

# Лк-32

## Оптические инструменты



Предположим, что предмет сместился по главной оптической оси на некоторое расстояние  $\Delta x_S$ . Это вызовет смещение его изображения на расстояние  $\Delta x_{S'}$ . Отношение смещения изображения и предмета вдоль главной оптической оси называется *продольным увеличением линзы*. Продольное увеличение - это отношение расстояний от линзы до изображения и от линзы до предмета:

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{|\Delta x_{S'}|}{|\Delta x_S|} = \frac{dx_{S'}}{dx_S} = \frac{d}{dx_S} \left( \frac{x_S f}{f + x_S} \right) = \frac{f^2}{(f + x_S)^2} = \Gamma_{\perp}^2 \quad (31.22)$$

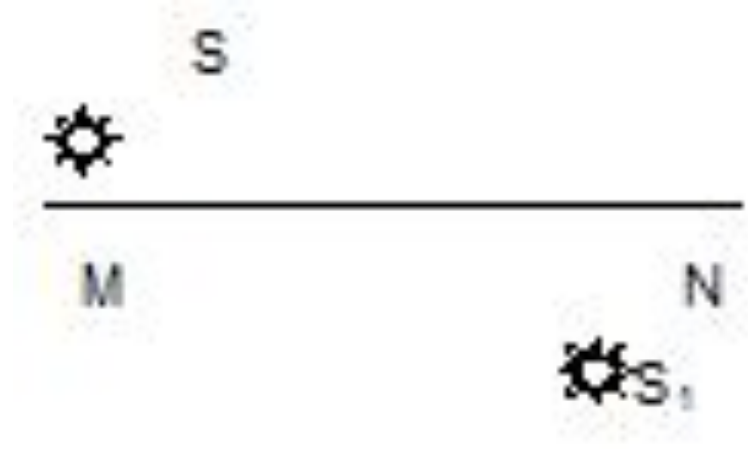
Продольное увеличение всегда положительно. Это означает, что знаки смещений предмета и изображения одинаковы: предмет сдвинули вправо и его изображение сдвинется вправо.

*Угловое увеличение* - это отношение угла, под которым видно изображение, к углу, под которым виден предмет с расстояния наилучшего зрения, которое принимается равным 250 мм.

Поскольку речь идет о малых углах, то такие углы приблизительно равны их синусам или тангенсам. Поэтому угловое увеличение иногда определяется как отношение тангенсов или синусов углов под которыми видны изображение предмета и сам предмет.

Пятиминутки:

1. На рисунке  $S$  – точечный источник света,  $S_1$  – его изображение. Определить построением положение оптического центра линзы и каждого из его главных фокусов, если главной оптической осью линзы является прямая  $MN$ .



2. Собирающая линза даёт в три раза увеличенное действительное изображение предмета. Чтобы получить в три раза увеличенное, но мнимое изображение, линзу передвинули в сторону предмета на  $a = 10$  см. Каково фокусное расстояние линзы?

# ***Многолинзовые оптические системы***

- На практике одиночные линзы используются только в очках. В остальных случаях оптические системы исправляются на различные виды aberrаций и являются многолинзовыми. Основное отличие такой системы от одиночной линзы состоит в том, что ее нельзя считать тонкой. Тем не менее, основные определения и методы построения изображения остаются такими же как для тонких линз с некоторыми дополнениями

На рисунке 32.1 показана "толстая" оптическая система и построение изображения, даваемого ей. В сравнение с тонкой линзой в "толстой" системе добавлены две плоскости  $H1$  и  $H2$ , называемые главными плоскостями системы. Величины фокусных расстояний -  $f$  отсчитываются от главных плоскостей. Передний -  $F1$  и задний -  $F2$  фокусы отстоят от главных плоскостей на расстояние  $f$ . Луч, идущий слева параллельно главной оптической оси, преломляется на задней главной плоскости -  $H2$  и далее проходит через задний фокус. Если луч идет через передний фокус, он преломляется на передней главной плоскости и далее идет параллельно главной оптической оси.

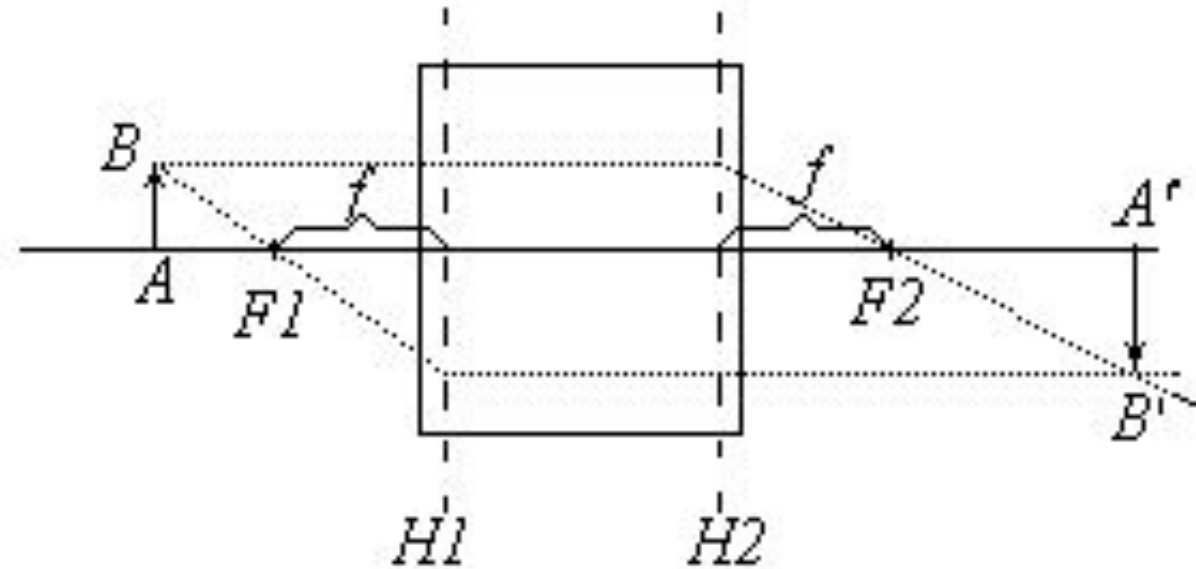


Рис. 32.1

Этих правил достаточно для построения изображения какой-либо точки В. Рассмотрим для примера систему из двух линз. Пусть на первую линзу падает луч, идущий параллельно главной оптической оси (рисунок 32.2). Преломившись в первой линзе этот луч направится в точку ее заднего фокуса  $F_1$ .

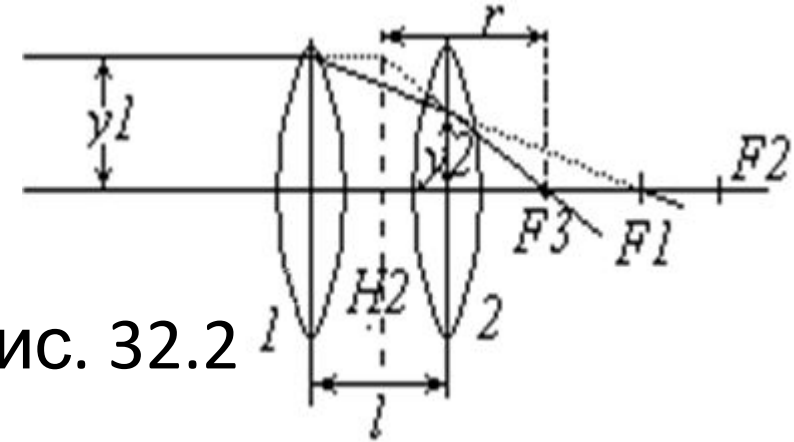


Рис. 32.2

Точка  $F_1$  для второй линзы будет мнимым предметом. Поместим начало координат в центр второй линзы. Тогда для нее предмет будет иметь координату  $f_1 - l$ . Изображение, созданное второй линзой, расположится в точке с координате  $F_3$ , которая будет задним фокусом системы из двух линз:

$$\frac{1}{F_3} - \frac{1}{f_1 - l} = \frac{1}{f_2} \quad (32.1)$$



Таким образом, координата заднего фокуса системы найдена, но для полного определения свойств системы необходимо найти положение главных плоскостей. Продолжим луч выходящий из второй линзы, в обратную сторону до пересечения с исходным горизонтальным лучом. Точка пересечения определит положение задней главной плоскости  $H_2$ . Определим расстояние  $f$  между точкой фокуса  $F_3$  и главной плоскостью  $H_2$ . Воспользовавшись подобиями треугольников. получим

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{f_1}{f_1 - l}; \quad \frac{y_2}{y_1} = \frac{F_3}{f} \implies f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l} = f_3 \quad (32.2)$$

Расстояние  $f$  и будет фокусным расстоянием системы из двух линз.

Оптическая сила системы из двух линз равна  $D=1/f$

$$D = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{l}{f_1 f_2} = D_1 + D_2 - D_1 D_2 l \quad (32.3)$$

Координата задней главной плоскости теперь определится очевидной формулой (начало координат в центре второй линзы):

$$h_2 = F_3 - f = \frac{1}{\frac{1}{f_1 - l} + \frac{1}{f_2}} - \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l} = \frac{-f_2 l}{f_1 + f_2 - l} \quad (32.4)$$

Если  $l < f_1 + f_2$ , то  $h_2 < 0$ . Задняя главная плоскость находится левее второй линзы (между линзами). Однако при  $l > f_1 + f_2$  задняя главная плоскость оказывается правее второй линзы, т.е. не между линзами.

Главные плоскости могут находиться за пределами многолинзовой системы.

Увеличение многолинзовой системы равно произведению увеличений, даваемых каждой линзой системы:  $\Gamma = \Gamma_1 * \Gamma_2 * \Gamma_3 \dots$ . Это вытекает из рассмотренного примера двухлинзовой системы. Изображение, даваемое первой линзой увеличенное в  $\Gamma_1$  раз, является предметом для второй линзы, которая увеличит изображение в  $\Gamma_2$  раз. Общее увеличение будет равно  $\Gamma = \Gamma_1 * \Gamma_2$ .

На практике при расчетах много линзовых систем рациональнее многократно использовать формулу одиночной линзы вместо применения громоздких формул много линзовых систем.

***Пример:** Система состоит из положительной линзы, с силой 10 дптр, и отрицательной линзы, с силой -3 дптр. Расстояние между линзами 5 см. Определить положение изображения и увеличение, если предмет находится на оптической оси на расстоянии 15 см от положительной линзы.*

Решение: поместим начало координат в центр положительной линзы и найдем положение даваемого ей изображения и поперечное увеличение. Согласно формуле линзы  $\frac{1}{x_{s'}} - \frac{1}{x_s} = D_1 \Rightarrow x_{s'} = \frac{x_s}{1+x_s D_1}$

$$x_{s'} = \frac{-0.15\text{м}}{1 - 10 \frac{1}{\text{м}} * 0.15\text{м}} = 0.3\text{м} . \text{ Увеличение } \Gamma_1 = \frac{1}{1+x_s D_1} = -2.$$

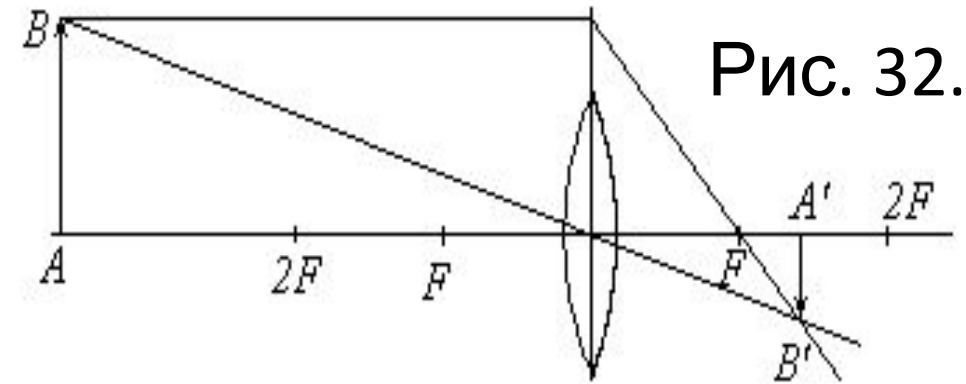
Перенесем начало координат в центр второй линзы. Точка  $x_s$  будет иметь координату  $y_s = 0.3\text{м} - 0.05\text{м} = 0.25\text{м}$ . Считая, что в этой точке находится предмет, вновь применим формулу линзы:  $\frac{1}{y_{s'}} - \frac{1}{y_s} = D_2$

$$\Rightarrow y_{s'} = \frac{y_s}{1+y_s D_2} = \frac{0.25\text{м}}{1 - 3 \frac{1}{\text{м}} * 0.25\text{м}} = 1\text{м} . \text{ Увеличение } \Gamma_2 = \frac{1}{1+y_s D_2} = 4.$$

Общее увеличение  $\Gamma = \Gamma_1 * \Gamma_2 = -8$ . Т.О. получим перевернутое увеличенное в 8 раз изображение на расстоянии 1 м от второй линзы.

# Некоторые оптические инструменты

**Фотоаппарат.** Основной частью фотоаппарата является объектив - линза, дающая изображение на плоской матрице свето чувствительных элементов.



Фокусное расстояние объектива составляет несколько сантиметров. Фотографируемые предметы располагаются от объектива существенно дальше двойного фокусного расстояния. Поэтому поперечное увеличение меньше единицы - изображение уменьшенное. На рисунке показано построение изображения, даваемого объективом. Уменьшенное перевернутое изображение формируется между плоскостями фокуса и двойного фокуса. Наводка на резкость изображения осуществляется перемещением объектива относительно светочувствительной матрицы.

*Человеческий глаз* аналогичен по принципу действия фотоаппарату. Он имеет линзу, называемую хрусталиком и матрицу светочувствительных элементов – сетчатку. Однако наводка резкости, называемая аккомодацией глаза, осуществляется иначе - путем изменения фокусного расстояния хрусталика. Ресничные мышцы, прикрепленные к хрусталику вытягивают его в вертикальном направлении, уменьшая кривизну преломляющих поверхностей и увеличивая фокусное расстояние. В обратную сторону кривизна хрусталика изменяется при расслаблении ресничной мышцы.

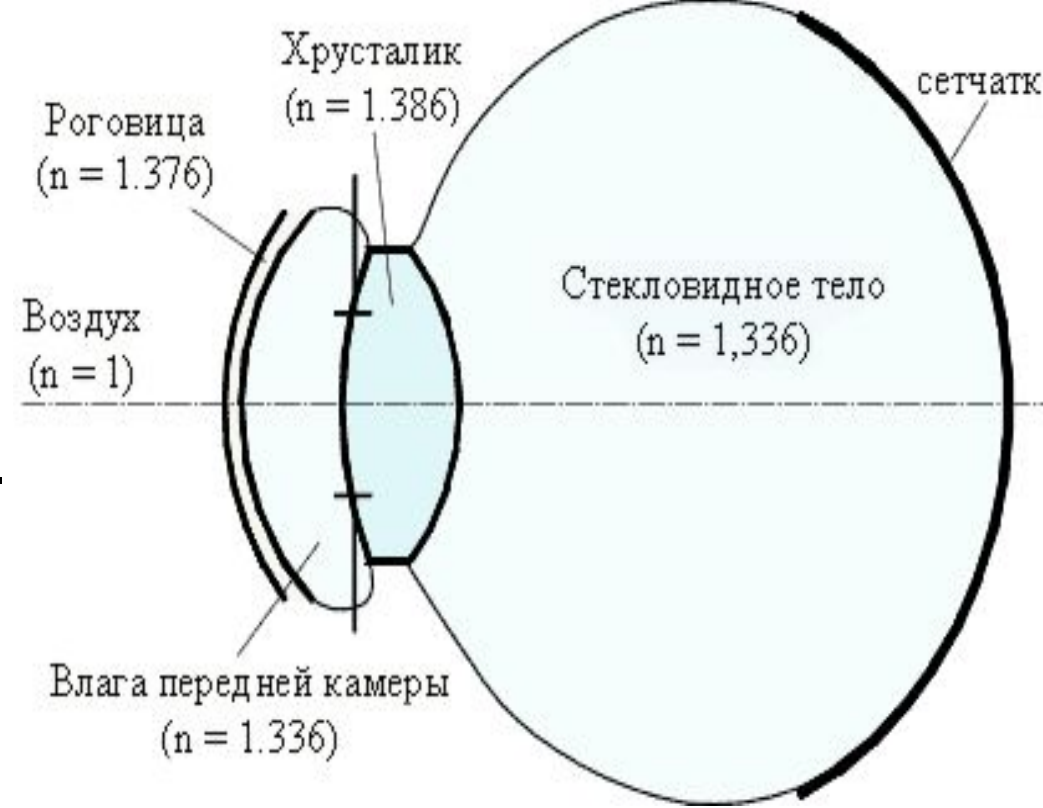


Рис. 32.4

Существует два предельных состояния хрусталика, при которых нет усилия аккомодации. Первое соответствует полному натяжению ресничной мышцы и максимальному фокусному расстоянию, второе - полному расслаблению ресничной мышцы, когда хрусталик имеет минимальное фокусное расстояние. В первом состоянии глаз аккомодирован на бесконечность, изображение далеких предметов формируется в фокальной плоскости, которая должна совпадать с поверхностью сетчатки. Во втором состоянии глаз аккомодирован на максимально близкое расстояние, при котором еще возможно резкое изображение предмета на сетчатке. Для нормального глаза это расстояние составляет 20 - 25 см, оно считается расстоянием наилучшего зрения

*Лупа* простая система (одна или несколько линз) с небольшим фокусным расстоянием (примерно от 50 до 10 мм), располагаемая между рассматриваемым предметом и глазом таким образом что предмет находится между линзой и точкой фокуса вблизи фокуса. Мнимое увеличенное изображение предмета получается на расстоянии наилучшего зрения или в бесконечности, т.е. рассматривается глазом без усилия аккомодации. При обоих способах применения лупы угловое увеличение, даваемое ею, практически одно и то же.

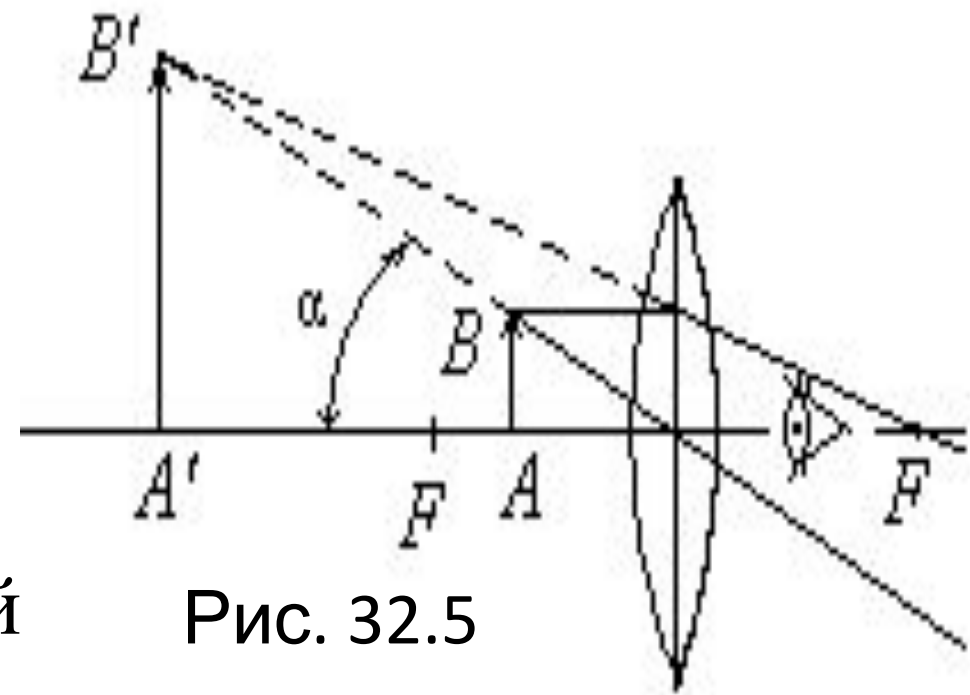


Рис. 32.5



Так как глаз располагается близко к лупе, то изображение рассматривается им под углом  $\alpha$ , совпадающим с углом видимости самого предмета из центра лупы. Как видно из рисунка, тангенс этого угла равен  $\text{tg}(\alpha) = |AB|/x_s \approx |AB|/f$ . С расстояния наилучшего зрения-  $P$  предмет виден под углом  $\beta$ , причем  $\text{tg}(\beta) = |AB|/P$ . Отношение  $\text{tg}(\alpha)/\text{tg}(\beta)$  представляет собой угловое увеличение лупы, оно оказывается равно

$$\Gamma_{\text{угл}} = \frac{P}{f} \quad (32.5)$$

Для близорукого глаза  $P < 25$  см и, следовательно, лупа оказывает меньшую помощь в распознавании мелких деталей, зато для дальнозоркого глаза  $P > 25$  см и увеличение лупы получается больше

**Микроскоп.** Для получения больших увеличений применяют микроскоп, представляющий комбинацию двух оптических систем объектива и окуляра, разделенных значительным расстоянием. Оптическая схема микроскопа показана на рисунке. Малый объект АВ

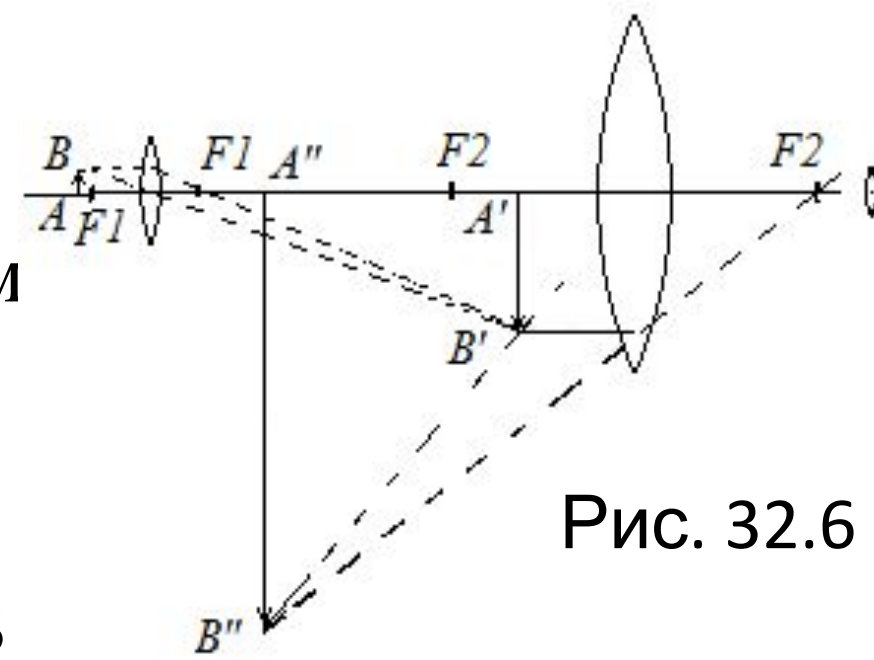


Рис. 32.6

помещается за точкой главного фокуса объектива F1, но вблизи его. Объектив создает увеличенное изображение предмета - A'B'. Это изображение рассматривается через окуляр, как через лупу, что создает дополнительное увеличение. Общее увеличение равно произведению увеличений объектива и окуляра.

Увеличение объектива  $\Gamma_1 \approx l/f_1$ , где  $l$  - расстояние от объектива до создаваемого им изображения - это приблизительно - длина тубуса.  
Увеличение окуляра  $\Gamma_2 \approx P/f_2$ , где  $P$  - расстояние наилучшего зрения  
Общее увеличение,

$$\Gamma = lP/(f_1 f_2) \quad (32.6)$$

при короткофокусных объективе и окуляре может быть весьма большим. Впрочем, микроскопы с большим увеличением сложны в регулировках. Кроме того, теоретический предел увеличения определяют дифракционные явления, речь о которых пойдет в будущем.

Формулу для увеличения микроскопа можно получить по другому, если рассматривать систему двух линз - объектив - окуляр как сложную лупу.

Увеличение лупы  $\Gamma_{\text{угл}} = \frac{P}{f}$ , а оптическая сила системы двух линз:  $\frac{1}{f} =$

$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{l}{f_1 f_2}$ . С учетом этого увеличение микроскопа будет равно

$\Gamma = \frac{P}{f_1} + \frac{P}{f_2} - \frac{lP}{f_1 f_2}$ . При большой длине тубуса -  $l$  и первые два

слагаемых будут значительно меньше последнего, следовательно

$\Gamma \approx -\frac{lP}{f_1 f_2}$ , что совпадает с прежней формулой, но имеет знак минус.

Это неудивительно, поскольку изображение будет перевернуто.

**Телескоп** (рисунок 12) – инструмент для рассматривания удаленных предметов. Он, как и микроскоп, состоит из двух линз: объектива и окуляра.

Однако рассматриваемый предмет для телескопа находится бесконечно далеко. При этом объектив даст резкое изображение предмета в своей фокальной плоскости. Это изображение рассматривается через окуляр как через лупу. При рассматривании через лупу предмет, которым является изображение, даваемое объективом, должен находиться вблизи фокуса лупы. Это означает, что точка заднего фокус объектива в телескопе совпадает с точкой переднего фокуса окуляра

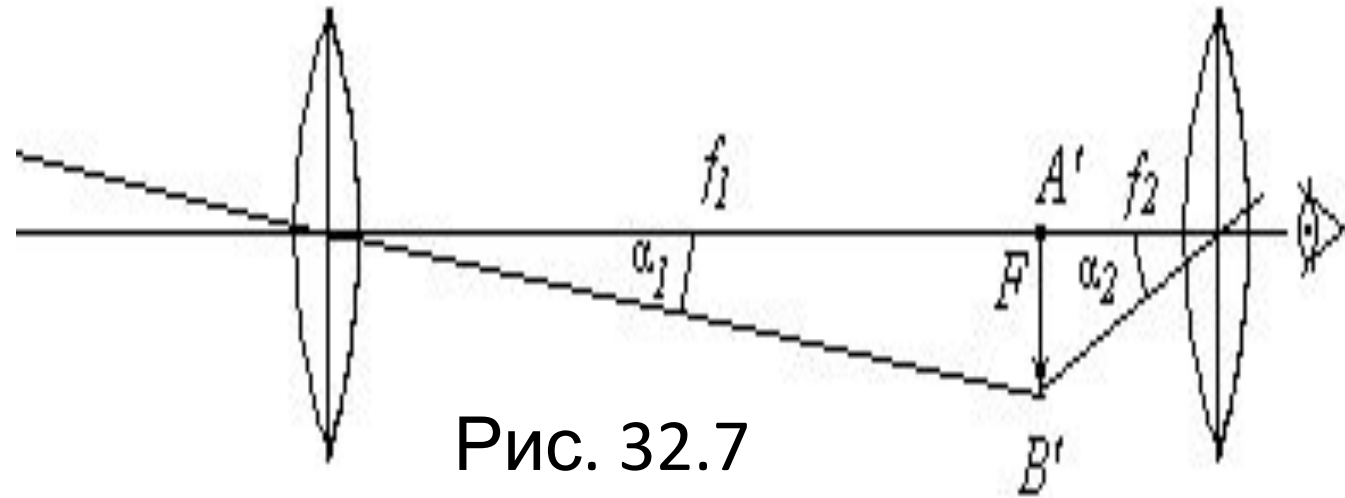


Рис. 32.7

Угловое увеличение, даваемое телескопом, - это отношение угла, под которым видно изображение в окуляре, к углу, под которым виден предмет без телескопа. На рисунке 32.7 показано построение изображения предмета, даваемого объективом. Луч от верхней точки далеко расположенного предмета проходит вдоль побочной оптической оси объектива, не преломляясь, и дает изображение этой точки - В' в фокальной плоскости. Угол, под которым виден предмет от объектива обозначен -  $\alpha_1$ . Изображение А'В' видно через окуляр под углом  $\alpha_2$ . Отношение углов можно заменить отношением их тангенсов, тогда получим

$$\Gamma = \frac{f_1}{f_2} \tag{32.7}$$

В рассмотренном телескопе объектив и окуляр представляют собой положительные (собирающие) линзы. Наблюдаемое изображение оказывается перевернутым.

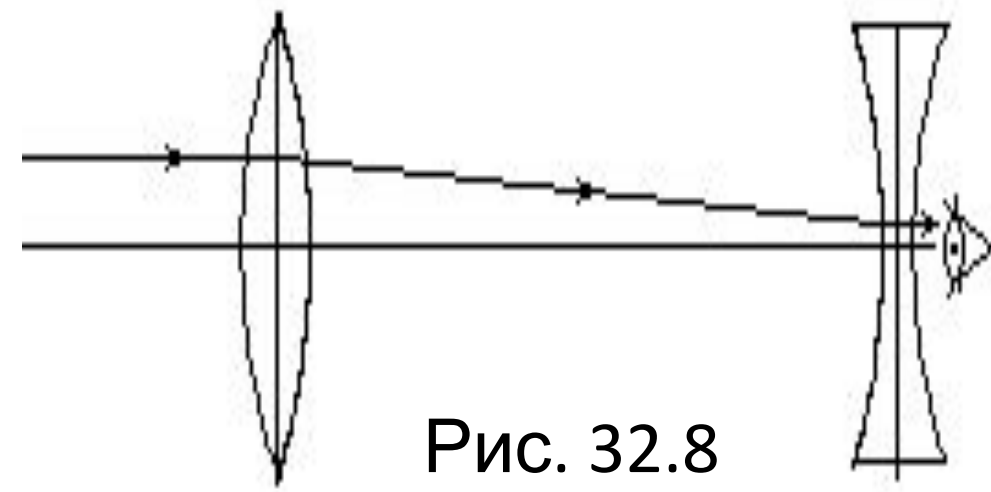


Рис. 32.8

Вполне возможно использовать в качестве окуляра отрицательную (рассеивающую) линзу, расположив ее так, чтобы ее задний фокус совпадал с задним фокусом объектива. Телескоп получается немного короче, что не существенно, а изображение в нем не переворачивается, что гораздо удобнее, если телескоп используется в бинокле.

**Аберрации** - это отклонения изображения от идеального образца, обусловленные различными причинами. Рассмотрим некоторые из этих причин.

**Сферическая аберрация.** Фокус для лучей, более удаленных от оптической оси, находится ближе к линзе, чем

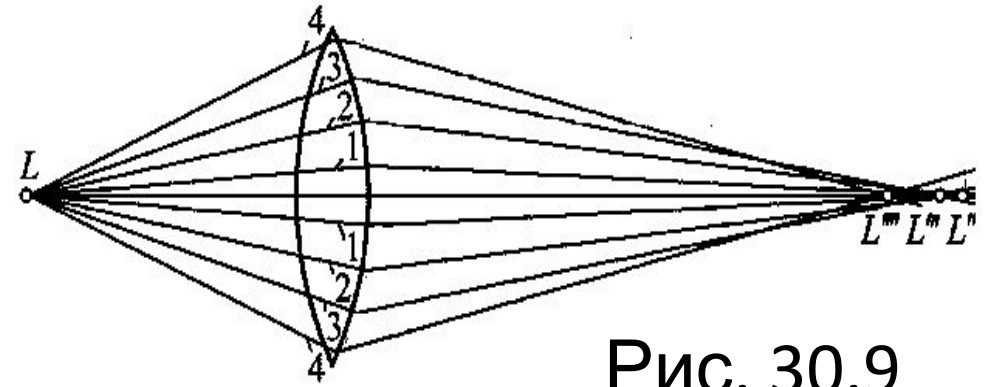


Рис. 30.9

фокус приосевых лучей. В результате изображение светящейся точки -  $L$ , показанной на рисунке, имеет вид расплывчатого пятна. Можно подобрать такое положение экрана, при котором размер пятна будет наименьшим. Положительные (собираательные) линзы создают аберрацию, изображенную на рисунке, (рассеивающие) линзы имеют аберрацию противоположного знака.



Поэтому, комбинируя такие простые линзы из разных материалов, можно значительно исправить сферическую aberrацию.

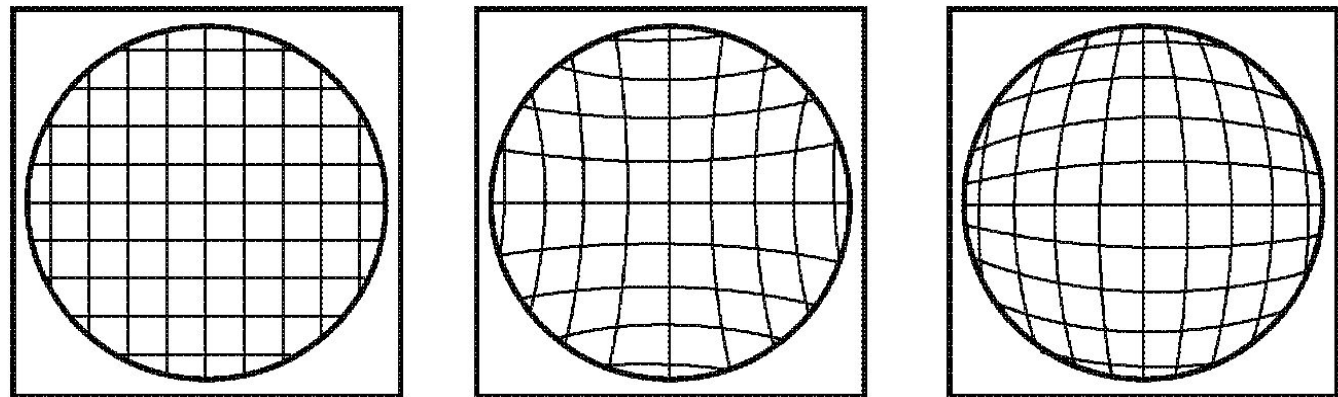
**Кома.** Если светящаяся точка находится не на главной оптической оси и посылает на линзу широкий пучок света, то изображением точки будет ассиметричное пятно, напоминающее по форме комету с хвостом.

**Астигматизм.** Если светящаяся точка находится не на главной оптической оси, то посылаемый ей на линзу пучок света ни соберется в точку, даже если ограничить ширину пучка перед линзой. В результате изображением точки будет не круглое, а вытянутое в горизонтальном или вертикальном

*Дисторсия изображений.* Если лучи, посылаемые предметом в линзу, составляют большие углы с ее оптической осью, то изображение, даваемое даже узкими пучками лучей, может обнаруживать еще один вид искажения. Оно обусловлено тем, что увеличение такой системы при больших углах зависит от угла между осями пучка и системы и, следовательно, меняется от центра изображения к периферии. Этот вид aberrации носит название дисторсии и ведет к тому, что изображения оказываются не подобными предмету.

Типичные виды дисторсии (подушкообразная и бочкообразная) приведены на рисунке.

Рис. 32.10



*Хроматическая aberrация* обусловлена зависимостью показателя преломления материала линз от цвета проходящих лучей. Обычно для синих лучей показатель преломления больше, чем для красных и фокусное расстояние линзы для синих лучей оказывается меньше, чем для красных. Изображение в естественном белом свете будет иметь радужные границы между светлыми и темными участками. Исправление хроматической aberrации достигается склеиванием положительной и отрицательной линзы из различных материалов.

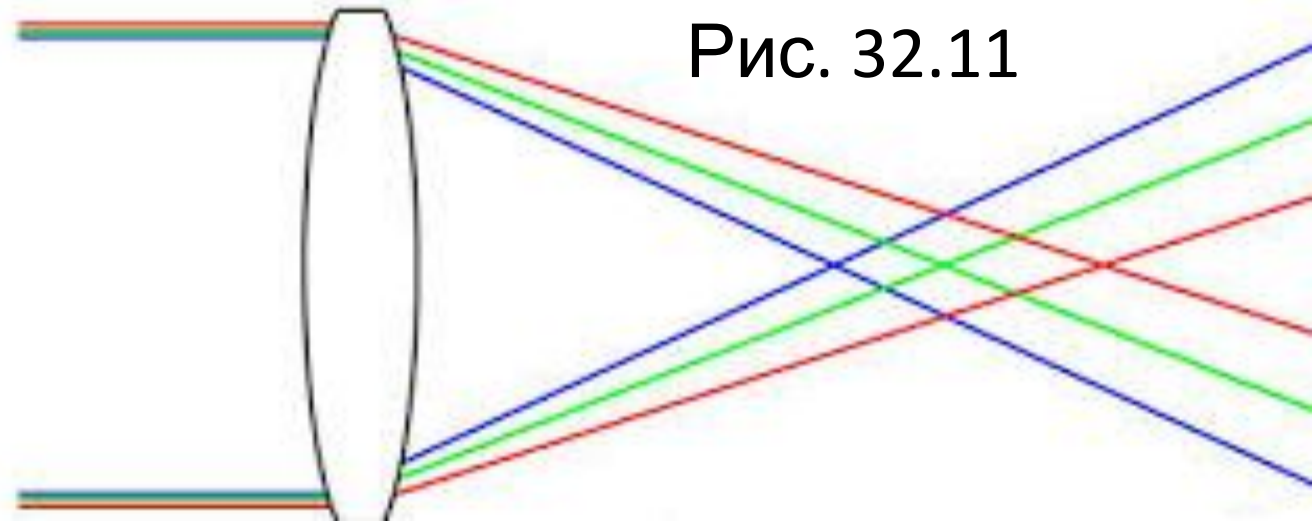


Рис. 32.11

## Пятиминутка:

Оптическая система состоит из двух собирающих линз, расположенных на расстоянии  $l=0,75$  м друг от друга (см. рис 30.14) Наблюдателю, смотрящему справа, источник  $S$ , помещенный на главной оптической оси на расстоянии  $d_1=0,25$  м от первой линзы, кажется удаленным на очень большое расстояние. Чему равна оптическая сила второй линзы, если оптическая сила первой линзы  $D_1=6$  дптр?

