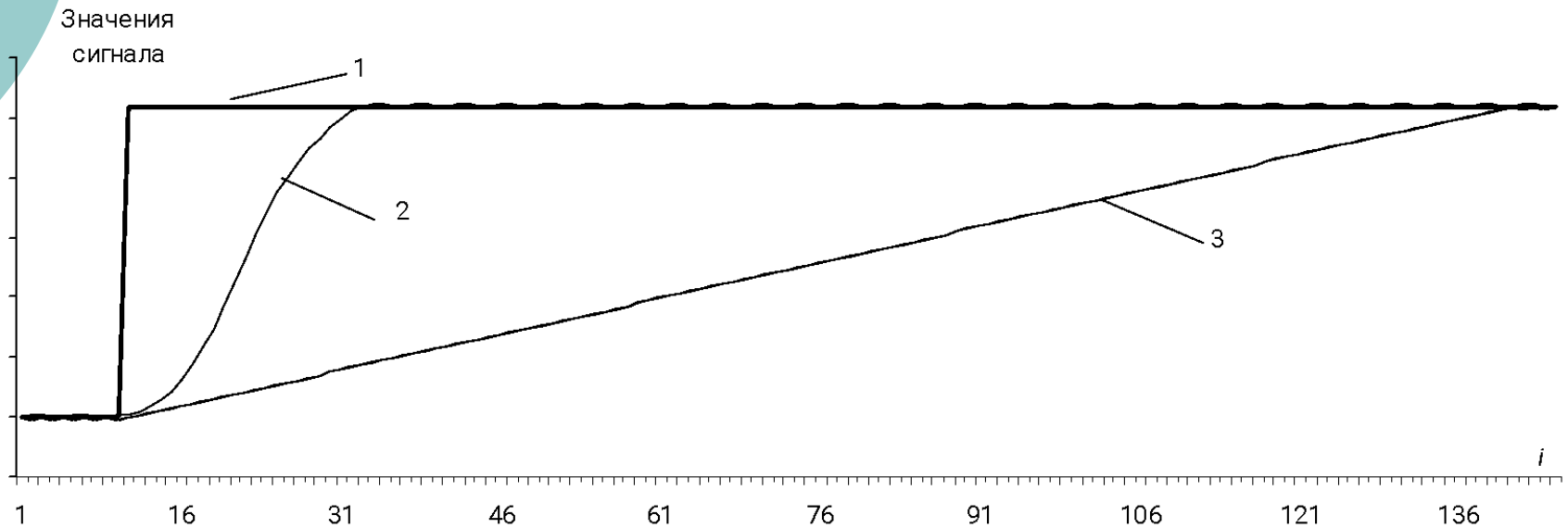
$$Y_{i+1} = Y_i + \nabla Y_{i+1}; \quad c^* \geq c; \quad c > 0$$

где

$y_i = y(t_i)$  – значение модулируемой функции на  $i$ -м шаге в момент времени  $t_i$ ,  $i=1,2,\dots$ ;  $Y_i$  – значение демодулированной функции на  $i$ -м шаге;  $z_i$  – ошибка дельта-модуляции на  $i$ -м шаге;  $\nabla z_i$  – приращение погрешности;  $\nabla^2 Y_{i+1}$  – вторая разность демодулированной функции (квант модуляции);  $\nabla Y_{i+1}$  – первая разность демодулированной функции;  $\text{sign}(x) \in \{-1; +1\}$ , причем  $\text{sign}(0)=+1$  или  $\text{sign}(0)=-1$ .

# ДЕЛЬТА-МОДУЛЯЦИЯ

**Сравнение скорости обработки скачка алгоритмами ДМ 1-го и 2-го (оптим.) порядка**





# ДЕЛЬТА-МОДУЛЯЦИЯ

---

## **Компандирование**

При *мгновенном компандировании* абсолютная величина размера шага квантования определяется значениями нескольких знаков квантов модуляции.

При *инерционном (слоговом) компандировании* размер шага квантования на следующем шаге вычисляется с коэффициентом увеличения/уменьшения относительно размера шага квантования на предыдущем шаге.

# ВЕКТОРНОЕ КВАНТОВАНИЕ

---

Вид квантования, при котором выполняется одновременное квантование блока отсчетов, называется векторным квантованием.

Пример – палитризация полноцветного изображения для хранения в формате с ограниченным набором различных цветов.

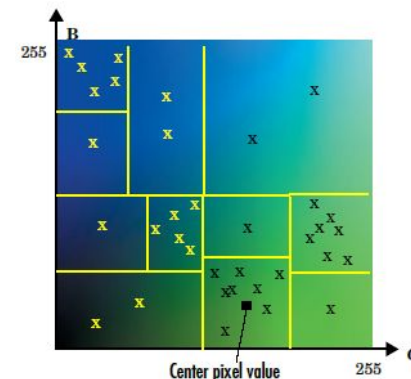
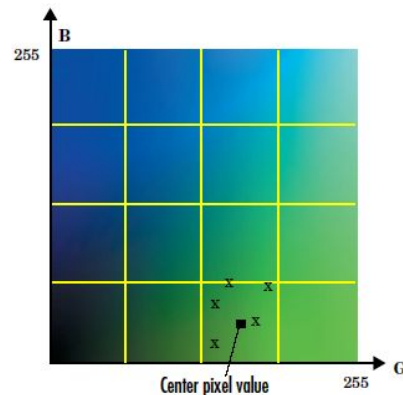
Векторное квантование блоков данных можно рассматривать как проблему распознавания образов, включающую в себя классификацию блоков данных через дискретное количество категорий или ячеек в соответствии с некоторым критерием точности, таким, например, как среднеквадратичная ошибка

$$d(X, X') = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x'_i)^2$$

# ВЕКТОРНОЕ КВАНТОВАНИЕ

Каждая ячейка в многомерном пространстве, в которую может попасть исходный вектор  $\mathbf{X}$ , характеризуется центроидом, минимизирующим ошибку квантования – значением  $\mathbf{X}'$ . Обычно  $\mathbf{X}'$  выбирается из конечного множества значений – кодовой книги. Размер кодовой книги можно считать равным числу уровней скалярных квантователей.

При векторном квантовании ячейки в двух измерениях могут иметь разные формы.





# ВЕКТОРНОЕ КВАНТОВАНИЕ

---

## **Недостатки по сравнению со скалярным квантованием:**

- необходимость формирования оптимальной кодовой книги и ее хранения/передачи;
- высокая трудоемкость.

## **Преимущества :**

- теоретически более высокая эффективность, чем у скалярного квантователя.

# ВЕКТОРНОЕ КВАНТОВАНИЕ

---

## Методы формирования кодовой книги:

- алгоритм Ллойда (начинает работать с произвольно выбранными  $M$  кластерами (со средними значениями), а затем относит объекты к кластерам при критерию минимизации расстояния. После "распределения" объектов по кластерам выполняется пересчет среднего значения каждого кластера и процедура выполняется вновь);
- метод  $k$ -средних (есть варианты, не требующие задания числа  $M$ );
- метод медианного сечения (основан на постоянном делении пополам (по числу элементов) того измерения (компоненты), которое имеет наибольший разброс амплитуд на данном шаге);
- ....

# ВЕКТОРНОЕ КВАНТОВАНИЕ

---

## **Метод медианного сечения:**

- алгоритм Ллойда (начинает работать с произвольно выбранными  $M$  кластерами (со средними значениями), а затем относит объекты к кластерам при критерию минимизации расстояния. После "распределения" объектов по кластерам выполняется пересчет среднего значения каждого кластера и процедура выполняется вновь);
- метод  $k$ -средних (есть варианты, не требующие задания числа  $M$ );
- метод медианного сечения (основан на постоянном делении пополам (по числу элементов) того измерения (компоненты), которое имеет наибольший разброс амплитуд на данном шаге);
- ....