

Готовимся к зачёту по главе 1

«Простейшие геометрические фигуры и их свойства»

Итоги главы 1

Основное свойство прямой

Через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну.

Пересекающиеся прямые

Две прямые, имеющие общую точку, называют пересекающимися.

Теорема о двух пересекающихся прямых

Любые две пересекающиеся прямые имеют только одну общую точку.

Равные отрезки

Два отрезка называют равными, если их можно совместить наложением.

Основное свойство длины отрезка

Если точка C является внутренней точкой отрезка AB , то отрезок AB равен сумме отрезков AC и CB , т. е.
 $AB = AC + CB$.

Расстояние между точками

Расстоянием между точками A и B называют длину отрезка AB .

Дополнительные лучи

Два луча, имеющие общее начало и лежащие на одной прямой, называют дополнительными.

Развёрнутый угол

Угол, стороны которого являются дополнительными лучами, называют развёрнутым.

Равные углы

Два угла называют равными, если их можно совместить наложением.

Биссектриса угла

Биссектрисой угла называют луч с началом в вершине угла, делящий этот угол на два равных угла.

Острый, прямой, тупой углы

Угол, градусная мера которого меньше 90° , называют острым.

Угол, градусная мера которого равна 90° , называют прямым.

Угол, градусная мера которого больше 90° , но меньше 180° , называют тупым.

Основное свойство величины угла

Если луч OC делит угол AOB на два угла AOC и COB , то $\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$.

Смежные углы

Два угла называют смежными, если у них одна сторона общая, а две другие являются дополнительными лучами.

Свойство смежных углов

Сумма смежных углов равна 180° .

Вертикальные углы

Два угла, отличных от развёрнутого, называют вертикальными, если стороны одного угла являются дополнительными лучами сторон другого.

Свойство вертикальных углов

Вертикальные углы равны.

Перпендикулярные прямые

Две прямые называют перпендикулярными, если при их пересечении образовался прямой угол.

Теорема о единственности прямой, перпендикулярной данной

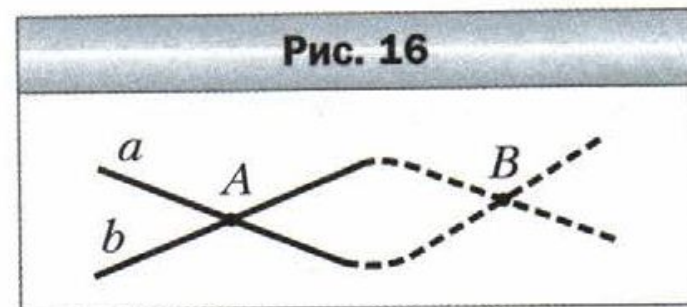
Через каждую точку прямой проходит только одна прямая, перпендикулярная данной.

Теорема о двух пересекающихся прямых

Любые две пересекающиеся прямые имеют только одну общую точку.

Доказательство

Пусть пересекающиеся прямые a и b , помимо общей точки A , имеют ещё одну общую точку B (рис. 16). Тогда через две точки A и B проходят две прямые. А это противоречит основному свойству прямой. Следовательно, наше предположение о существовании второй точки пересечения прямых a и b неверно. ◀



о существовании второй точки

Свойство смежных углов

Сумма смежных углов равна 180° .

Доказательство

Пусть углы $\angle AOC$ и $\angle COB$ – смежные (рис. 79). Надо доказать, что $\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$.

Так как углы $\angle AOC$ и $\angle COB$ смежные, то лучи OA и OB являются дополнительными. Тогда $\angle AOB$ – развёрнутый. Следовательно, $\angle AOB = 180^\circ$. Луч OC принадлежит углу $\angle AOB$. По основному свойству величины угла имеем: $\angle AOC + \angle COB = \angle AOB = 180^\circ$. ◀

Свойство вертикальных углов

Вертикальные углы равны.

Доказательство

На рисунке 81 углы 1 и 2 – вертикальные. Надо доказать, что $\angle 1 = \angle 2$.

Каждый из углов 1 и 2 смежный с углом 3. Тогда $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ и $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$. Отсюда $\angle 1 = 180^\circ - \angle 3$ и $\angle 2 = 180^\circ - \angle 3$. Получаем, что градусные меры углов 1 и 2 равны, а значит, равны и сами углы. ◀

Теорема о единственности прямой, перпендикулярной данной

Через каждую точку прямой проходит только одна прямая, перпендикулярная данной.

Доказательство

Отметим на прямой AB произвольную точку M и построим прямой угол CMB (рис. 99). Тогда $CM \perp AB$.

Предположим, что через точку M проходит ещё одна прямая MD , отличная от прямой CM и перпендикулярная прямой AB .

Рассмотрим случай, когда луч MD принадлежит углу CMB . Тогда по основному свойству величины угла $\angle CMB = \angle CMD + \angle DMB$. Отсюда $\angle CMB > \angle DMB$. Однако $\angle CMB = \angle DMB = 90^\circ$. Следовательно, наше предположение неверно.

Аналогично рассматривают случай, когда луч MC принадлежит углу DMB . ◀

