

Логарифмические { неравенства

Теория Логарифмического неравенства

- Решение логарифмических неравенств основано на монотонности логарифмической функции. Поэтому решение неравенств вида $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ сводится к решению соответствующих неравенств для функций $f(x)$ и $g(x)$.

Обрати внимание!

Если основание $a > 1$, то переходят к неравенству $f(x) > g(x)$ (знак неравенства не меняется), т.к в этом случае логарифмическая функция возрастает.

Если основание $0 < a < 1$, то переходят к неравенству $f(x) < g(x)$ (знак неравенства меняется), т.к в этом случае логарифмическая функция убывает.

Решение логарифмических неравенств

Решение логарифмических неравенств имеет много общего с решением показательных неравенств:

а) При переходе от логарифмов к выражениям, стоящим под знаком логарифма, мы также сравниваем основание логарифма с единицей;

б) Если мы решаем логарифмическое неравенство с помощью замены переменных, то нужно решать относительно замены до получения простейшего неравенства.

Однако, есть одно очень важное отличие: поскольку логарифмическая функция имеет ограниченную область определения, при переходе от логарифмов к выражениям, стоящим под знаком логарифма, необходимо учитывать область допустимых значений.

Если при решении логарифмического уравнения можно найти корни уравнения, а потом сделать проверку, то при решении логарифмического неравенства этот номер не проходит: при переходе от логарифмов к выражениям, стоящим под знаком логарифма необходимо записывать ОДЗ неравенства.

Свойства Логарифмов

Свойства логарифмов.

1. Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a x} = x$

$$2. \log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$3. \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$4. \log_a x^n = n \log_a x$$

$$5. \log_a a = 1$$

$$6. \log_a 1 = 0$$

$$7. \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$8. \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \text{ - формула перехода к другому основанию}$$

$$9. \log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$$

Пример

- Решить неравенство: $\log_3(x+2) < 3$
- $\log_3(x+2) < \log_3 3^3$
- $a=3; 3>0 \Rightarrow$ функция возрастает
- $x+2 < 27$
- $x+2 < 27 \quad x < 25$
- $x+2 > 0 \quad x > -2$
- Ответ: $(-2; 25)$

Конец

Спасибо за
внимание!