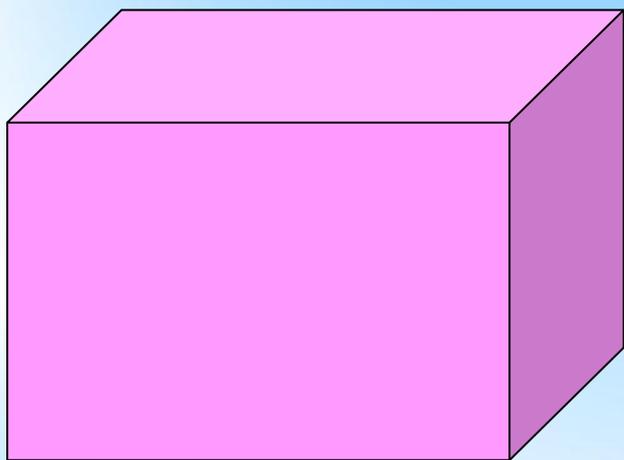




**Организация уроков повторения по теме  
«Объёмы многогранников и тел вращения».  
20.05. Геометрия 11 класс**



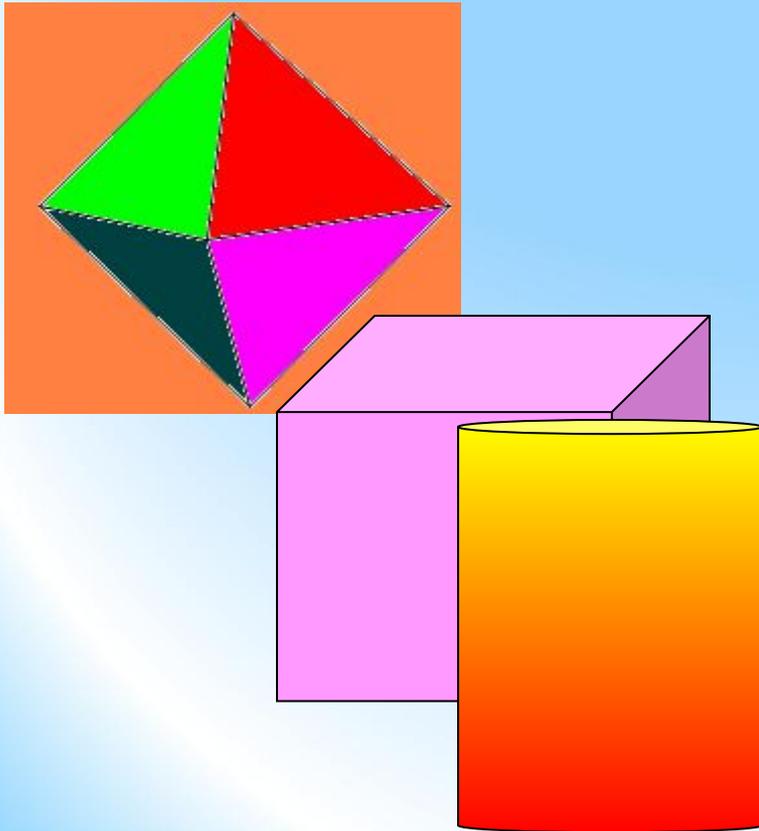
**МОУ «Школа №9 г. Тореза»**

## \* Цели

1. Повторить основные понятия планиметрии (площади) и стереометрии (объёма) через сопоставление общих принципов введения этих понятий и их свойств.
2. Сопоставить формулы объёма прямоугольного параллелепипеда, прямой призмы, куба, цилиндра и выявить общий метод подсчёта объёма этих фигур.
3. Сравнить формулы объёма пирамиды и конуса, найти общее в структуре формул.
4. Проанализировать формулы объёма шара, площади поверхности сферы и площади круга.
5. Проверить свои знания, отвечая на контрольные вопросы.
6. Закрепить материал решением задач по теме.

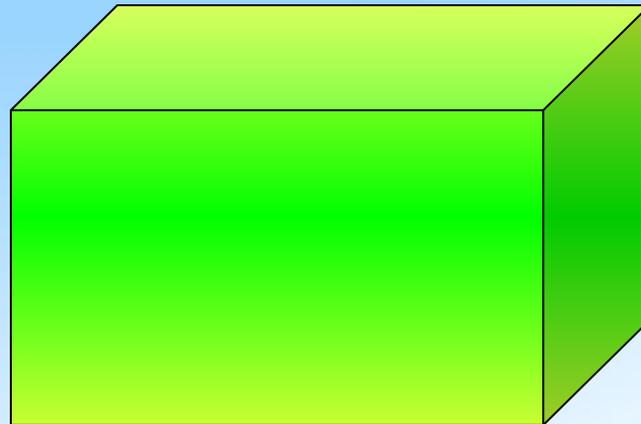
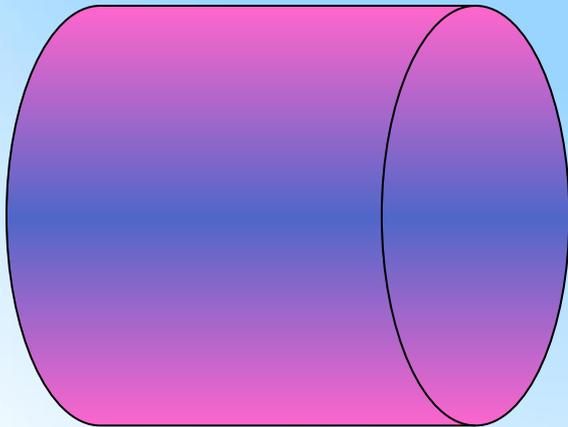
***Подобно тому как все  
искусства  
тяготеют к музыке,  
все науки  
стремятся к  
математике.***

***Д. Сантаяна***



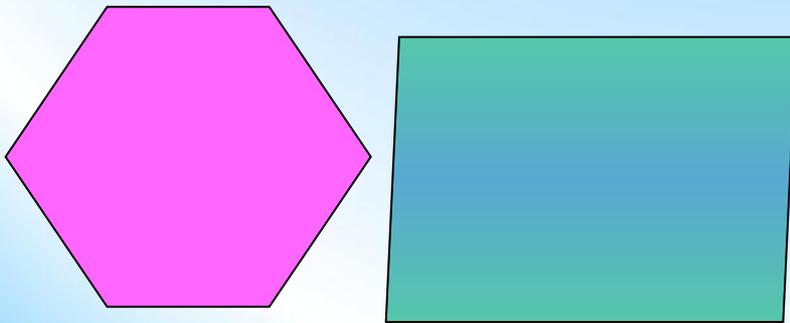
\*Геометрия есть искусство правильно рассуждать на неправильных чертежах.

Поля Д.



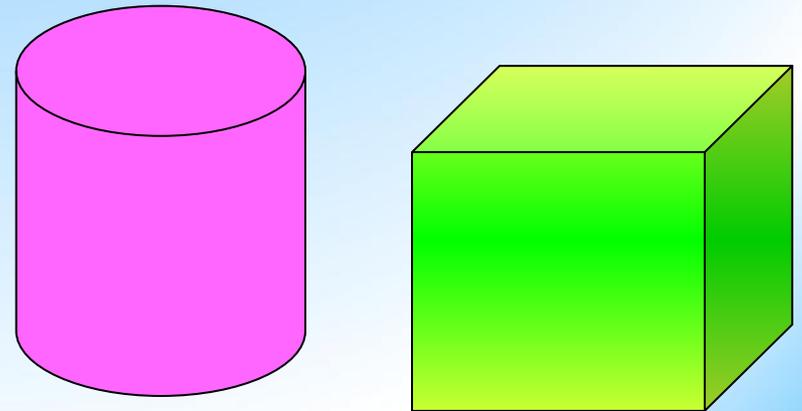
## Площадь

Площадь многоугольника - это положительная величина той части плоскости, которую занимает многоугольник.



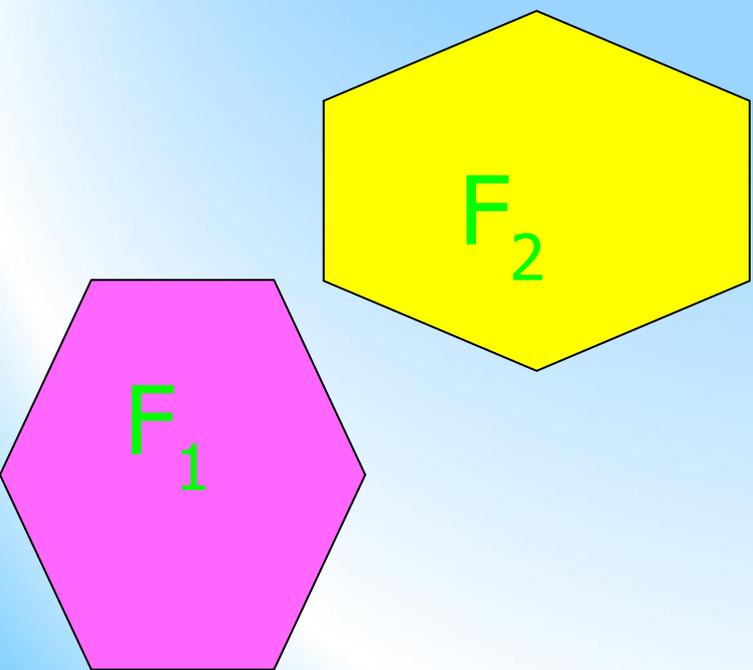
## Объём

Объём тела - это положительная величина той части пространства, которую занимает геометрическое тело.



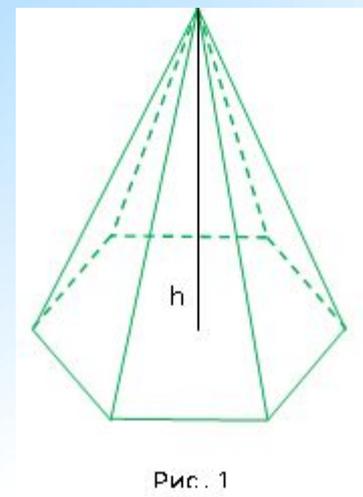
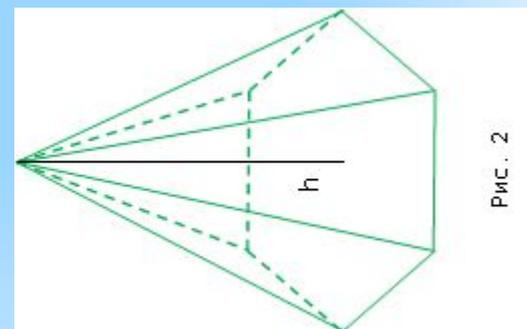
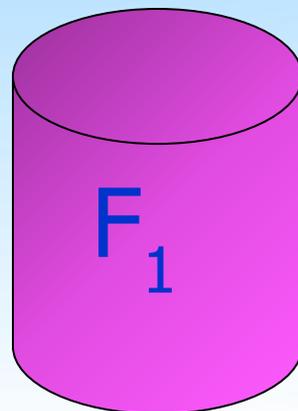
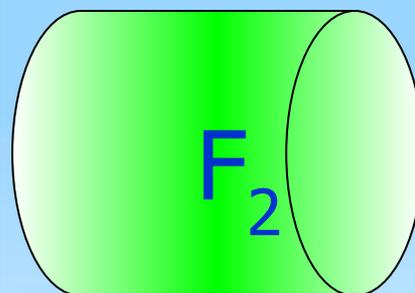
## Свойства площадей:

1. Равные многоугольники имеют равные площади



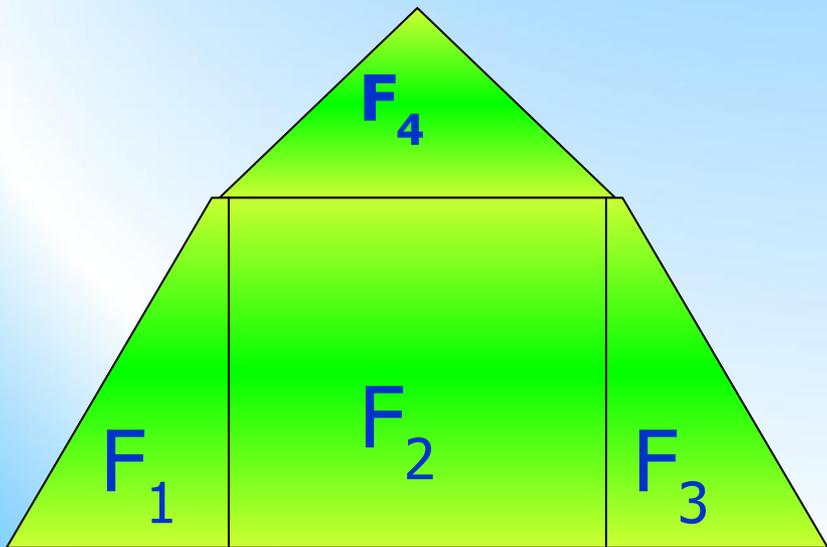
## Свойства объёмов:

1. Равные тела имеют равные объёмы



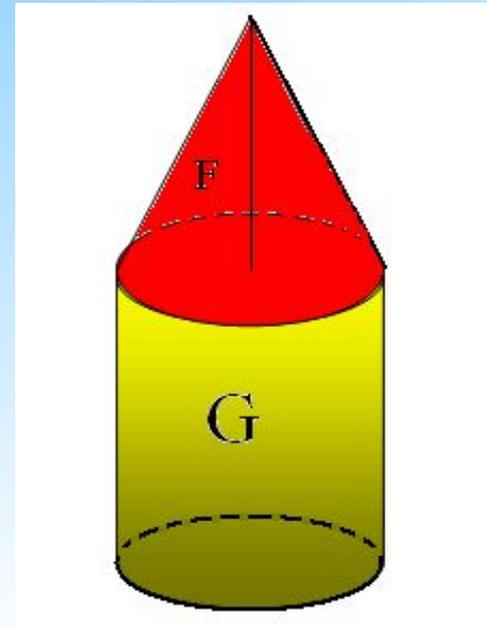
2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.

$$S_F = S_{F_1} + S_{F_2} + S_{F_3} + S_{F_4}$$



2. Если тело составлено из нескольких тел, то его объём равен сумме объёмов этих тел.

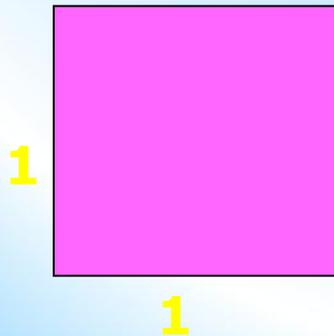
$$V = V_F + V_G$$



## Площадь

За единицу измерения площадей принимают квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков.

1 км<sup>2</sup>, 1 м<sup>2</sup>, 1 дм<sup>2</sup>, 1 см<sup>2</sup>,  
1 мм<sup>2</sup>, 1 а, 1 га и т.д.

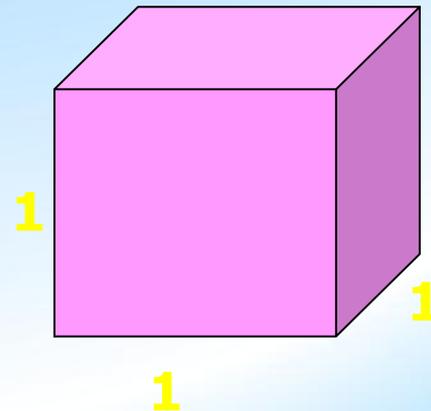


## Объём

За единицу измерения объёмов принимают куб, ребро которого равно единице измерения отрезков.

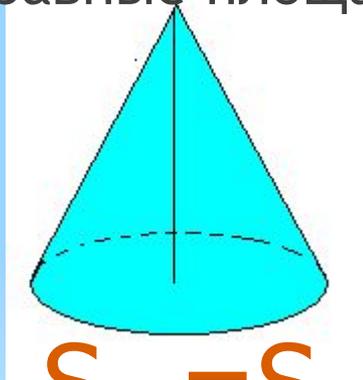
Куб с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают см<sup>3</sup>.

Аналогично определяют 1 м<sup>3</sup>, 1 дм<sup>3</sup>, 1 см<sup>3</sup>, 1 мм<sup>3</sup> и т.д.

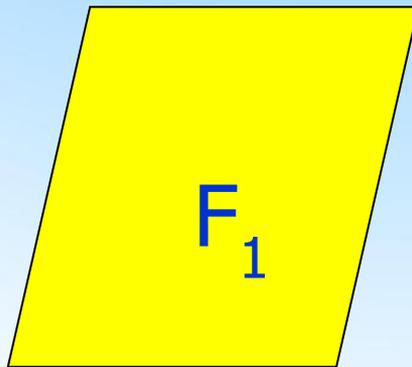
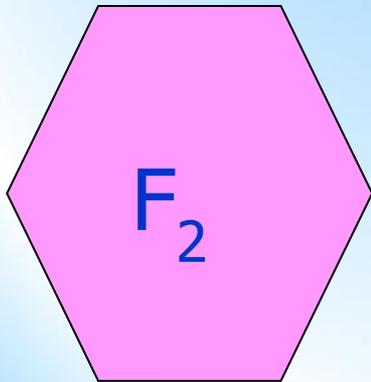


## Площадь

Равновеликими называются геометрические фигуры, имеющие равные площади



$$S_{F_2} = S_{F_1}$$



## Объём

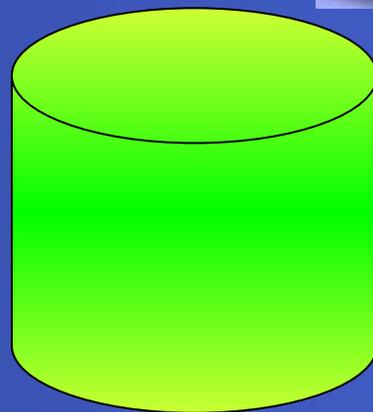
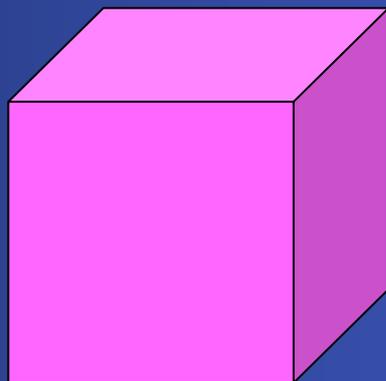
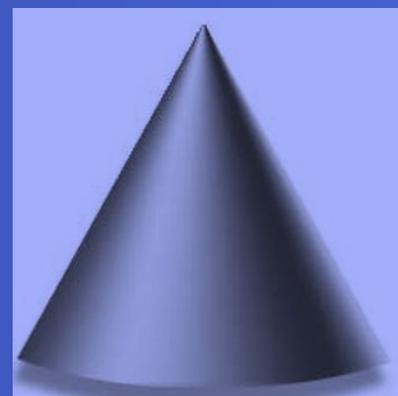
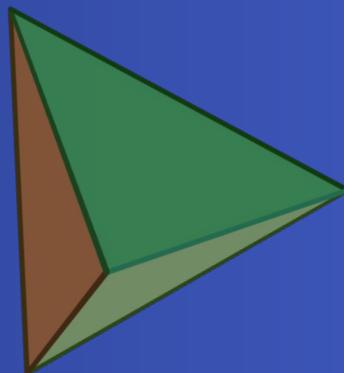
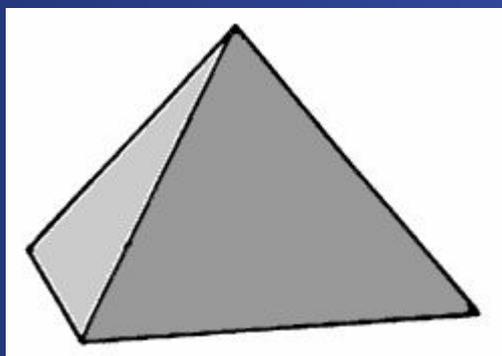
Равновеликими называются тела, объёмы которых равны

$$V_{F_2} = V_{F_1}$$

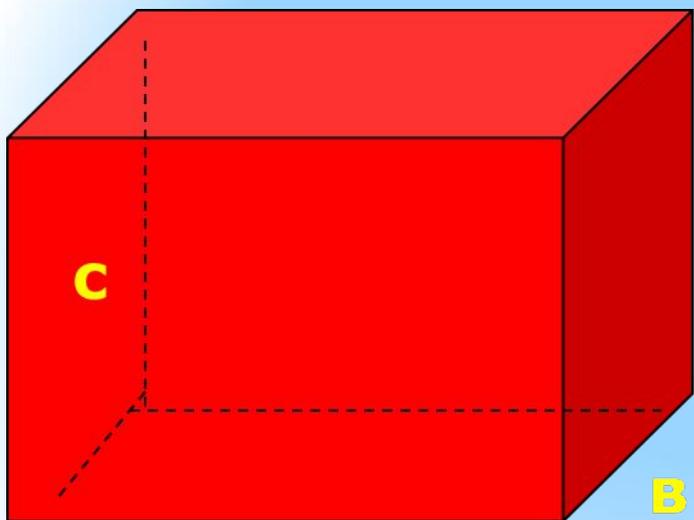


$F_1$

В стереометрии рассматриваются объёмы многогранников и объёмы тел вращения.



\* Объём прямоугольного параллелепипеда:



a

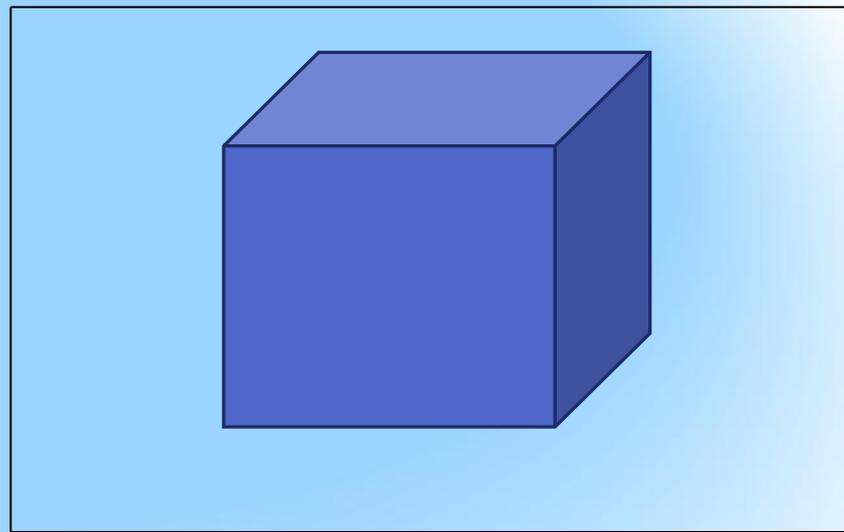
a- длина, b – ширина, c – высота

$$V = S \cdot H, \text{ где}$$

$$S = a \cdot b$$

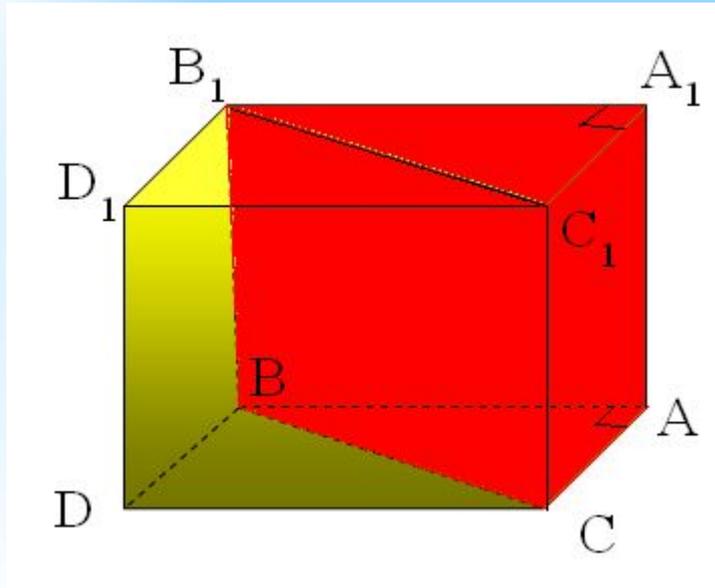
Тогда  $V = a \cdot b \cdot c$

Объём куба- частный случай  
прямоугольного параллелепипеда :



Длина, ширина и высота  
куба равны - a, тогда  
объём куба равен  
 $V = a^3$

# \* Объёмы прямых призм:



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

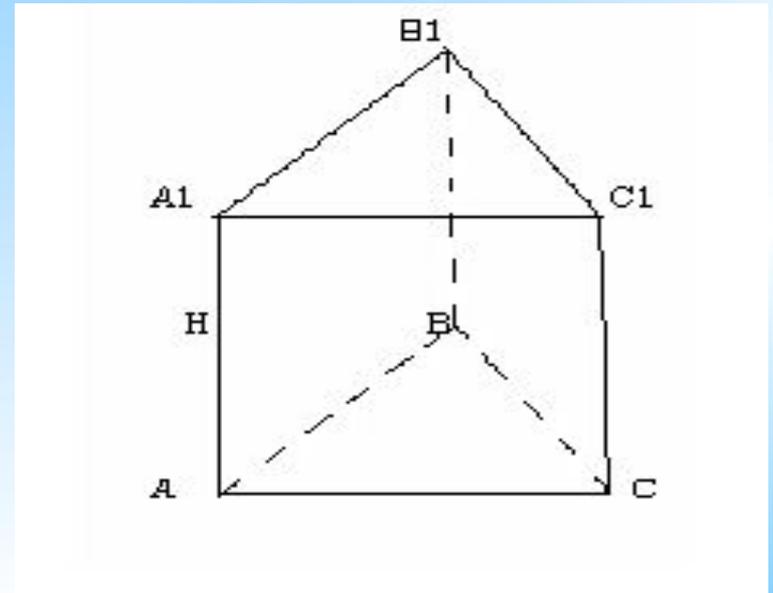
$$V_{\text{параллел}} = S_{\text{основания}} \cdot H$$
$$S_{\text{основания}} = 2 \cdot S_{\text{ABC}}$$

По свойству объёмов

$$V_{\text{параллел}} = 2 \cdot S_{\text{ABC}} \cdot H$$

$$V_{\text{призмы}} = V_{\text{парал}} : 2$$

$$V_{\text{призмы}} = (2 \cdot S_{\text{ABC}} \cdot H) : 2$$



## \* Объём

### цилиндра:

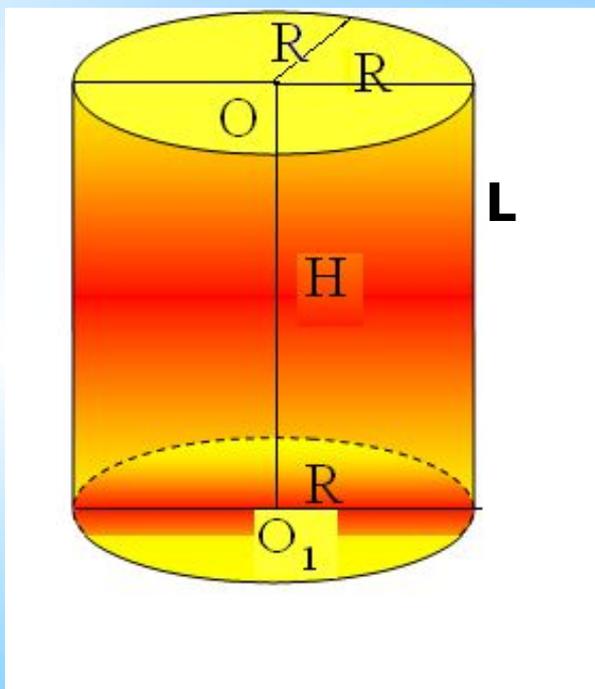
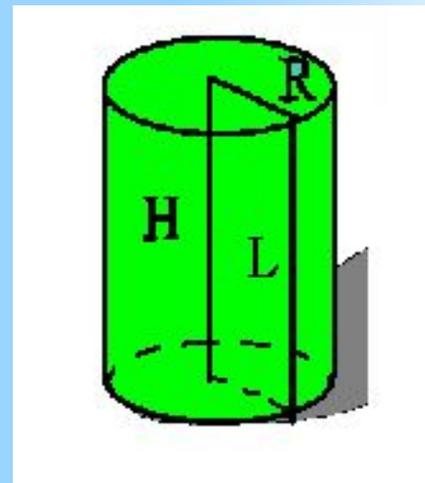
R - радиус основания  
цилиндра

H - высота

L - образующая

$L = H = OO_1$

V - объём цилиндра



Объём цилиндра равен:

$$V = \pi R^2 \cdot H$$

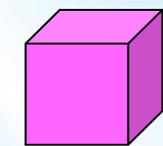
$V = S_{осн} \cdot H$ ,

где  $S_{осн} = \pi \cdot R^2$

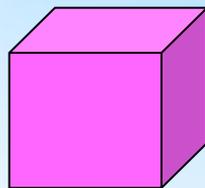
# \* Закрепление пройденного материала:

## Задача №1

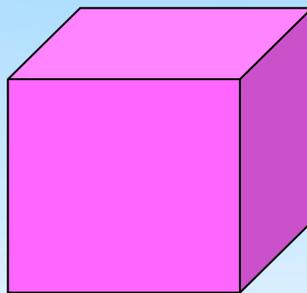
Три латунных куба с ребрами 3 см, 4 см и 5 см переплавлены в один куб. Вычислить длину ребра полученного куба?



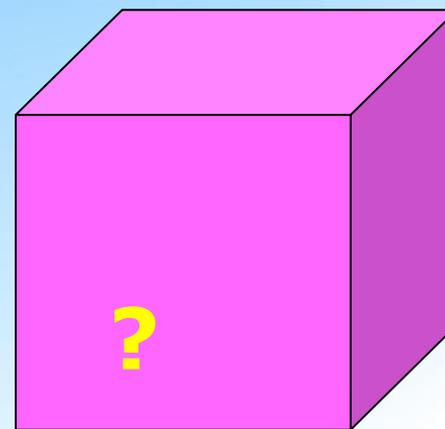
$a_1$



$a_2$



$a_3$



**Решение:**

$$V_F = V_{F1} + V_{F2} + V_{F3}$$

$$V_{F1} = 3^3 = 27 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$V_{F2} = 4^3 = 64 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$V_{F3} = 5^3 = 125 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$V_F = 27 + 64 + 125 = 216 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$V_F = a^3$$

$$a^3 = 216 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$a = 6 \text{ (см)}$$

**Ответ:** ребро куба равно 6 см.

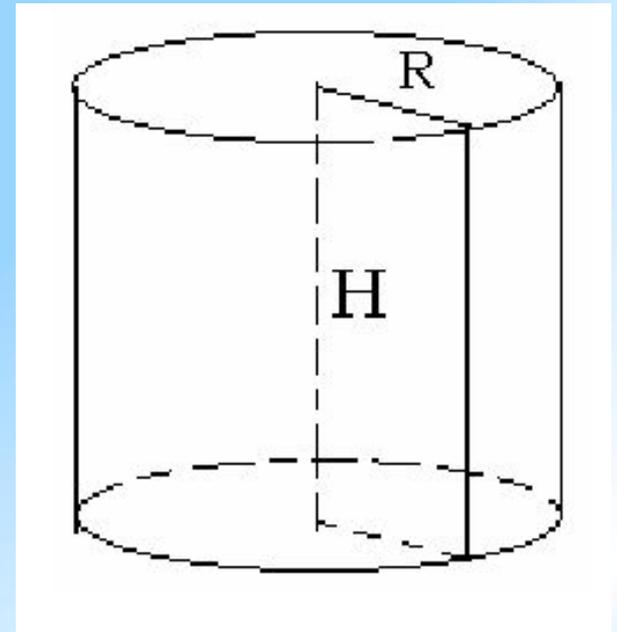
**\* Задача №**

Найдите<sup>2</sup> объём  
цилиндра, если радиус  
его основания равен  
6 см, а высота 8 см.

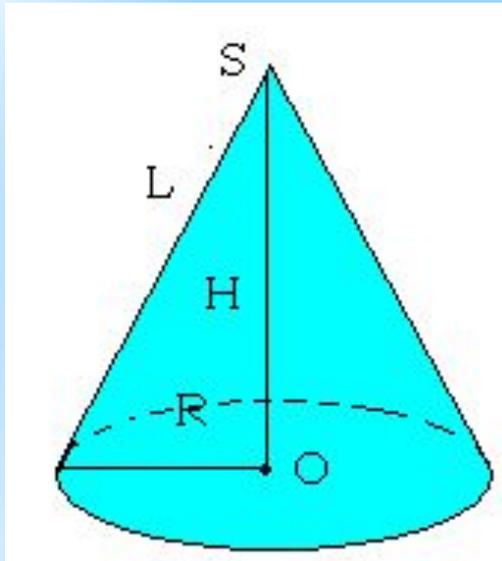
**Решение:**

$$\begin{aligned} V &= S_{\text{осн}} \cdot H = \pi \cdot R^2 \cdot H \\ &= \\ &= \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 288\pi \text{ (см}^3\text{)} \end{aligned}$$

**Ответ: объём цилиндра  
равен  $288\pi$  см<sup>3</sup>.**



## \* Объём конуса:



R - радиус основания

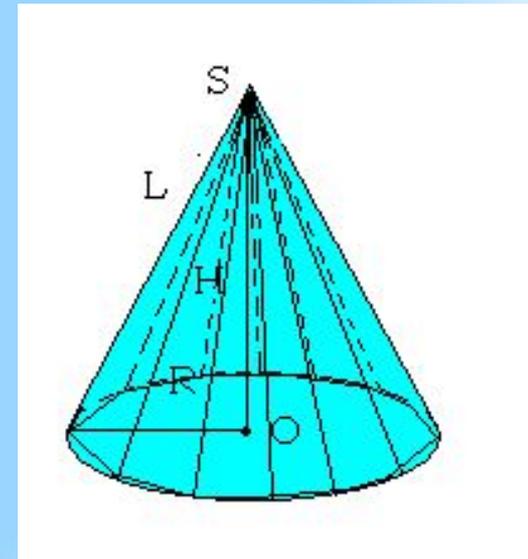
L - образующая конуса

H - высота

V - объём конуса

$$V = 1/3 \pi R^2 \cdot H = \\ = 1/3 S_{\text{осн}} \cdot H$$

## Объём пирамиды:



S – площадь основания  
пирамиды

H – высота пирамиды

V – объём пирамиды

$$V = 1/3 \cdot S_{\text{осн}} \cdot H$$

## \* Задача

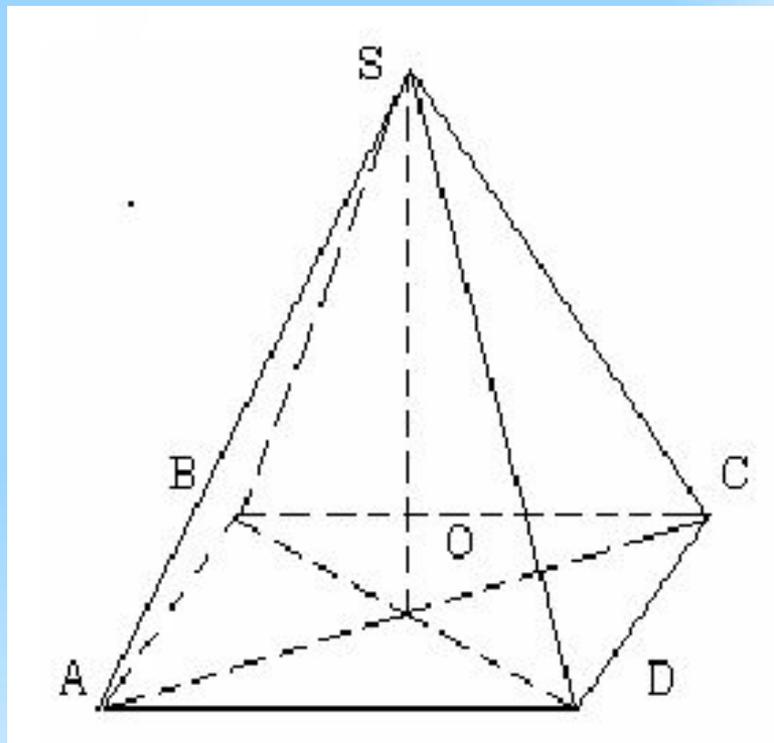
### №3

Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, высота которой равна 12 см, а сторона основания 13 см.

Решение:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} S H = \frac{1}{3} a^2 H, \text{ т.к.} \\ & ABCD - \text{квадрат, то } S = a^2 \\ V &= \frac{1}{3} \cdot 13^2 \cdot 12 = \\ &= \frac{1}{3} \cdot 169 \cdot 12 = 676 \text{ (см}^3\text{)} \end{aligned}$$

Ответ: объём правильной четырёхугольной пирамиды равен  $676 \text{ см}^3$ .



# \* Проверь свои

## Теоретическая часть: **знания!**

1. Сформулируйте понятие объёма.
2. Сформулируйте основные свойства объёмов тел.
3. Назовите единицы измерения объёмов тел.
4. Назовите формулы для измерения объёма :
  - прямоугольного параллелепипеда; куба; прямой призмы;
  - правильной пирамиды; цилиндра и конуса.

## Практическая часть:

1. Изменится ли объём цилиндра, если радиус его основания увеличить в 2 раза, а высоту уменьшить в 4 раза?

$$(V = \pi R^2 H; \quad V = \pi (2R)^2 \cdot \frac{H}{4} = \pi 4R^2 \cdot \frac{H}{4} = \pi R^2 \cdot H )$$

2. Цилиндр и конус имеют общее основание и высоту. Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 20. (сб. тестовых заданий ЕГЭ Математика 2014г.)
3. Объём конуса равен 32. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса. (сб. тестовых заданий ЕГЭ Математика 2014г.)

