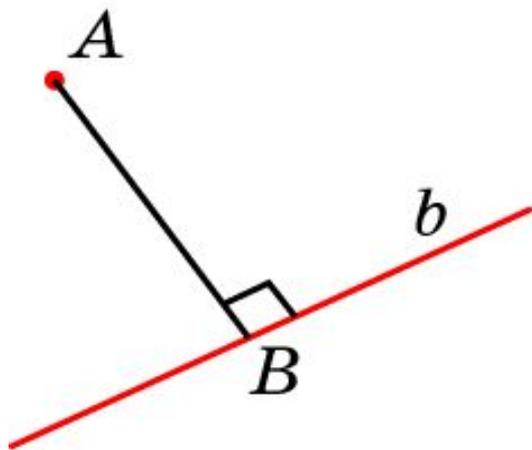


# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

Расстоянием от точки до прямой в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.



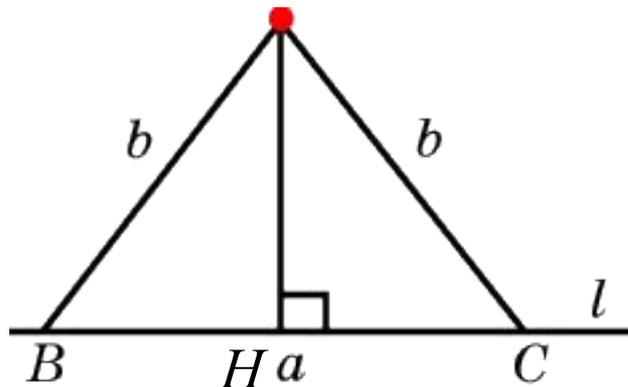
## Нахождение расстояний 1

Для нахождения расстояния от точки  $A$  до прямой  $l$  перпендикуляр  $AH$ , опущенный из данной точки на данную прямую, представляют в качестве высоты треугольника, одной вершиной которого является точка  $A$ , а сторона  $BC$ , противолежащая этой вершине, лежит на прямой  $l$ . Зная стороны этого треугольника, можно найти и его высоту.

При этом возможны следующие случаи:

1. Треугольник  $ABC$  – равнобедренный,  $AB = AC$ . Пусть  $AB = AC = b$ ,  $BC = a$ . Искомый перпендикуляр находится из прямоугольного треугольника  $ABH$ :

$$AH = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}.$$



## Нахождение расстояний 2

2. Треугольник  $ABC$  – равнобедренный,  $AC = BC$ .

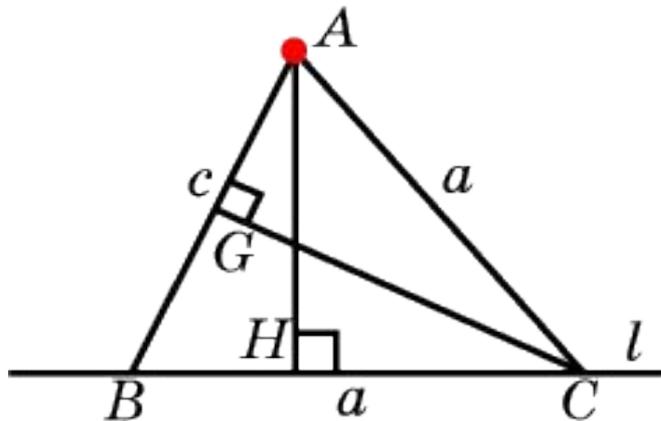
Пусть  $AB = c$ ,  $AC = BC = a$ . Найдем высоту  $CG$ .  $CG = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$ .

Площадь треугольника  $ABC$  равна  $\frac{1}{2} AB \cdot CG = \frac{1}{2} c \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{c \sqrt{4a^2 - c^2}}{4}$ .

С другой стороны, площадь этого треугольника равна  $\frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} a \cdot AH$ .

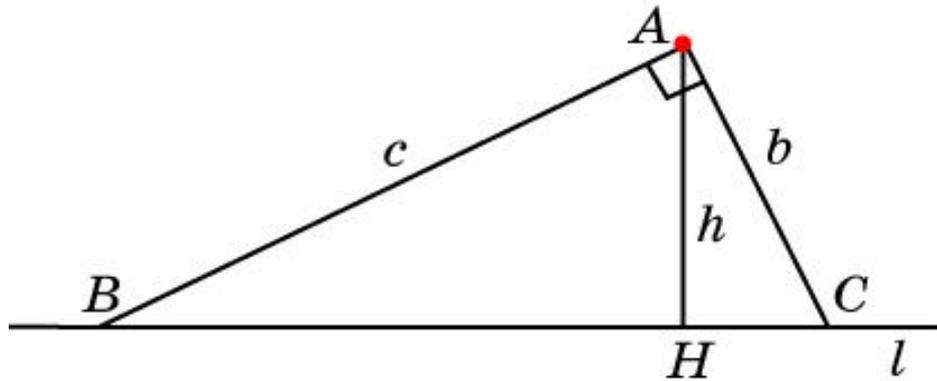
Приравняв первое и второе значения площади, получим значение искомого перпендикуляра

$$AH = \frac{c \sqrt{4a^2 - c^2}}{2a}.$$



## Нахождение расстояний 3

3. Треугольник  $ABC$  – прямоугольный, угол  $A$  – прямой. Пусть  $AB = c$ ,  $AC = b$ . Тогда гипотенуза  $BC$  равна  $\sqrt{b^2 + c^2}$ . Удвоенная площадь треугольника  $ABC$ , с одной стороны, равна  $bc$ , а с другой  $h\sqrt{b^2 + c^2}$ . Следовательно,  $h = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$ .



## Нахождение расстояний 4

4. Треугольник  $ABC$  – произвольный.

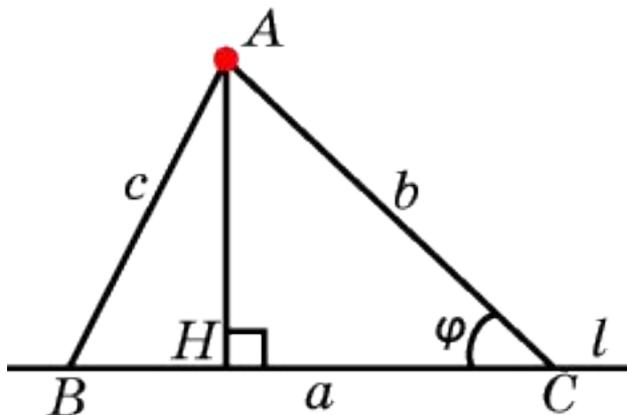
Пусть  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ ,  $\angle ACB = \varphi$ . По теореме косинусов

имеет место равенство  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi$ . Откуда

$\cos \varphi = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ . Зная косинус угла, можно найти его синус

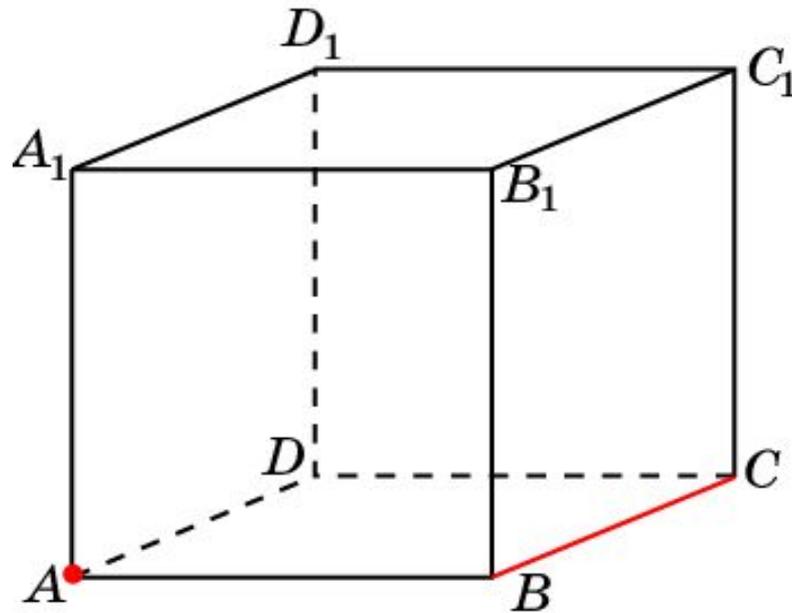
$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$ , а зная синус, можно найти высоту

$$AH = b \cdot \sin \varphi.$$



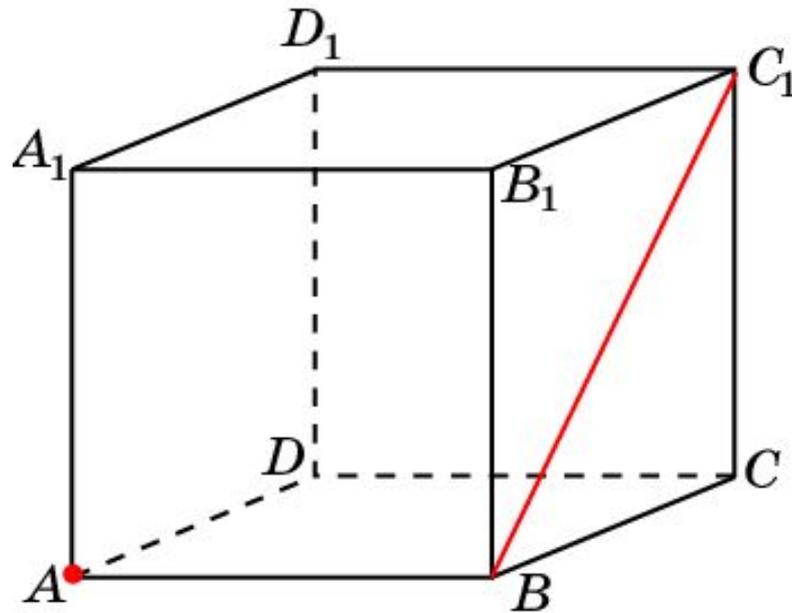
# Куб 1

В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC$ .



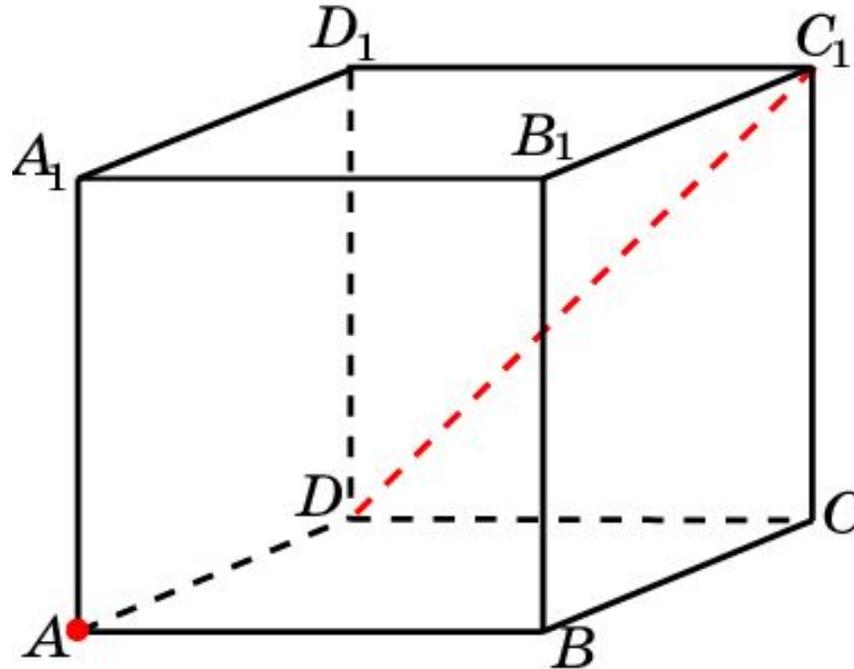
## Куб 4

В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC_1$ .



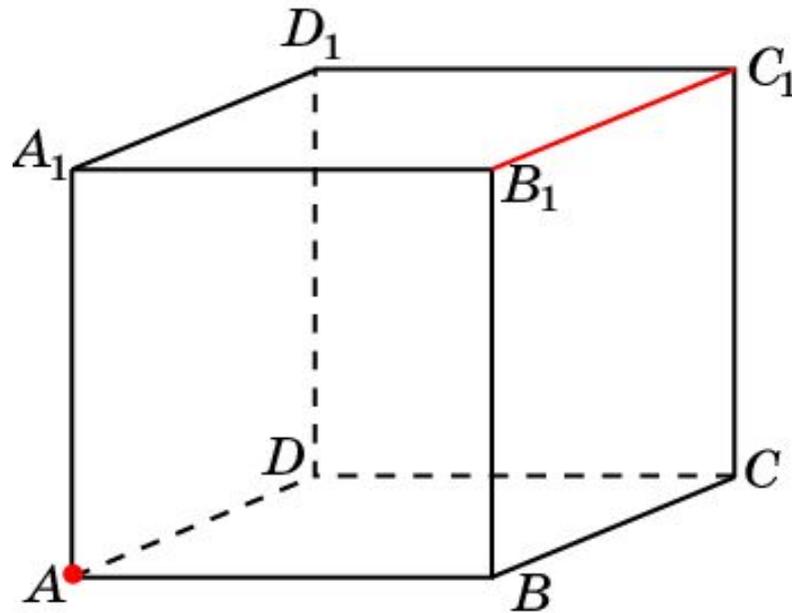
## Куб 5

В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $DC_1$ .



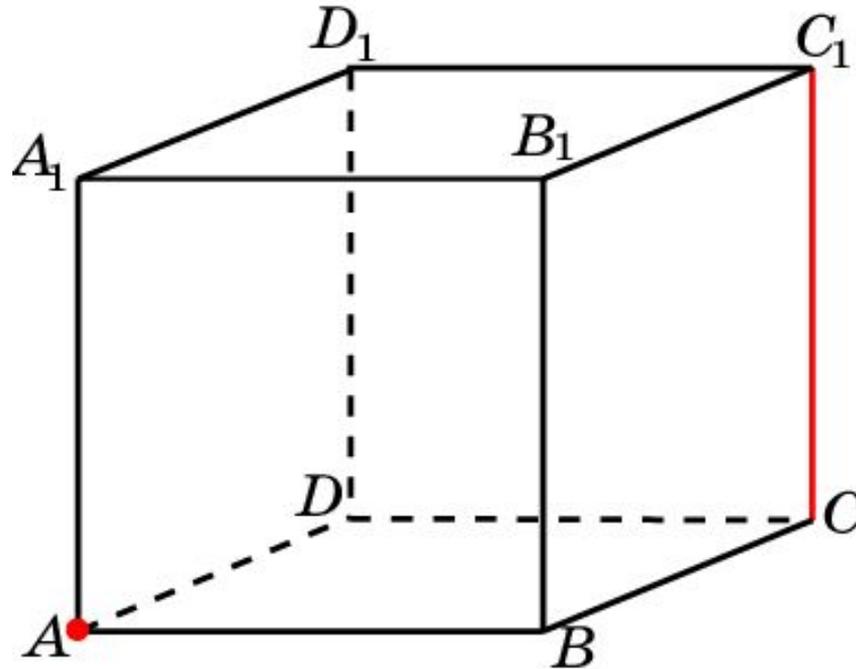
## Куб 6

В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $B_1C_1$ .



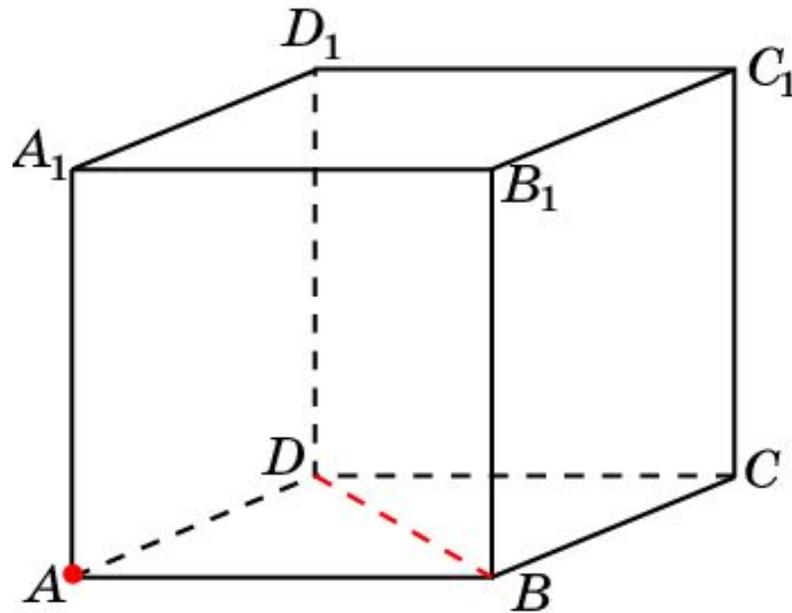
## Куб 8

В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CC_1$ .



## Куб 9

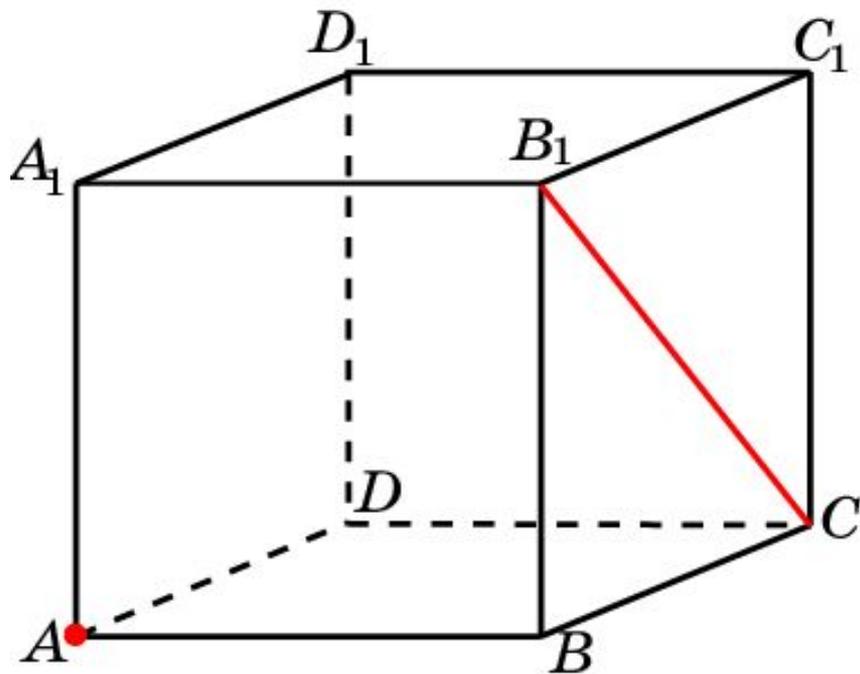
В единичном кубе  $A\dots D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BD$ .





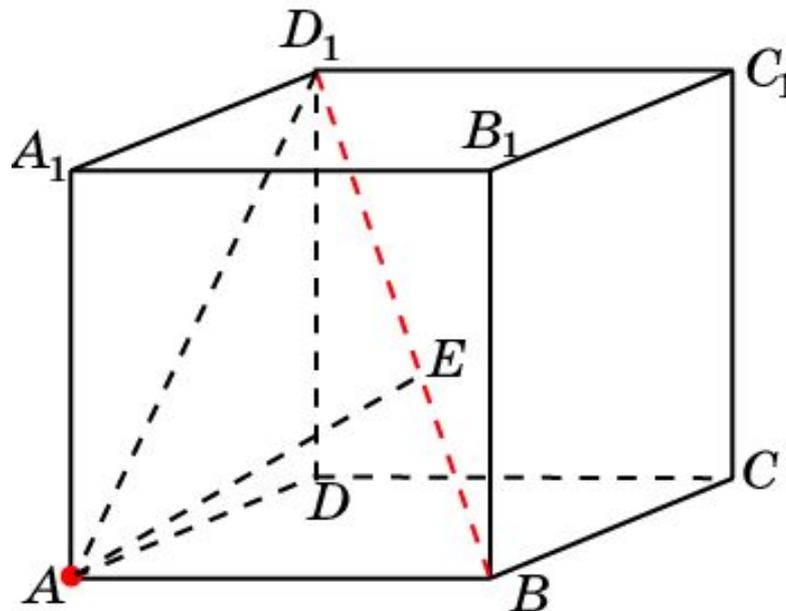
## Куб 13

В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $CB_1$ .



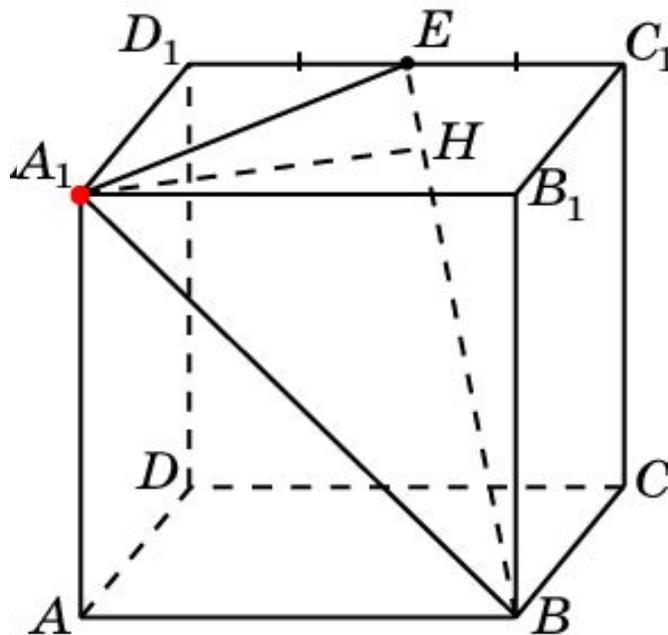
# Куб 16

В единичном кубе  $A...D_1$  найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BD_1$ .



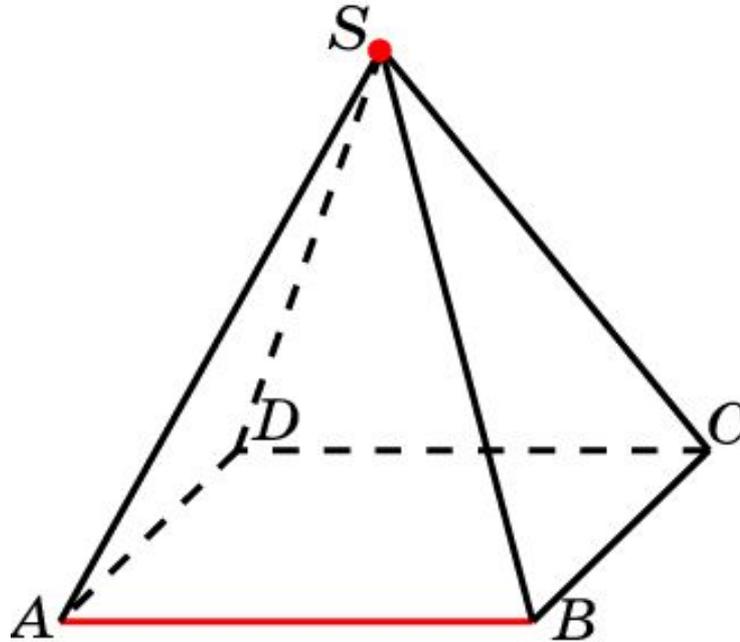
## Куб 18

В единичном кубе  $A\dots D_1$  точка  $E$  – середина ребра  $C_1D_1$ .  
Найдите расстояние от точки  $A_1$  до прямой  $BE$ .



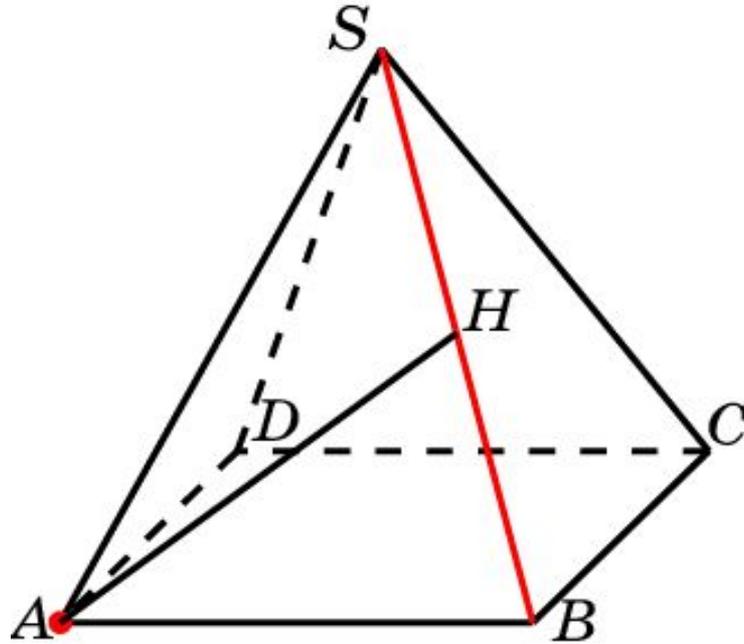
## Пирамида 2

В правильной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от вершины  $S$  до прямой  $AB$ .



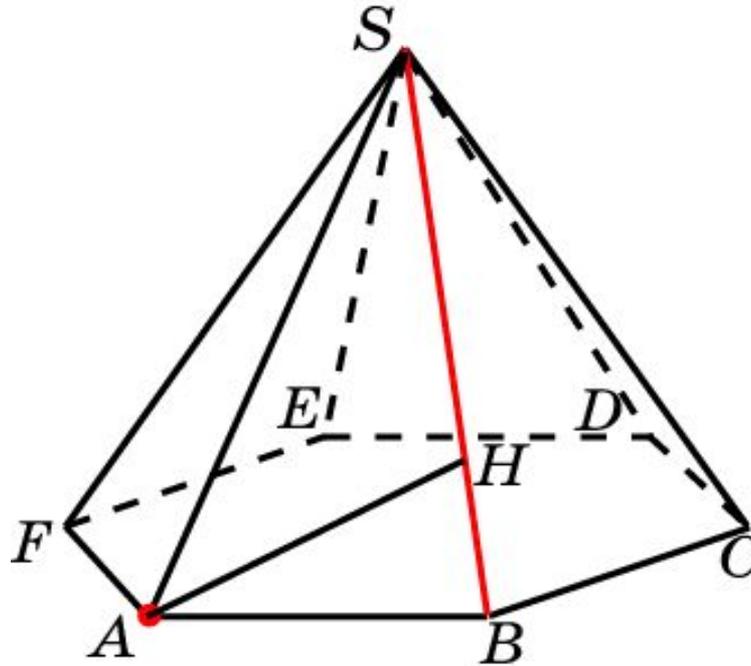
## Пирамида 3

В правильной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от вершины  $A$  до прямой  $SB$ .



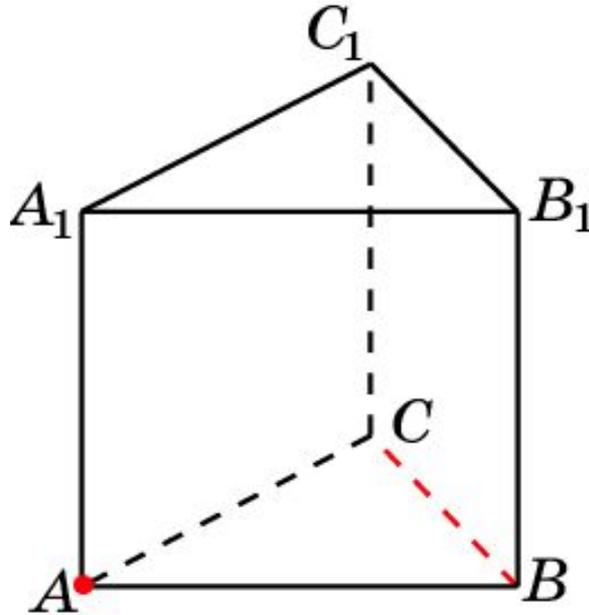
## Пирамида 8

В правильной пирамиде  $SAB CDEF$ , боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $SB$ .



# Призма 5

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC$ .



# Призма 10

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BD_1$ , где  $D_1$  – середина ребра  $A_1C_1$ .

