Урок геометрии в

11 классе

учителя Текутовой И.Н.

Движения в пространстве

- Центральная симметрия
- Осевая симметрия
- Зеркальная симметрия
- Параллельный перенос

у

Форма урока:
Урок – семинар, решение проблемного вопроса

Цели урока:

- Актуализировать личностное осмысление учащимися учебного материала «Движения в пространстве»
- Содействовать сознательному пониманию прикладного значения темы, развитию умения видеть в окружающей действительности изучаемые виды движений
- Развивать познавательный интерес к построению образов объектов при различных видах движений
- Способствовать грамотному усвоению темы, отработке практических навыков

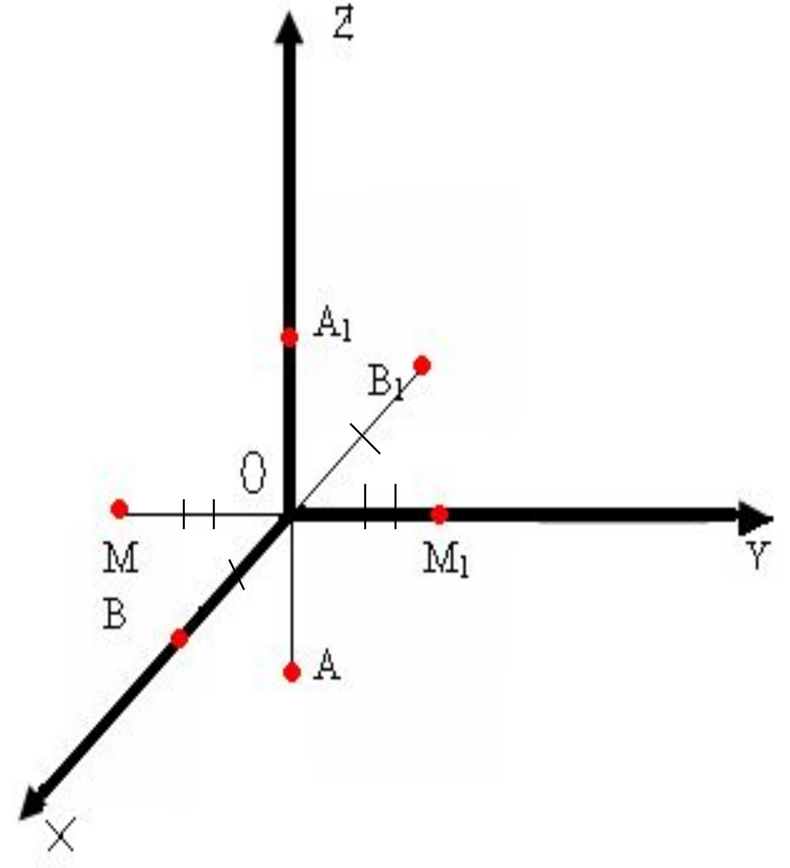
Симметрия является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту и совершенство.

Г. Вейль.

Движение пространства - это отображение пространства на себя, сохраняющее расстояние между точками.

Центральная симметрия

Центральная симметрия – отображение пространства на себе, при котором любая точка М переходит в симметричную ей точку М1 относительно данного центра О.



Z
A1
B1
O
M
M1
Y
B
A
X

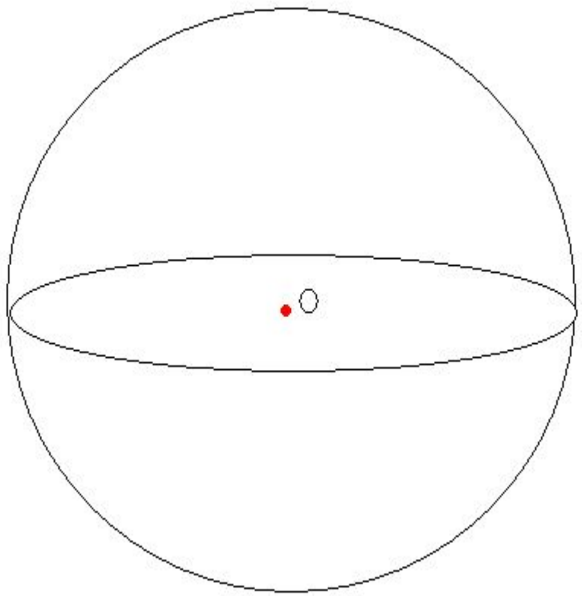
Докажем, что *центральная симметрия является движением*. Обозначим буквой O центр симметрии и введем прямоугольную систему координат $Oxyz$ с началом в точке O. Установим связь между координатами двух точек $M(x;\ y;\ z)$ и $M_1(x_1;\ y_1;\ z_1)$, симметричных относительно точки O. Если точка M не совпадает с центром O, то O — середина отрезка MM_1. По формулам для координат середины отрезка получаем

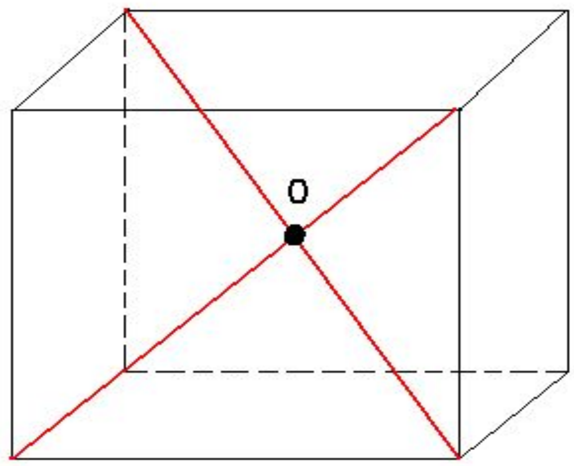
$$\frac{x+x_1}{2}=0,\quad \frac{y+y_1}{2}=0,\quad \frac{z+z_1}{2}=0,$$

откуда $x_1=-x$, $y_1=-y$, $z_1=-z$. Эти формулы верны и в том случае, когда точки M и O совпадают (объясните почему).

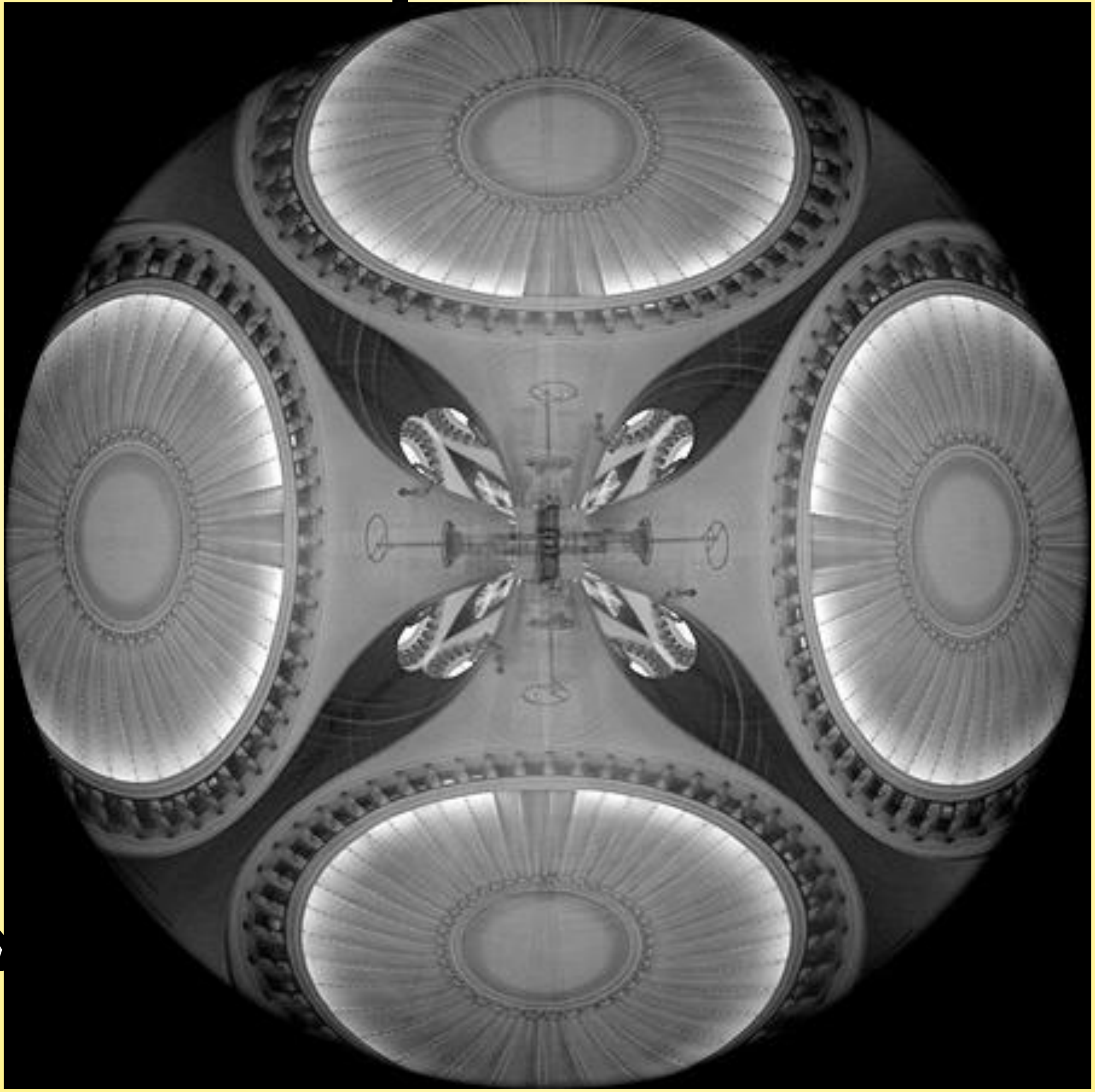
Рассмотрим теперь любые две точки $A(x_1;\ y_1;\ z_1)$ и $B(x_2;\ y_2;\ z_2)$ и докажем, что расстояние между симметричными им точками A_1 и B_1 равно AB. Точки A_1 и B_1 имеют координаты $A_1(-x_1;\ -y_1;\ -z_1)$ и $B_1(-x_2;\ -y_2;\ -z_2)$. По формуле расстояния между двумя точками находим: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$, $A_1B_1=$ $=\sqrt{(-x_2+x_1)^2+(-y_2+y_1)^2+(-z_2+z_1)^2}$. Из этих соотношений ясно, что $AB=A_1B_1$, что и требовалось доказать.

Фигуры, обладающие Центральной симметрией

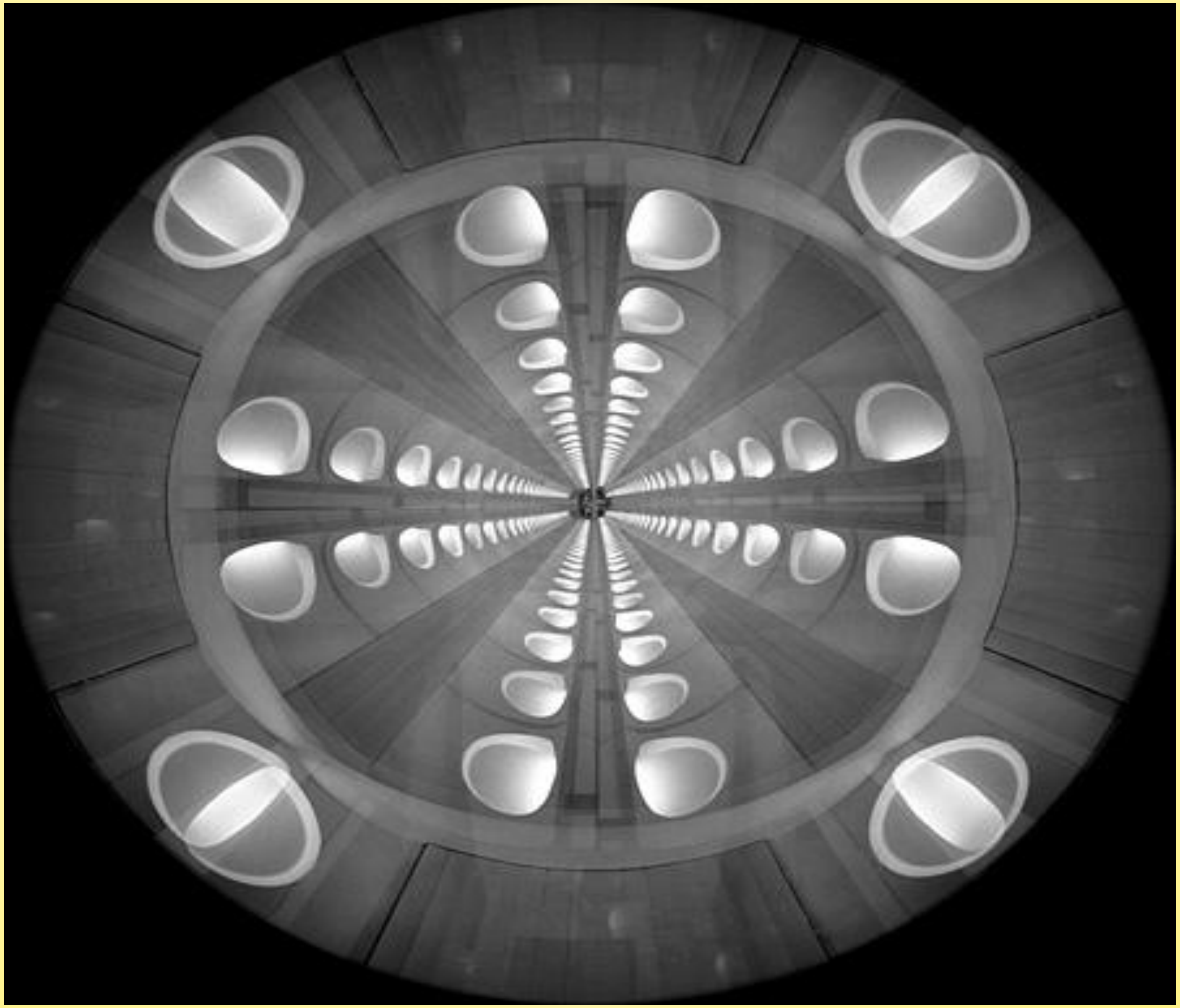




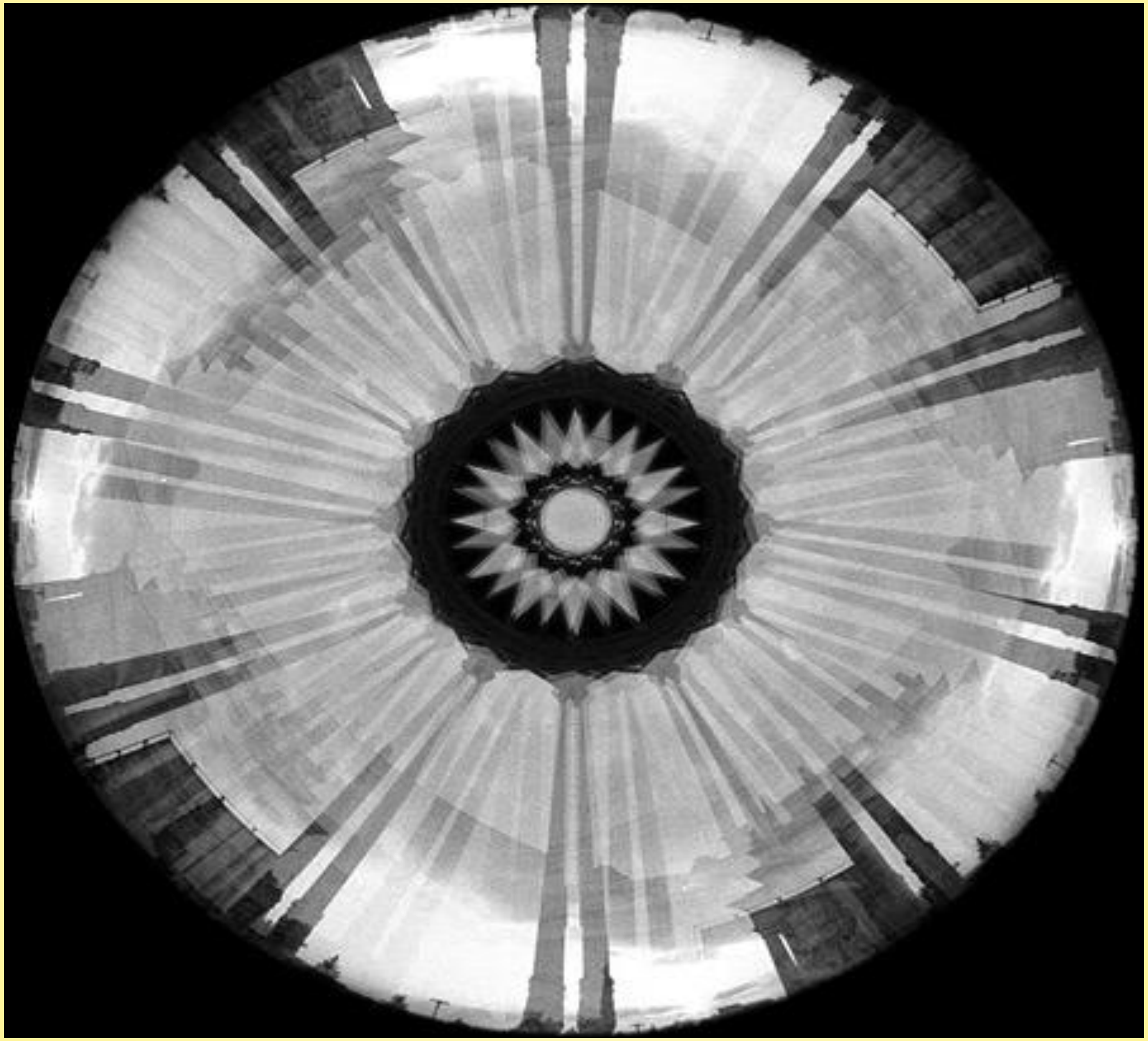
Ст. метро Сокол

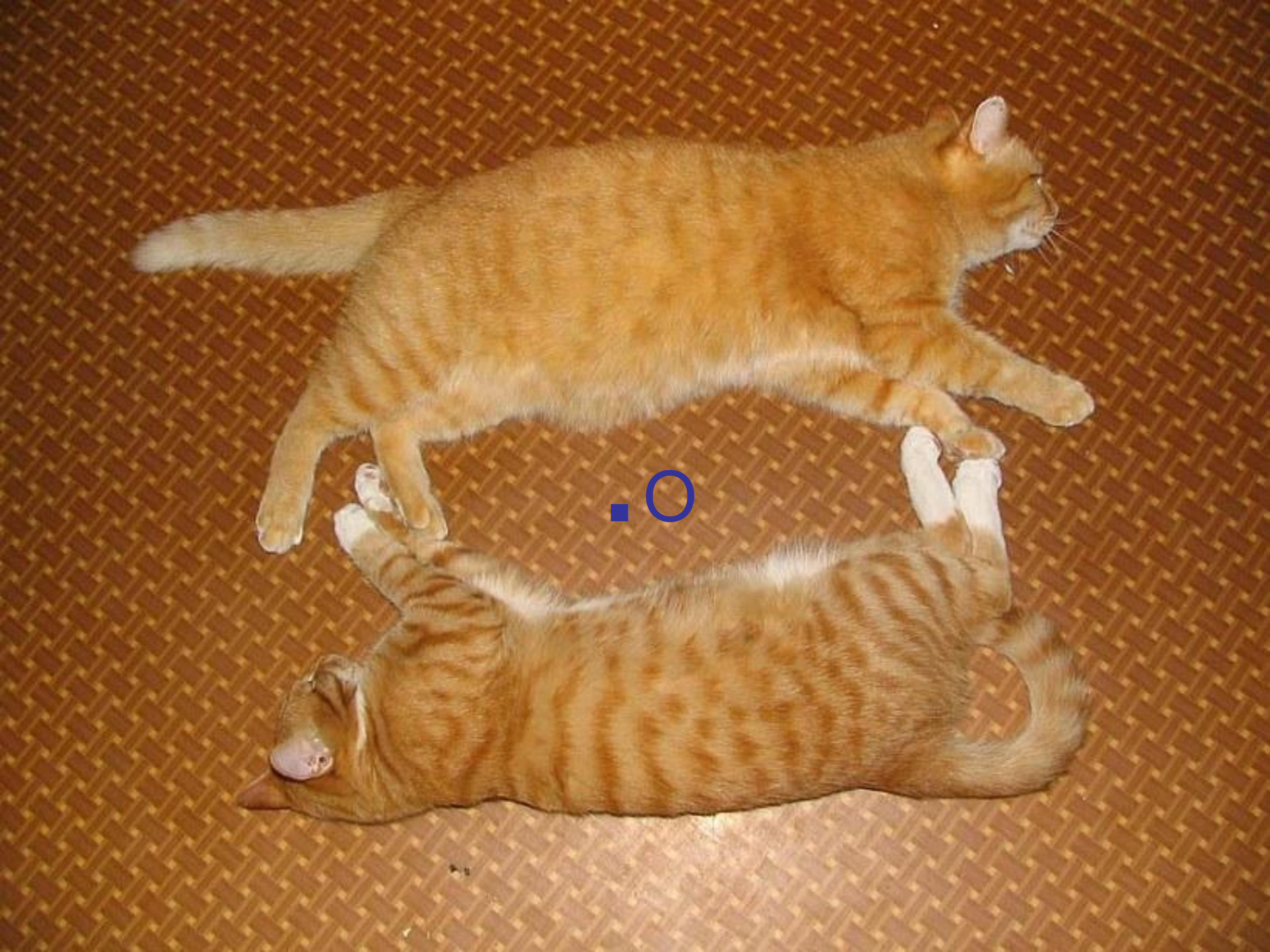


Ст. метро Римская



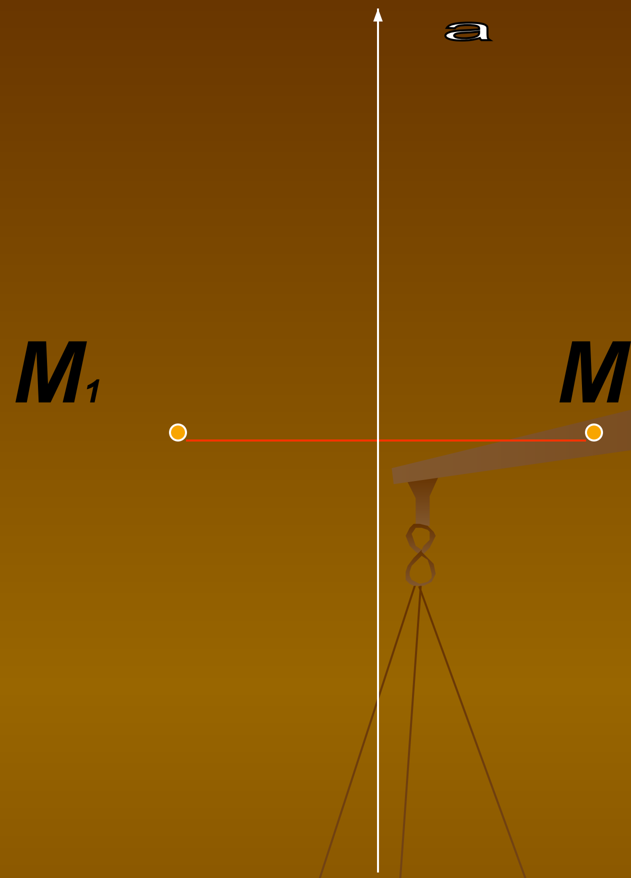
Павильон Культура, ВВЦ





Осевая симметрия

Осевая симметрия

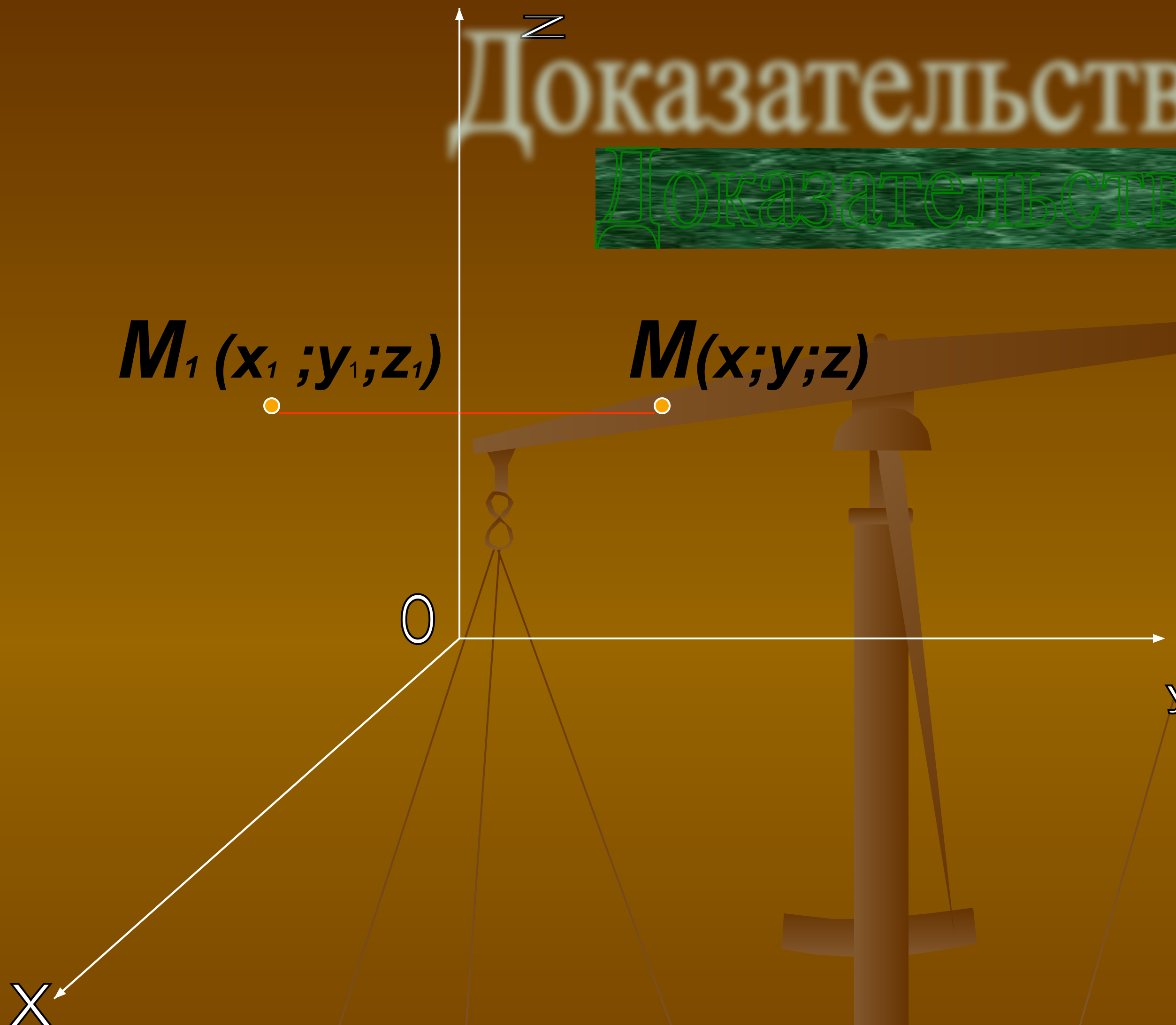


Осевой симметрией с осью **<u>a</u>** называется такое отображение пространства на себя, при котором любая точка **<u>M</u>** переходит в симметричную ей точку **<u>M1</u>** относительно оси **<u>a</u>**.

Осевая симметрия – это движение.

Доказательство

Докажем, что осевая симметрия является движением. Для этого введем прямоугольную систему координат ***Oxyz*** так, чтобы ось ***Oz*** совпала с осью симметрии, и установим связь между координатами двух точек ***M(x;y;z)*** и ***M1(x1;y1 ;z1)*** симметричных относительно оси ***Oz.*** Если точка ***M*** не лежит на оси ***Oz***, то ось ***Oz***:



1) проходит через середину отрезка ***MM1*** и 2) перпендикулярна к нему. Из первого условия по формулам для координат середины отрезка получаем ***(x+x1)/2=0*** и ***(y+y1)/2=0***, откуда ***x1=-x*** и ***y1=-z***. Второе условие означает, что аппликаты точек ***M*** и ***M1*** равны: ***z1=z***.

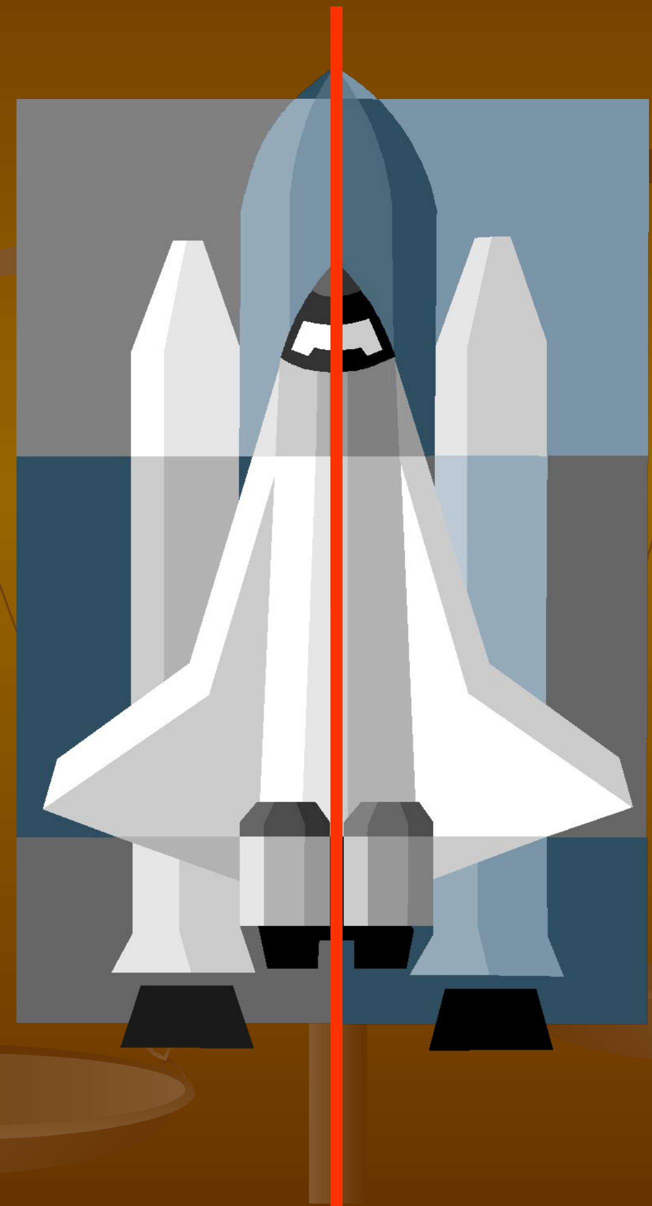
Доказательство

Рассмотрим теперь любые две точки $A(x_1;y_1;z_1)$ и $B(x_2;y_2;z_2)$ и докажем, что расстояние между симметричными им точками A_1 и B_1 равно AB. Точки A_1 и B_1 имеют координаты $A_1(-x_1;-y_1;-z_1)$ и $B_1(-x_1;-y_1;-z_1)$ По формуле расстояния между двумя точками находим: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)}$,

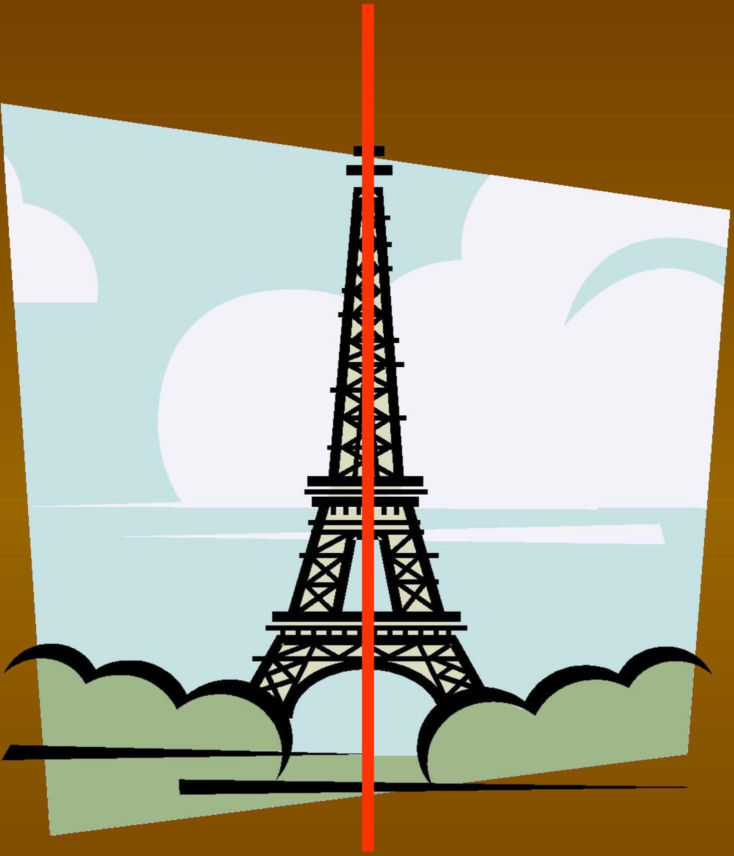
$A_1B_1=\sqrt{(-x_2+x_1)^2+(-y_2+y_1)^2+(-z_2+z_1)}$. Из этих соотношений ясно, что $AB=A_1B_1$, что и требовалось доказать.

Применение

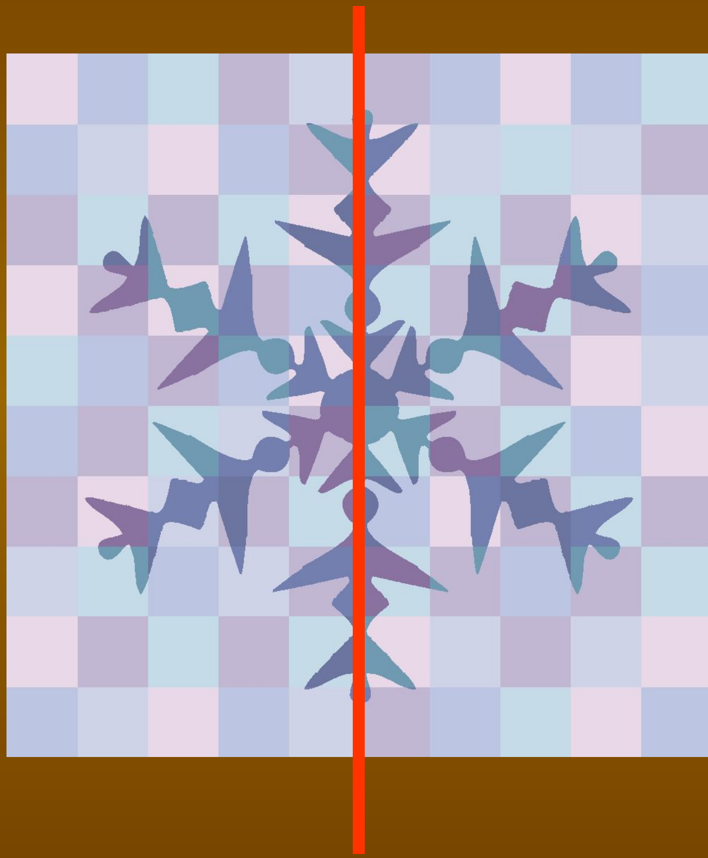
Осевая симметрия встречается очень часто. Ее можно увидеть как в природе: листья растений или цветы, тело животных насекомых и даже человека, так и в творении самого человека: здания, автомобили, техника и многое другое.

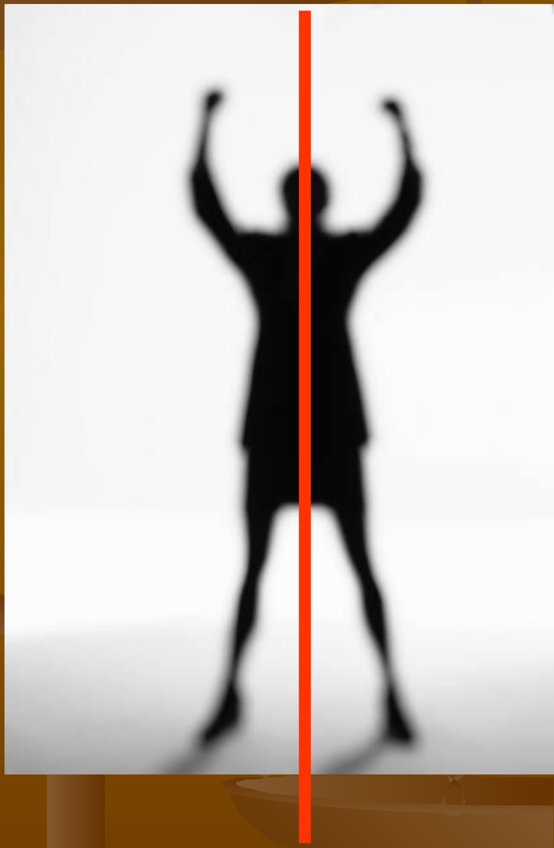


Применение осевой симметрии в жизни



Архитектурные строения





Снежинки и тело человека

Эйфелева Башня

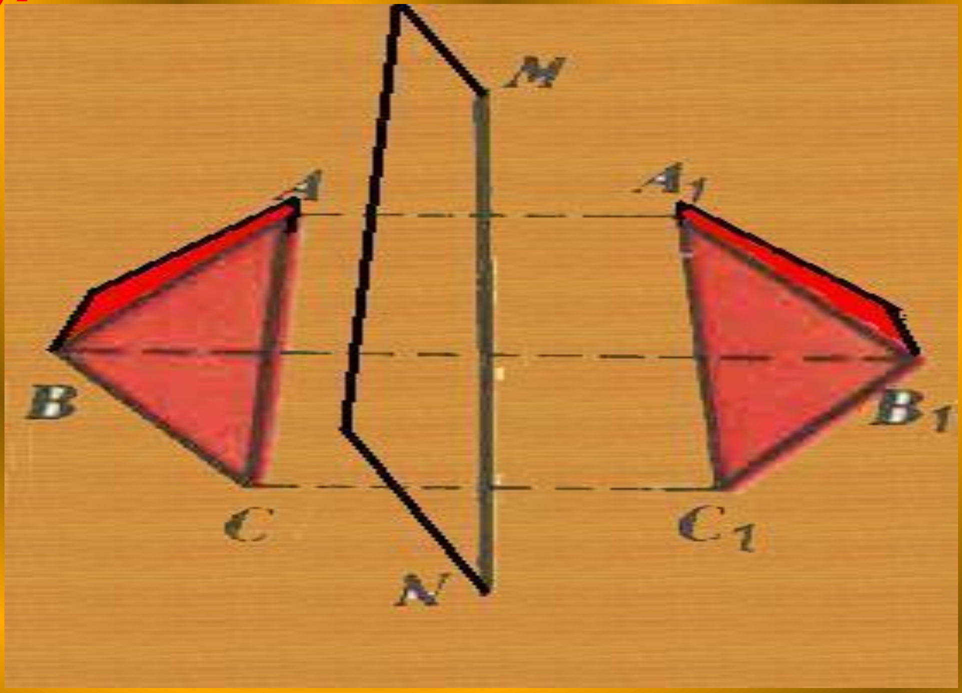
сова

Что может быть больше похоже на мою руку или мое ухо , чем их собственное отражение в зеркале ? И все же руку которую я вижу в зеркале , нельзя поставить на место настоящей руки.

Эммануил Кант .

Зеркальная симметрия

- ***Отображение объемной фигуры, при котором каждой ее точке соответствует точка, симметричная ей относительно данной плоскости, называется отражением объемной фигуры в этой плоскости (или зеркальной симметрией).***



- Теорема 1. Отражение в плоскости сохраняет расстояния и, стало быть, является движением.

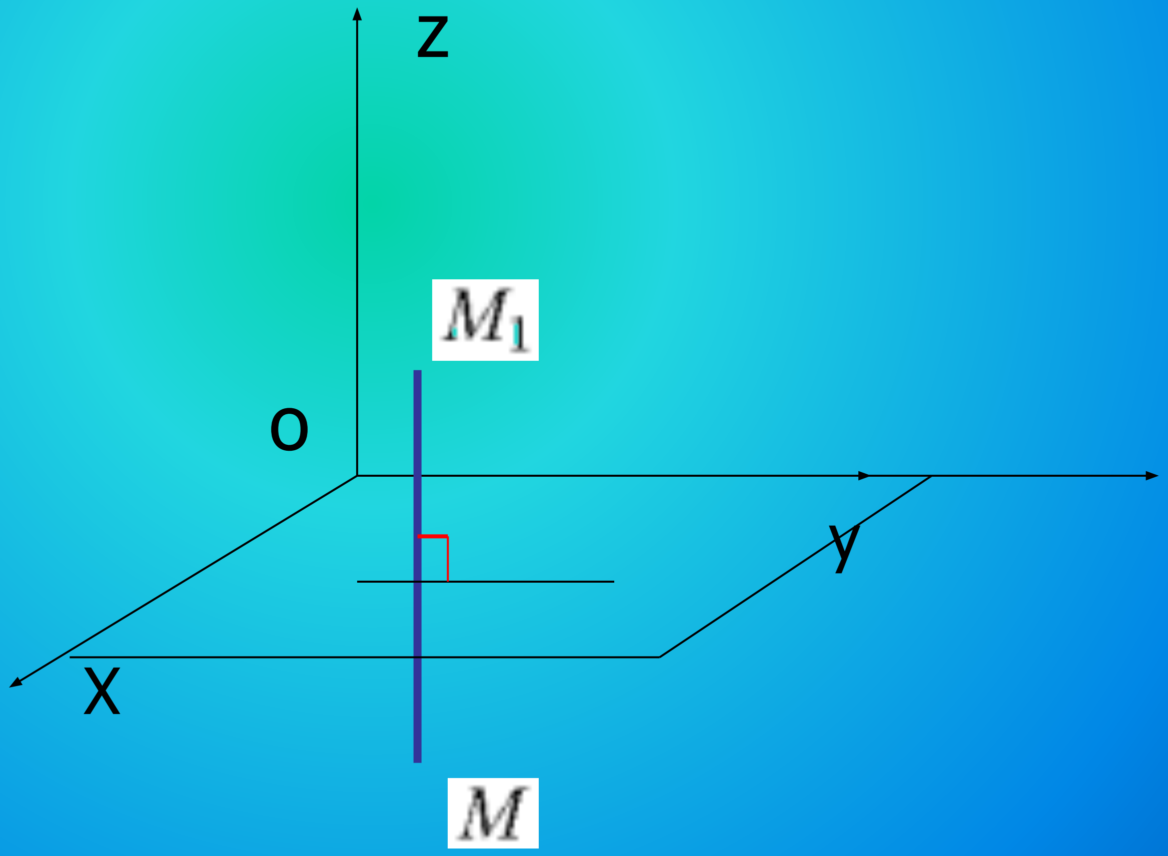
  Теорема 2. Движение, при котором все точки некоторой плоскости неподвижны, является отражением в этой плоскости или тождественным отображением.

  Зеркальная симметрия задается указанием одной пары соответствующих точек, не лежащих в плоскости симметрии: плоскость симметрии проходит через середину отрезка, соединяющего эти точки, перпендикулярно к нему.

Докажем, что зеркальная симметрия – это движение

Для этого введем прямоугольную систему координат Oxyz так, чтобы плоскость Oxy совпала с плоскостью симметрии, и установим связь между координатами двух точек M(x; y; z) и

M1(x1;y1;z1), симметричных относительно плоскости Oxy.



Если точка M не лежит в плоскости Oxy, то эта плоскость: 1) проходит через середину отрезка MM1 и 2) перпендикулярна к нему. Из первого условия по формуле координат середины отрезка получаем (z+z1)/2=0, откуда z1=-z. Второе условие означает, что отрезок MM1 параллелен оси Oz, и. следовательно, x1=x, y1=y. M лежит в плоскости Oxy.

Рассмотрим теперь две точки A (x1;y1;z1) и B (x2;y2;z2) и докажем, что расстояние между симметричными им точками A1(x1;y1;-z1) и B (x2;y2;-z2). По формуле расстояния между двумя точками находим: AB= корень квадратный из (x2-x1)2+(y2-y1)2+(z2-z1)2, A1B1=корень квадратный из (x2-x1)2+(y2-y1)2+(-z2-z1)2. Из этих соотношений ясно, что и

требовалось доказать.

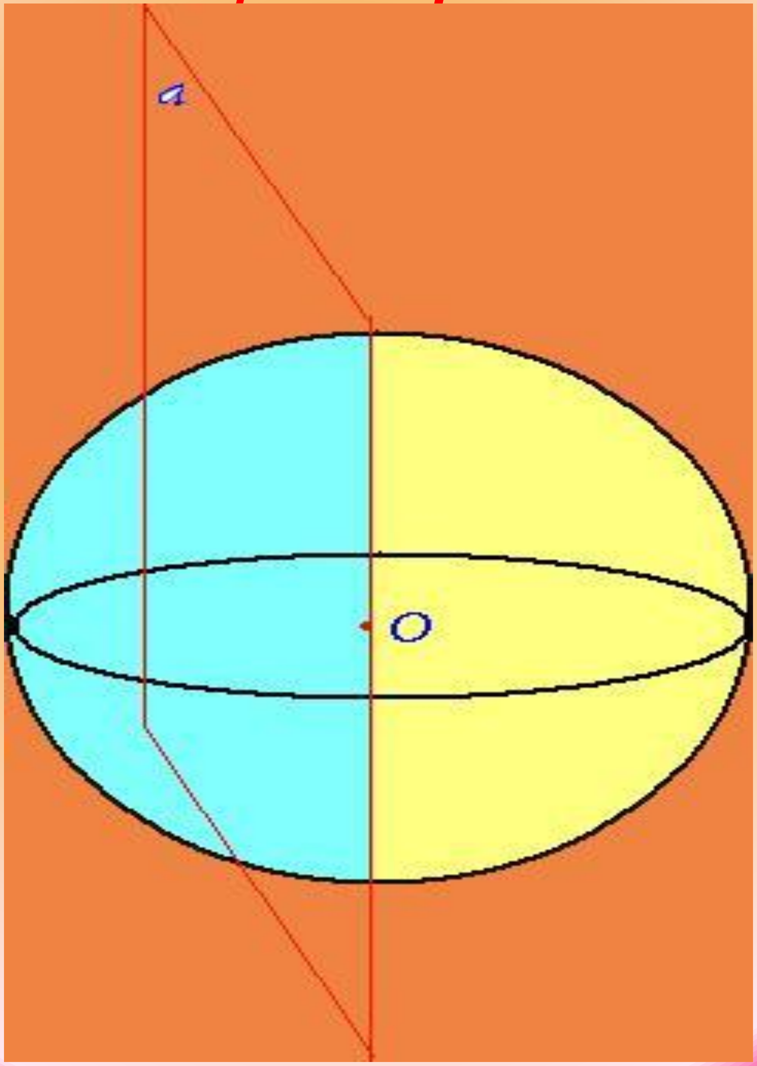
- *Симметрия относительно плоскости (зеркальная симметрия) пространства есть движение, а значит, обладает всеми свойствами движений: переводит прямую в прямую, плоскость --- в плоскость.*

- *Кроме того, это преобразование пространства, совпадающее со своим обратным: композиция двух симметрий относительно одной и той же плоскости есть тождественное преобразование.*

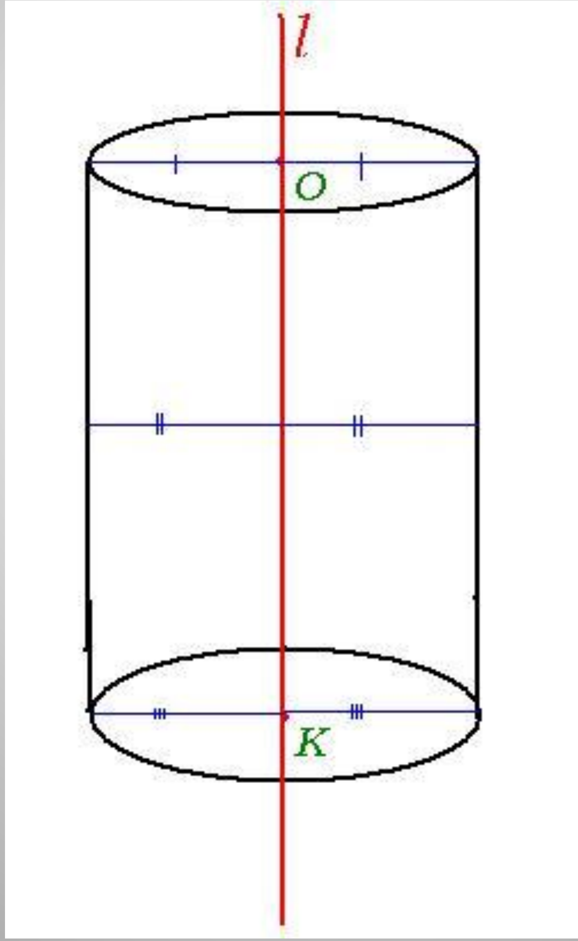
- *При симметрии относительно плоскости все точки этой плоскости, и только они, остаются на месте (неподвижные точки преобразования). Прямые, лежащие в плоскости симметрии и перпендикулярные ей, переходят в себя. Плоскости, перпендикулярные плоскости симметрии также переходят в себя.*

- *Симметрия относительно плоскости является*

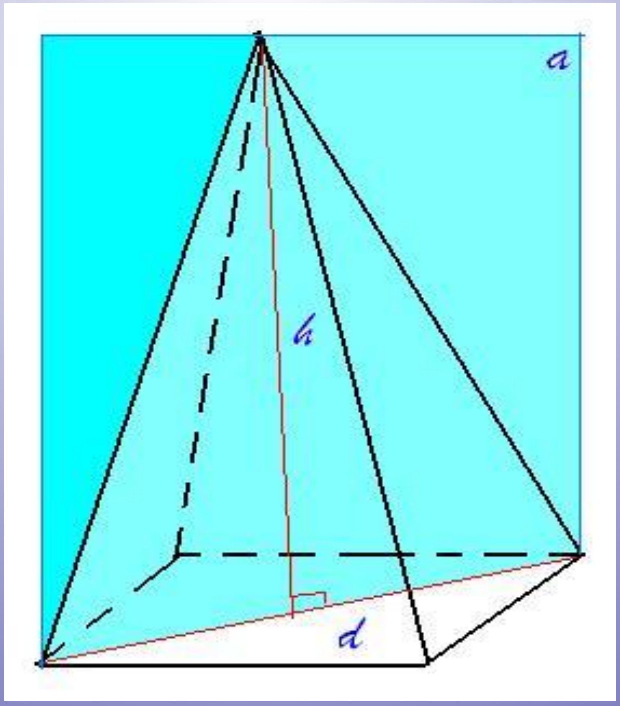
Шар симметричен относительно любой оси, проходящей через его центр.



Прямой круговой цилиндр симметричен относительно любой плоскости, проходящей через его ось.

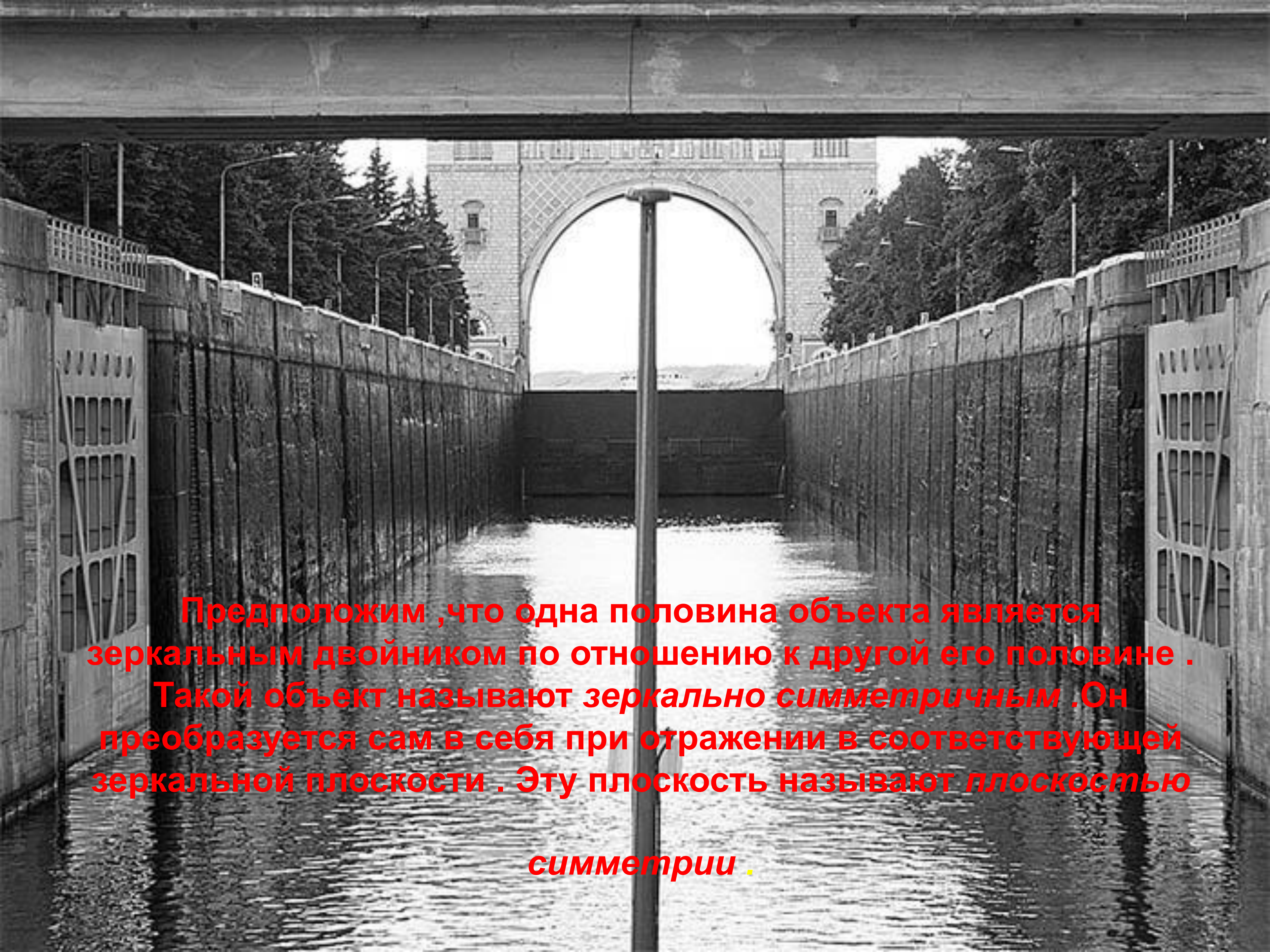


Правильная N-угольная пирамида при четном N симметрична относительно любой плоскости, проходящей через ее высоту и наибольшую диагональ основания.



Обычно считают ,что наблюдаемый в зеркале двойник является точной копией самого объекта. В действительности это не совсем так . Зеркало не просто копирует объект , а меняет местами (переставляет) передние и задние по отношению к зеркалу части объекта . В сравнении с самим объектом его зеркальный двойник оказывается "вывернутым" вдоль направления перпендикулярного к плоскости зеркала .Этот эффект хорошо виден на одном рисунке и фактически незаметен

на другом .



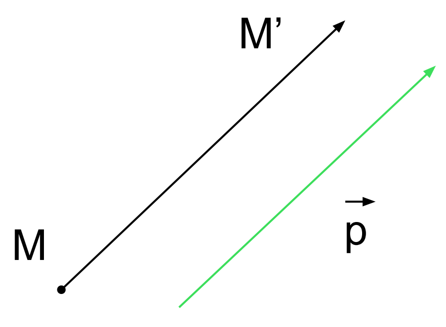
Предположим ,что одна половина объекта является зеркальным двойником по отношению к другой его половине . Такой объект называют *зеркально симметричным* .Он преобразуется сам в себя при отражении в соответствующей зеркальной плоскости . Эту плоскость называют *плоскостью симметрии* .

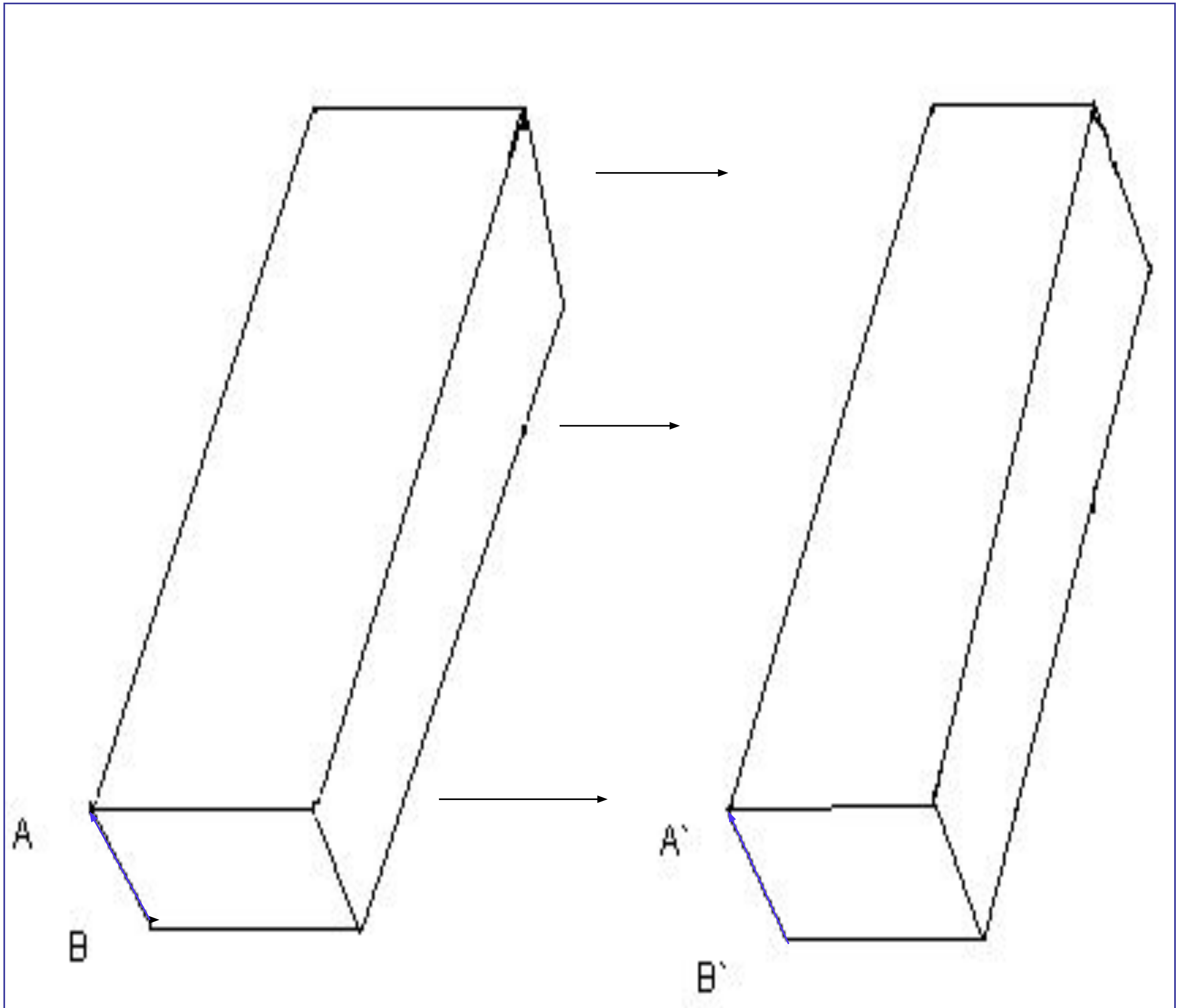
Здание ЕНУ им. Л.Н Гумилева

Параллельный перенос

Движение плоскости

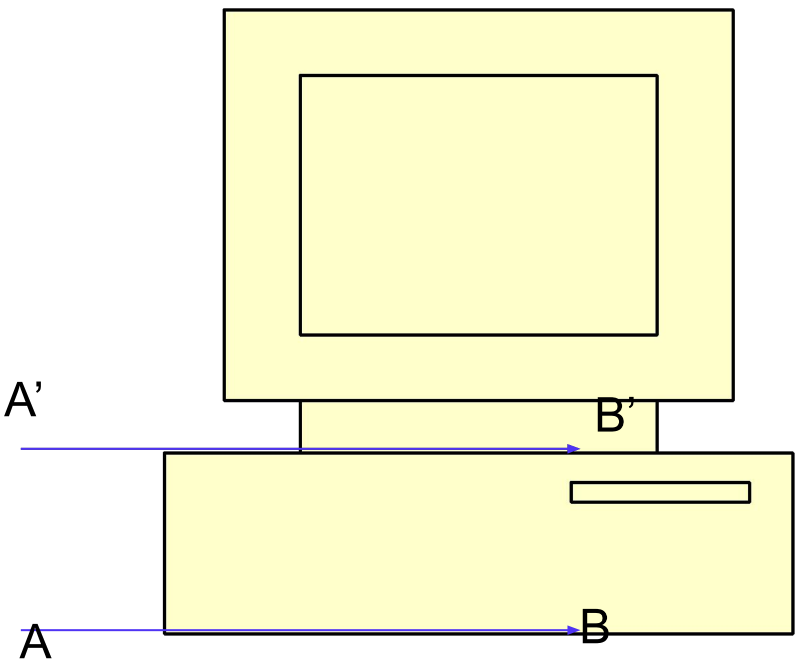
- Движение плоскости – это взаимно однозначное преобразование точек плоскости при котором сохраняются расстояния: если точка А переходит в А\`, В – В\`, то А\`В\`=АВ
- При движении так же сохраняются углы
- Параллельный перенос – это отображение пространства на себя, при котором любая точка М переходит в точку М’, что ММ’ = p




A
B
A`
B`

Применение

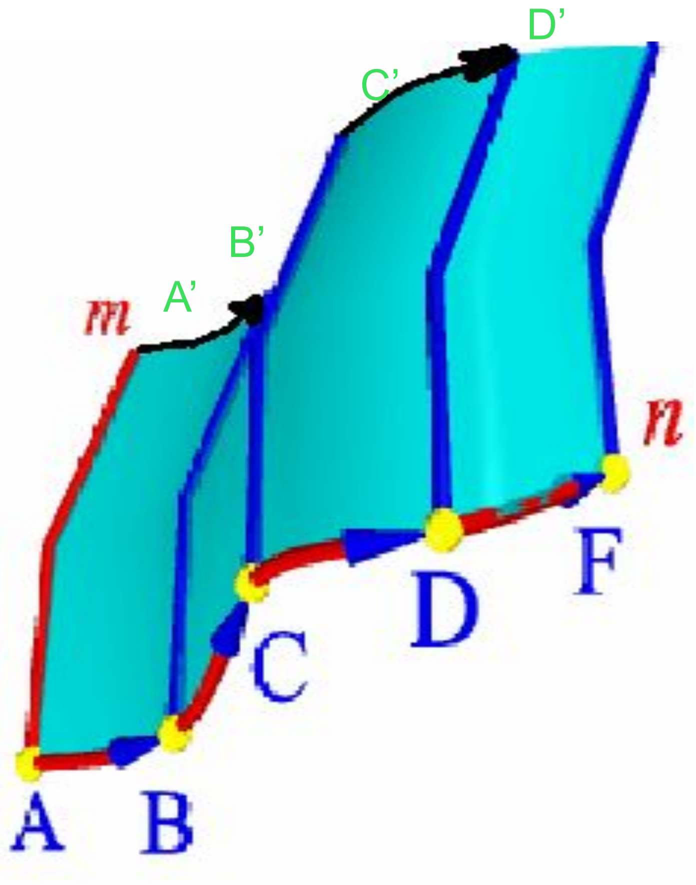
- Мы так же можем увидеть «параллельный перенос в повседневной жизни. Мы видим эти мелочи повсюду, но вряд ли кто-то из нас задумывался об этом. Дизайн в квартирах иногда выполняют в стиле «параллели».



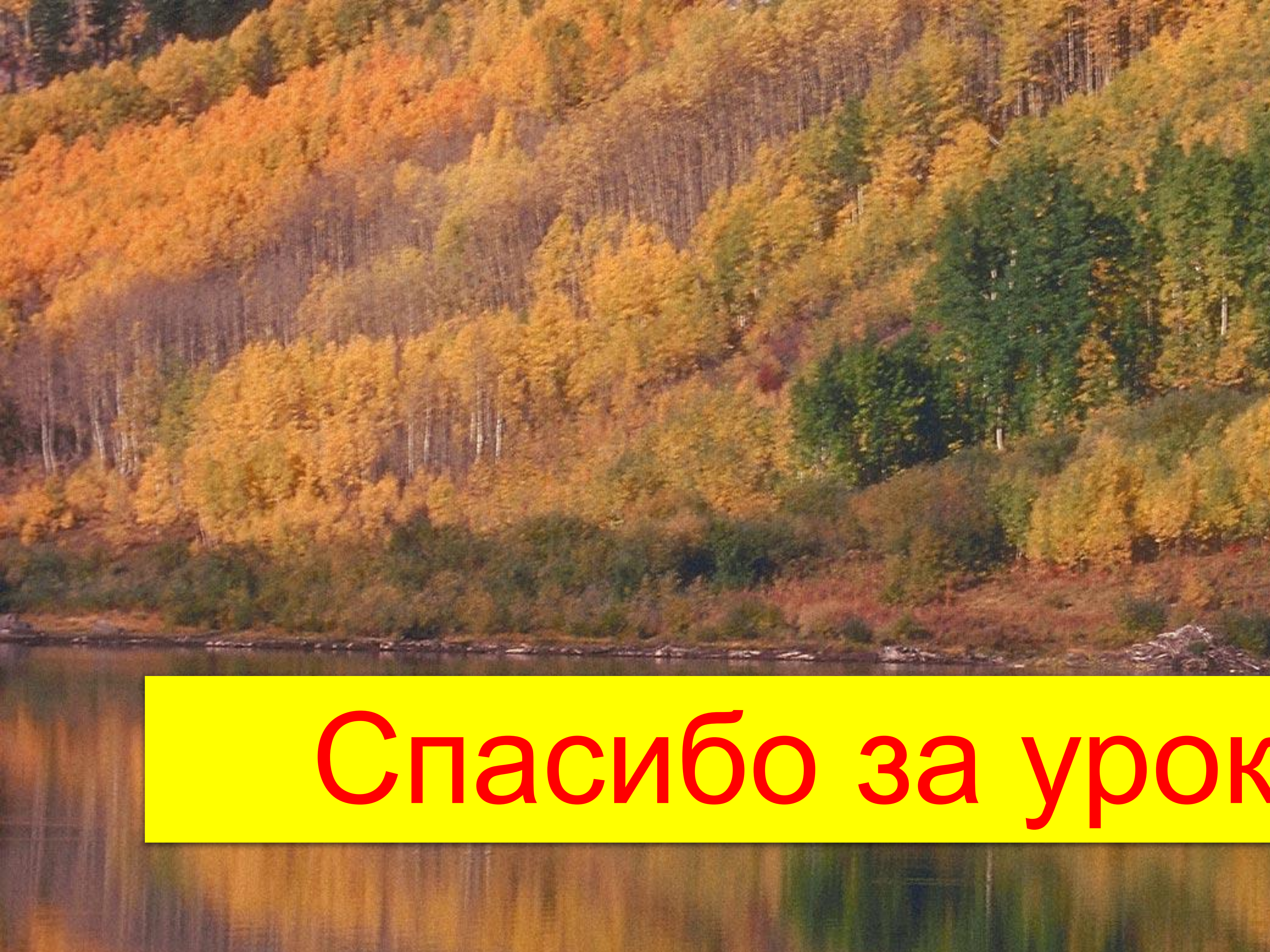
ПОВЕРХНОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПЕРЕНОСА

- Поверхностью ***параллельного переноса*** называется поверхность, образованная поступательным плоскопараллельным перемещением образующей - плоской кривой линии ***m*** по криволинейной направляющей ***n***

Наглядным примером плоскости параллельного переноса может служить скользящая опалубка, применяемая в строительстве.




www.WreckedExotics.com
WRECKED
EXOTICS
© WreckedExotics and their Respective Owners
w6w


Спасибо за урок