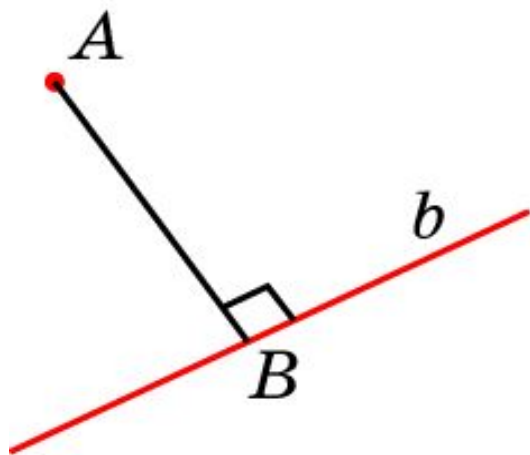


РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

Расстоянием от точки до прямой в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.



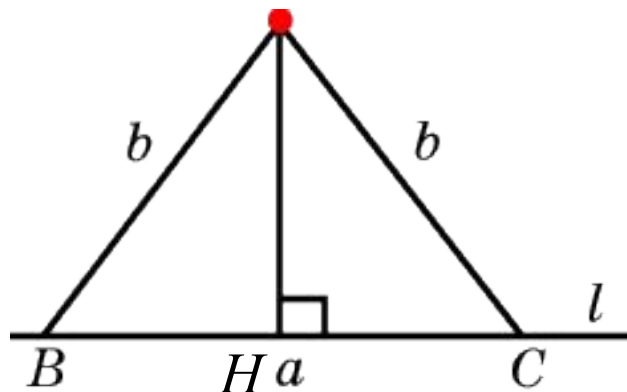
Нахождение расстояний 1

Для нахождения расстояния от точки A до прямой l перпендикуляр AH , опущенный из данной точки на данную прямую, представляют в качестве высоты треугольника, одной вершиной которого является точка A , а сторона BC , противолежащая этой вершине, лежит на прямой l . Зная стороны этого треугольника, можно найти и его высоту.

При этом возможны следующие случаи:

1. Треугольник ABC – равнобедренный, $AB = AC$. Пусть $AB = AC = b$, $BC = a$. Искомый перпендикуляр находится из прямоугольного треугольника ABH :

$$AH = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}.$$



Нахождение расстояний 2

2. Треугольник ABC – равнобедренный, $AC = BC$.

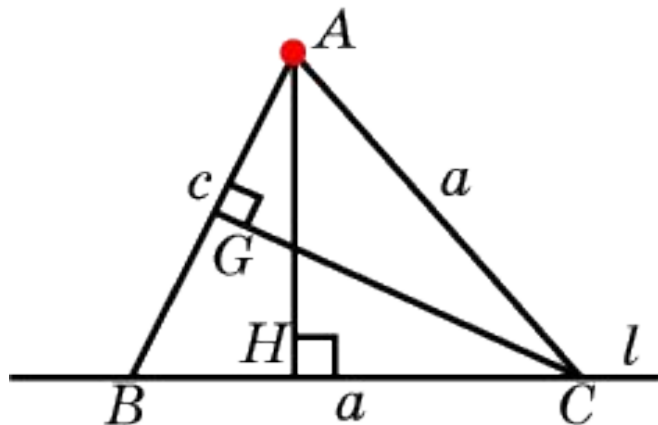
Пусть $AB = c$, $AC = BC = a$. Найдем высоту CG . $CG = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$.

Площадь треугольника ABC равна $\frac{1}{2} AB \cdot CG = \frac{1}{2} c \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{c \sqrt{4a^2 - c^2}}{4}$.

С другой стороны, площадь этого треугольника равна

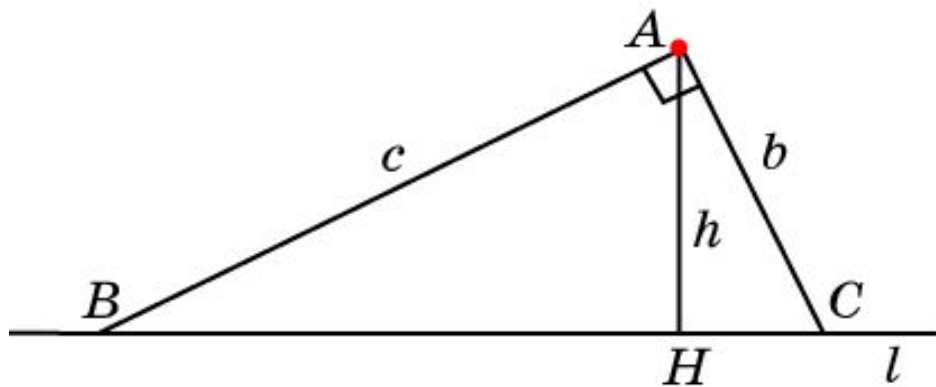
$\frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} a \cdot AH$. Приравняв первое и второе значения площади, получим значение искомого перпендикуляра

$$AH = \frac{c \sqrt{4a^2 - c^2}}{2a}.$$



Нахождение расстояний 3

3. Треугольник ABC – прямоугольный, угол A – прямой. Пусть $AB = c$, $AC = b$. Тогда гипотенуза BC равна $\sqrt{b^2 + c^2}$. Удвоенная площадь треугольника ABC , с одной стороны, равна bc , а с другой $h\sqrt{b^2 + c^2}$. Следовательно, $h = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$.



Нахождение расстояний 4

4. Треугольник ABC – произвольный.

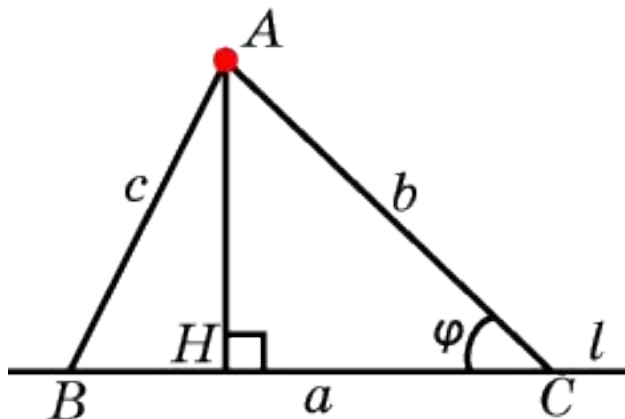
Пусть $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$, $\angle ACB = \varphi$. По теореме косинусов

имеет место равенство $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi$. Откуда

$\cos \varphi = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$. Зная косинус угла, можно найти его синус

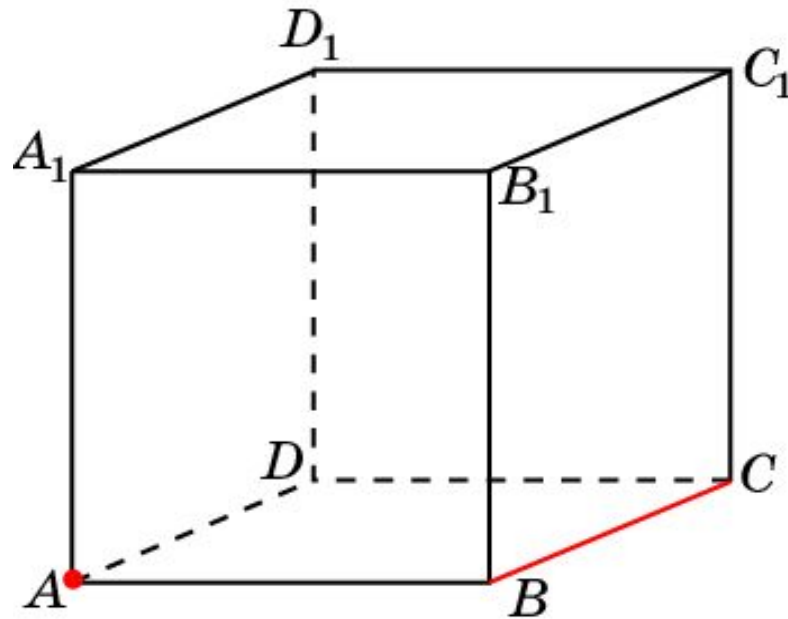
$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$, а зная синус, можно найти высоту

$$AH = b \cdot \sin \varphi.$$



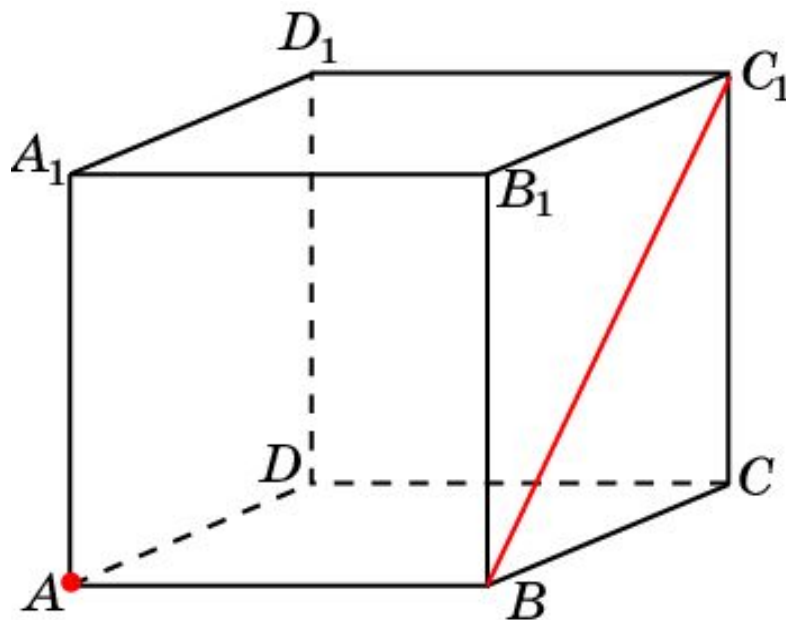
Куб 1

В единичном кубе $A\dots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой BC .



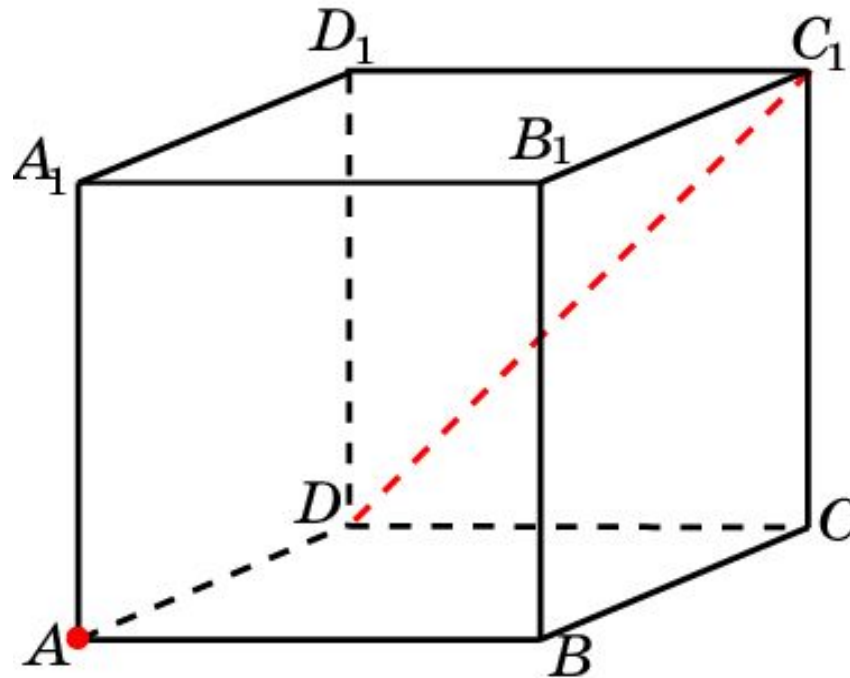
Куб 4

В единичном кубе $A\dots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой BC_1 .



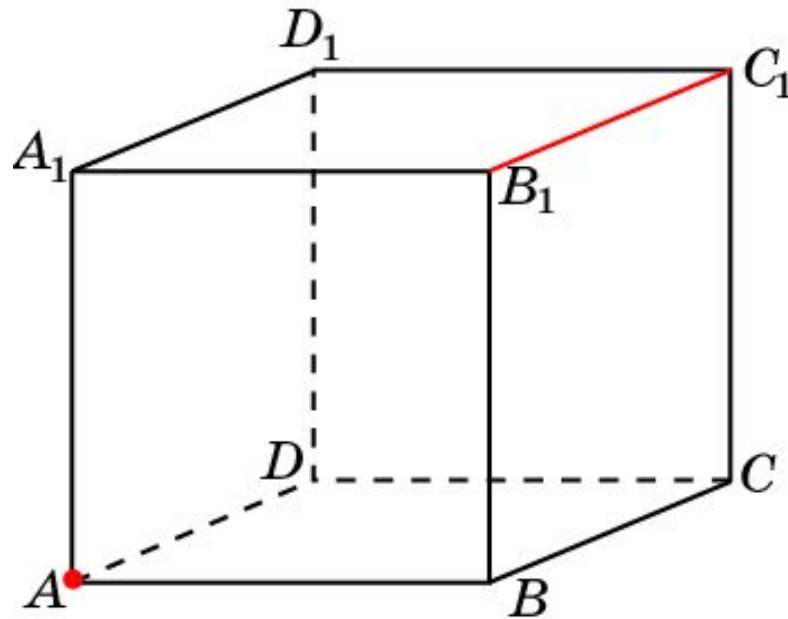
Куб 5

В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой DC_1 .



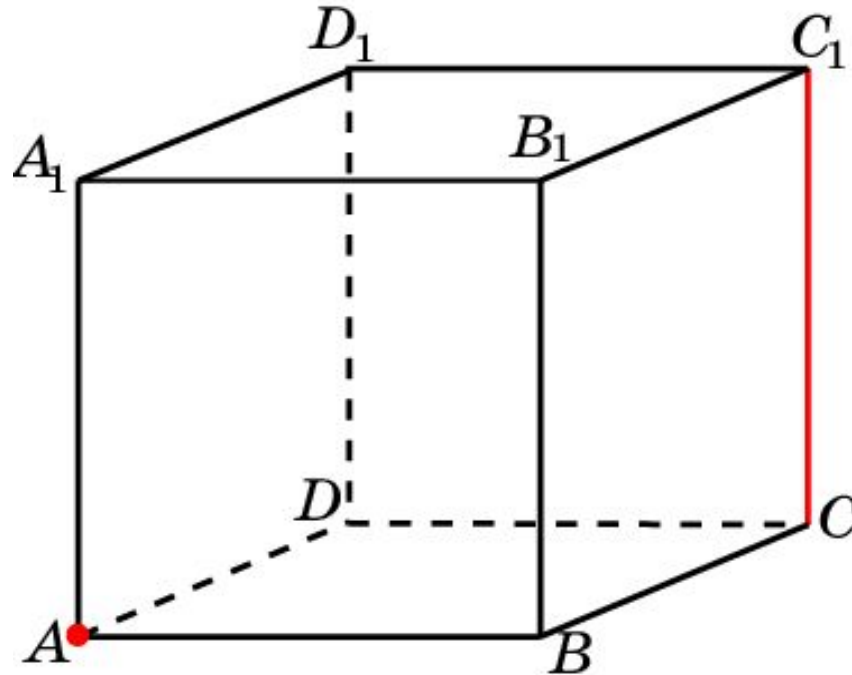
Куб 6

В единичном кубе $A\dots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой B_1C_1 .



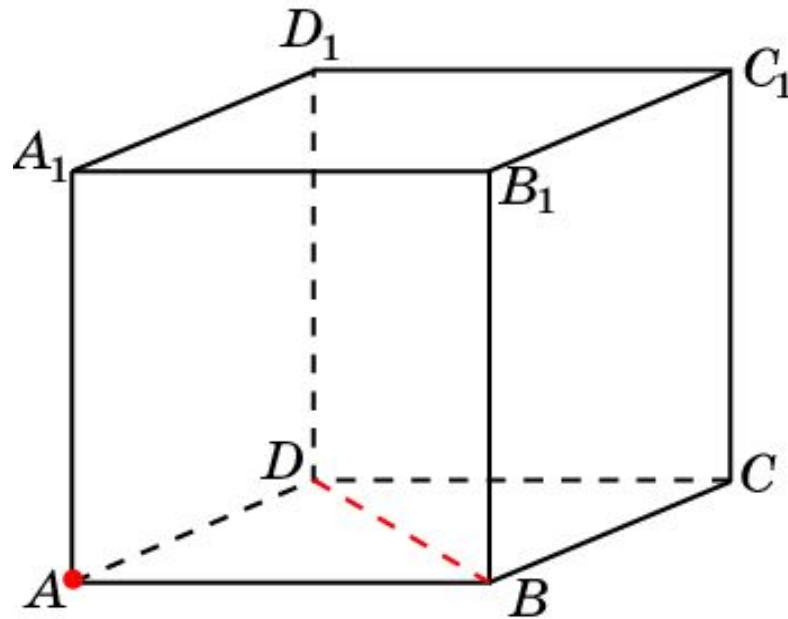
Куб 8

В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой CC_1 .



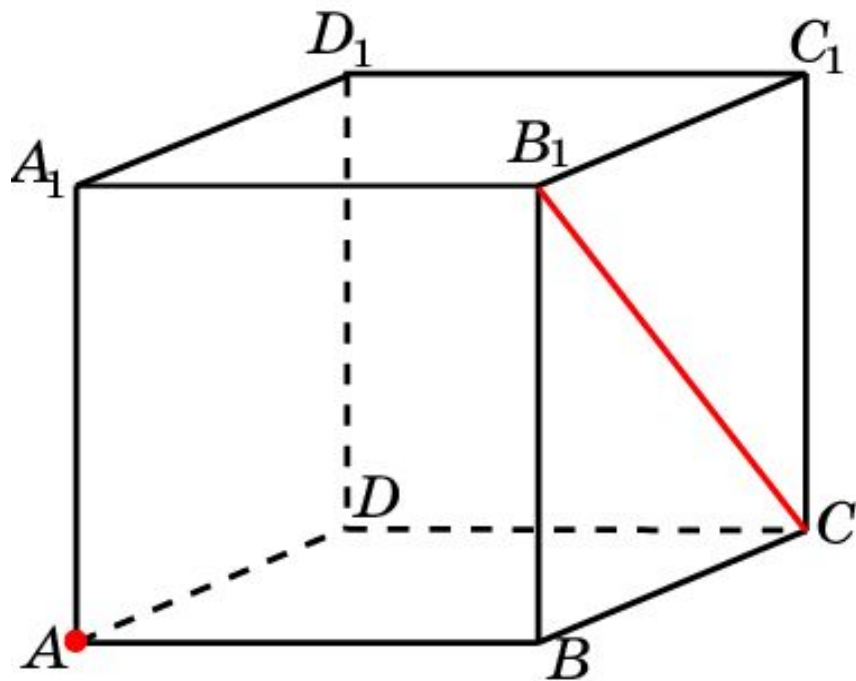
Куб 9

В единичном кубе $A\dots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой BD .



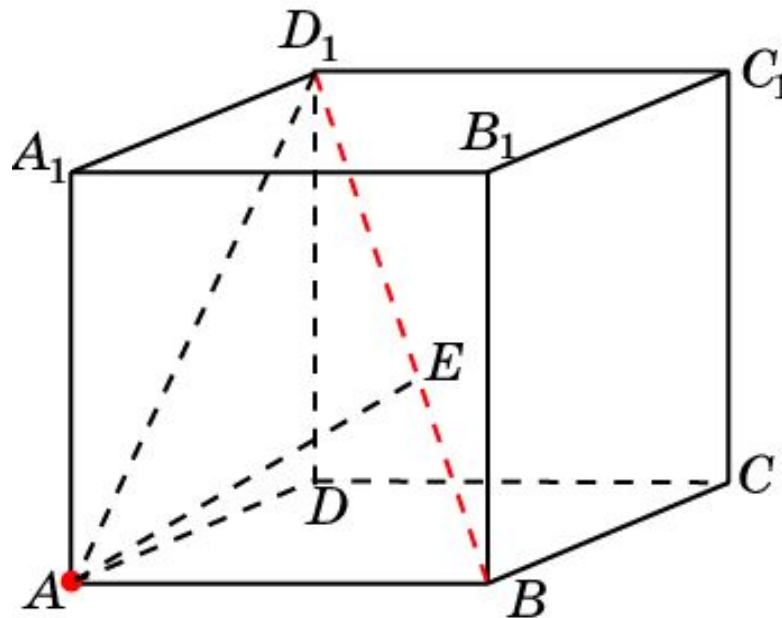
Куб 13

В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой CB_1 .



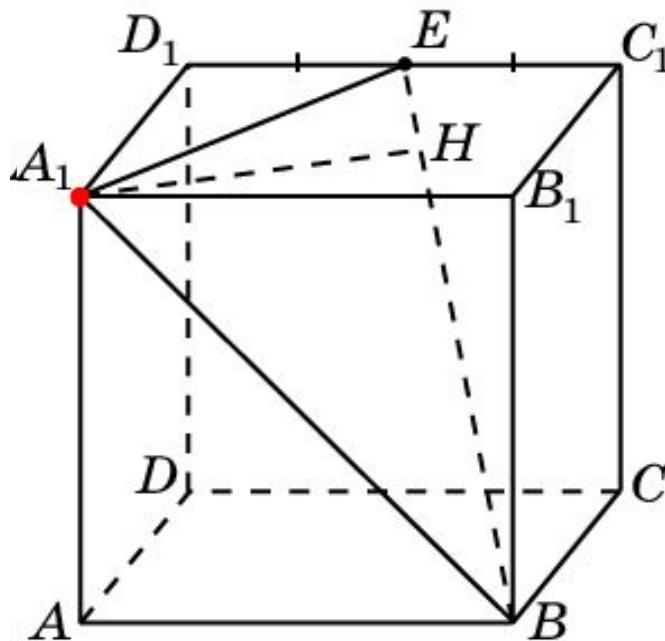
Куб 16

В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой BD_1 .



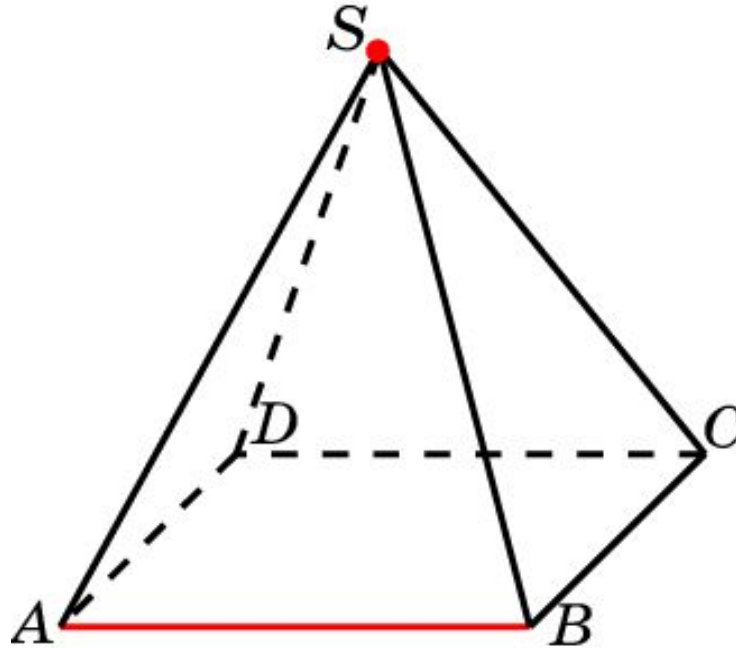
Куб 18

В единичном кубе $A\dots D_1$ точка E – середина ребра C_1D_1 .
Найдите расстояние от точки A_1 до прямой BE .



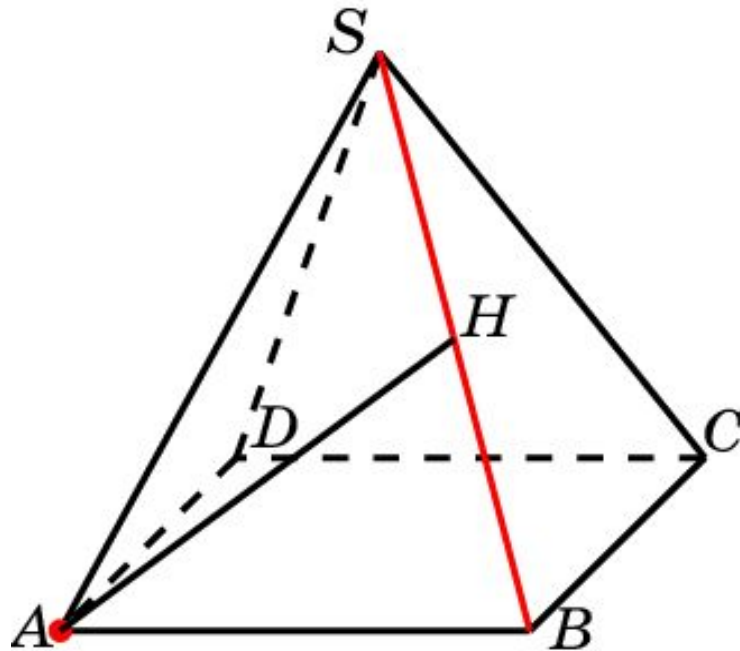
Пирамида 2

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от вершины S до прямой AB .



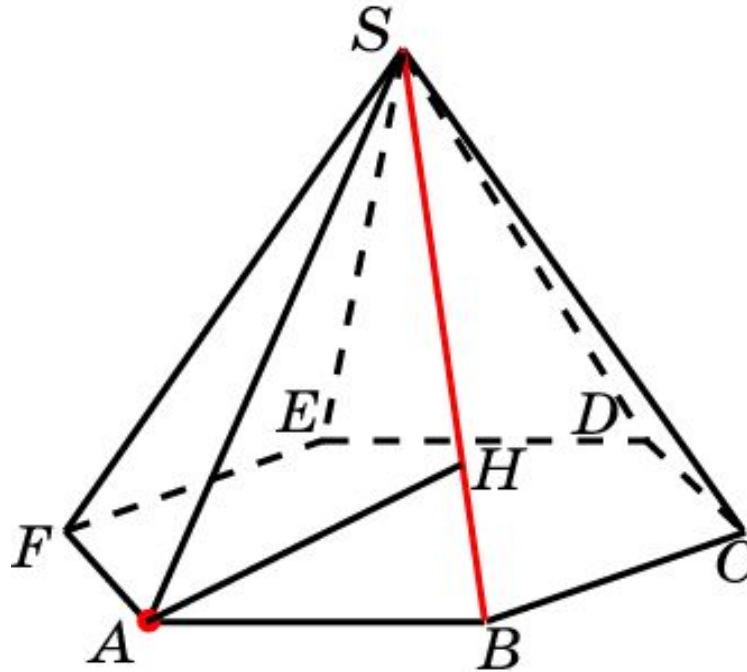
Пирамида 3

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от вершины A до прямой SB .



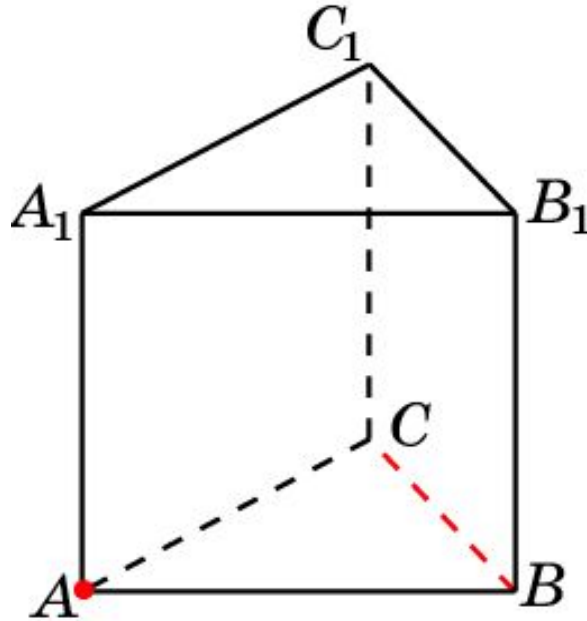
Пирамида 8

В правильной пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от точки A до прямой SB .



Призма 5

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BC .



Призма 10

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BD_1 , где D_1 – середина ребра A_1C_1 .

