

## Литература

- Волков С.Н. Землеустройство. Экономико-математические методы и модели. Т.4. – М.: Колос, 2001. – 696 с.
- Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве / Под ред. Гатаулина А.М. – М. Агропромиздат, 1990 г.

# Лекция 1.

## **Предмет экономико-математических методов и моделей. Методы математического программирования.**

План:

1. История развития экономико-математического моделирования.
2. Понятие модели и моделирования.
3. Методы математического программирования

# 1. История развития ЭММ в землеустройстве

---

1 этап – с начала 60-х до конца 70-х годов XX в.

- обоснованы необходимость и возможность применения экономико-математических методов и моделей;
- сформулированы основные экономико-математические задачи. В качестве базовых использовались методы линейного программирования;
- моделировались и решались задачи в основном вручную.



---

2 этап – 80-е годы XX в.

Созданы:

- автоматизированные системы плановых расчётов (АСПР);
- системы автоматизированного проектирования (САПР);
- разного рода автоматизированные рабочие места (АРМ).

- 
- *Предметом изучения* являются способы и приёмы математического моделирования в экономике и соответствующие ему новые методы работ с информацией в области экономики с использованием ЭВМ.
  - *Задача моделирования* состоит в математической формализации закономерностей, информационно отображающих поведение реальной системы.

# Известные ученые-экономисты



**Леонид Витальевич Канторович** родился 19 января 1912г. в Санкт-Петербурге в семье врача. В 18 лет он закончил математический факультет Ленинградского университета (1930) и уже через четыре года получил звание профессора. Л.В.Канторович является одним из основателей отечественных школ функционального анализа, вычислительной математики, языков программирования.

С 1938г. интересы Л.В.Канторовича были неразрывно связаны с экономическими исследованиями и решением народнохозяйственных проблем.

Крупнейшим его открытием является введение в математическую и экономическую науки понятия "линейное программирование" (1939). Линейное программирование является универсальной математической моделью оптимального функционирования экономических систем. Основная заслуга Л. В.Канторовича заключается в разработке единого подхода к широкому кругу экономических задач о наилучшем использовании ресурсов на базе линейного программирования.

# Известные ученые-экономисты



**Немчинов Василий Сергеевич** (1894 – 1964) - советский экономист, статистик, один из основоположников экономико-математического направления отечественной экономической науки, академик Академии наук СССР (1946) и БССР (1940), а также ВАСХНИЛ (1948). Он был действительным членом Международного статистического института (1958), почетным членом Английского королевского статистического общества (1961). Он был лауреатом Государственной премии 1946 года и Ленинской премии 1965 года (посмертно) за участие в научной разработке методов линейного программирования и экономических моделей.

# Известные ученые-экономисты



## **Василий Леонтьев**

Родился в Санкт-Петербурге в 1906 г. В 1925 г. окончил Ленинградский университет. В 1925-28 гг. учился в Берлинском университете. В 1931 г. Леонтьев переезжает в США, где работает в течение 44 лет в Гарвардском университете. Особую известность Леонтьев получил как автор метода экономического анализа "затраты-выпуск" (Input-output). Этот метод использован Леонтьевым при построении моделей межотраслевых балансов экономики США.

В круг его интересов входят математические методы и модели в экономике, международная торговля, анализ теорий Маркса и Кейнса, построение индексов, механизм спроса и предложения, экономические циклы и многое другое.



# Известные ученые-экономисты



**Джон фон Нейман** (1903-1957) — венгро-немецкий математик, сделавший важный вклад в квантовую физику, функциональный анализ, теорию множеств, информатику, экономику и другие отрасли науки. Наиболее известен как праотец современной архитектуры компьютеров (так называемая архитектура фон Неймана).



- Вильфредо Парето (1848 - 1923) – итальянский инженер, экономист и социолог. Один из основоположников теории элит.

Закон Парето (принцип Парето, принцип 20/80) - эмпирическое правило, названное в честь Парето, в наиболее общем виде формулируется как «20% усилий дают 80% результата, а остальные 80% усилий - лишь 20% результата». Может использоваться как базовая установка в анализе факторов эффективности какой-либо деятельности и оптимизации её результатов: правильно выбрав минимум самых важных действий, можно быстро получить значительную часть от планируемого полного результата, при этом дальнейшие улучшения неэффективны и могут быть неоправданны.

## 2. Понятие модели и моделирования

---

**Моделирование** - построение модели изучаемого объекта, явления или процесса.

**Моделирование** - воспроизведение или имитирование поведения какой-либо реально существующей системы на специально построенном аналоге или модели.

- Объект – это физическое (материальное) тело, вещь.
- Явление – это внешние свойства и признаки предмета, постигаемые через ощущение, восприятие, представление. Например, в парфюмерной промышленности моделируются запахи.
- Процесс – это ход, развитие явления, последовательная смена состояний объекта. Например, моделирование роста и развития растений в биологии.

**Модель** (modulus – образец, норма, мера)

**Модель** - отображение каким-либо способом наиболее существенных характеристик, процессов и взаимосвязей реальных систем.

*Например,* макет (модель) здания воспроизводит его архитектуру, топографо-геодезическая карта местности говорит о характере ландшафта.

3 вида моделей:

1. Геометрические модели представляют некоторый объект, геометрически подобный своему оригиналу.
2. Физические модели отражают подобие между оригиналом и моделью не только с точки зрения их формы и геометрических пропорций, но и с точки зрения происходящих в них физических процессов.
3. Математические модели представляют собой абстрактные описания объектов с помощью знаков (символов). Обычно они имеют вид совокупности уравнений (или неравенств), таблиц, графиков, формул.



Все модели обладают рядом общих свойств:

- а) они подобны изучаемому объекту и отражают его наиболее существенные стороны;
- б) при исследовании модели способны замещать изучаемый объект, явление или процесс;
- в) они дают информацию не только о самом моделируемом объекте, но и о его предполагаемом поведении при изменяющихся условиях.

- *Экономико-математические модели* – это смешанные модели, включающие в себя совокупность математических зависимостей, логических построений, схем, графиков и т.д., связанных в некоторую единую систему, имеющую экономический смысл.
- *Экономико-математические методы* – комплекс экономических и математических научных дисциплин, объединенных для изучения социально-экономических систем и процессов.
- *Экономико-математическое моделирование* – описание экономических и социальных систем и процессов в виде экономико-математических моделей.



### 3. Методы математического программирования

---

Все землеустроительные экономико-математические задачи имеют многовариантный, альтернативный характер.

Необходимо из множества допустимых вариантов выбрать оптимальный по заданному критерию.

Математически это означает поиск максимума или минимума той или иной функции.

При решении таких задач возникает 2 случая:

- Задача может быть решена классическими методами дифференциального исчисления;
- Классические методы трудно применимы или вообще не могут быть использованы.

Во 2-м случае применяют *методы математического программирования*.

*Программирование* - составление, выбор наилучшего варианта, плана, использование алгоритма последовательных приближений.

*Математическое программирование* – это раздел теории оптимизации (теории экстремальных задач), занимающийся изучением и решением задач минимизации (максимизации) функции нескольких переменных на подмножестве конечномерного векторного пространства, заданного в виде системы уравнений и/или неравенств.

*Методы математического программирования* представляют класс моделей, применяемых для формализации задач планирования целенаправленной деятельности, предусматривающих распределение ограниченного количества ресурсов разных видов.

# Задача математического программирования

---

*Переменные  $x_1, x_2, \dots, x_n$*

*Ограничения – уравнения или неравенства, построенные в соответствии с логическим содержанием задачи.*

*Целевая функция (ЦФ) выражает принятый критерий оптимальности.*

*Требуется найти такой набор значений переменных, который удовлетворяет системе ограничений и при котором ЦФ принимает наибольшее или наименьшее значение.*

# Задача математического программирования (линейный вид)

$$Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \rightarrow \max(\min)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = b_1; \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \leq b_2; \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n \geq b_m; \\ x_j \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \end{array} \right.$$

# Задача математического программирования (нелинейный вид)

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max(\min)$$


$$\left\{ \begin{array}{l} q_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq = \geq 0 \\ x_j \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \end{array} \right\}$$

Линейное программирование - система ограничений и ЦФ линейны относительно искомым величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$

Нелинейное программирование - имеется хотя бы одно нелинейное выражение.

- **Определение 1.** Значения неизвестных переменных, удовлетворяющие всем ограничениям задачи линейного программирования, называются **допустимыми значениями переменных или планами.**
- **Определение 2.** Множество всех планов задачи линейного программирования называется **областью допустимых значений переменных (ОДЗ).**
- **Определение 3.** План задачи линейного программирования, при котором целевая функция принимает минимальное (или максимальное) значение на ОДЗ называется **оптимальным.**





---

Система ограничений, которой НЕ отвечает ни одна совокупность неотрицательных значений переменных, называется *несовместной*, т.е. не имеет решения.

*Совместной* называется система, имеющая хотя бы одно допустимое решение.




---

*План задачи* - любая совокупность численных значений переменных.

План, удовлетворяющий системе ограничений, называется *допустимым*.

Допустимый план, максимизирующий или минимизирующий ЦФ, называется *оптимальным*.



---

*Методы стохастического программирования*  
– исходные параметры могут быть выражены случайными числами.

Задачи, в которых нет необходимости вычислять экстремум на нескольких этапах, – одноэтапные (*статические*).

Многоэтапные задачи требуют применения *динамического* программирования.



---

Методы параметрического программирования – исходные параметры могут изменяться в определённых пределах.

Методы дискретного программирования – параметры задач могут принимать лишь ограниченное число значений.

Также в экономических исследованиях применяют и другие количественные методы – регрессионный, дисперсионный анализ, межотраслевой баланс и т.д.