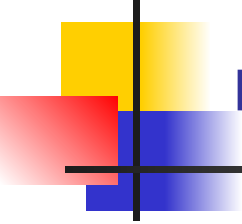


**Формирование навыков
устных вычислений на
уроках математики**



Основные умения и навыки, которые необходимо сформировать у учащихся при выполнении устного счета:

- запоминание чисел;
- безошибочное применение таблиц сложения и умножения натуральных чисел;
- использование особенностей некоторых чисел;
- применение свойств действий над числами.



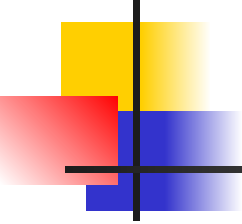
Чтобы овладеть умениями устного счета учащемуся достаточно уметь:

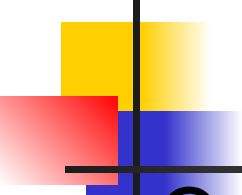
- складывать и умножать однозначные числа;
- складывать многозначные числа;
- вычитать многозначные числа;
- складывать несколько чисел;
- делить на однозначное или двузначное число;
- производить действия с дробными числами.

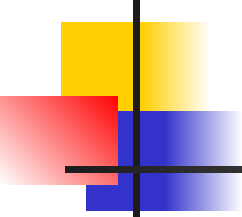


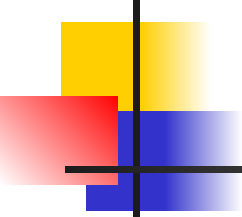
Критерии вычислительных навыков:

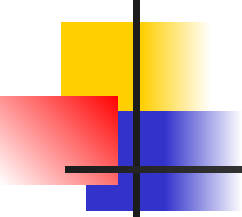
- ПРАВИЛЬНОСТЬ
- ОСОЗНАННОСТЬ
- РАЦИОНАЛЬНОСТЬ
- ОБОБЩЕННОСТЬ
- АВТОМАТИЗМ
- ПРОЧНОСТЬ

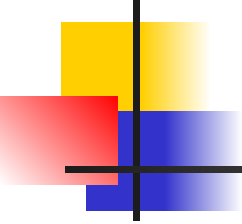
- 
-
- Правильность – ученик правильно находит результат арифметического действия над данными числами, т. е. правильно выбирает и выполняет операции, составляющие прием.

- 
-
- Осознанность – ученик осознает, на основе каких знаний выбраны операции и установлен порядок их выполнения. Осознанность проявляется в том, что ученик в любой момент может объяснить, как он решал пример и почему можно так решать.

- 
-
- Рациональность – ученик, сообразуясь с конкретными условиями, выбирает для данного случая более рациональный прием, т. е. выбирает те из возможных операции, выполнение которых легче других и быстрее приводит к результату арифметического действия.

- 
-
- Обобщенность – ученик может применить прием вычисления к большему числу случаев, т. е. он способен перенести прием вычисления на новые случаи.

- 
-
- Автоматизм (свернутость) – ученик выделяет и выполняет операции быстро и в свернутом виде, но всегда может вернуться к объяснению выбора системы операции.

- 
-
- Прочность – ученик сохраняет сформированные вычислительные навыки на длительное время.



Приемы устного сложения

1. К первому слагаемому последовательно прибавляют разряды второго слагаемого, начиная с высших.

Пример $435 + 357$

$$357 = 300 + 50 + 7$$

Получим $435 + 300 + 50 + 7 = 735 + 50 + 7 = 785 + 7 = 792$. Последовательно считаем устно 735, 785, 792.




2. К разрядам одного слагаемого прибавляют соответствующие разряды другого.

Пример $524 + 263$.

Разобьем на слагаемые $524 = 500 + 20 + 4$

**$263 = 200 + 60 + 3$ Прибавляем
соответствующие разряды. $(500 + 200) + (20 + 60) + (4 + 3) = 700 + 80 + 7 = 787$.**

Последовательно считаем устно: 700, 780, 787.




3. Пользуясь сочетательным законом сложения, слагаемые разбивают на такие группы, которые в сумме дают круглые числа.

Пример $42 + 25 + 8 + 5 + 13 + 17$.

$$\begin{aligned} & (42 + 8) + (25 + 5) + (13 + 17) = \\ & = 50 + 30 + 30 = 110. \end{aligned}$$

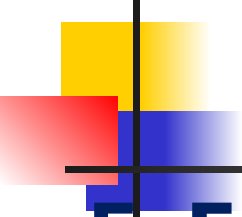
Последовательно считаем устно: 50, 80, 110.



4. Чтобы прибавить к какому-нибудь числу сумму чисел, можно прибавить к данному числу каждое слагаемое отдельно.

Пример

$$\begin{aligned} 863 + (346 + 137) &= \\ &= 863 + 346 + 137 = \\ &= 863 + 137 + 346 = \\ &= 1000 + 346 = 1346. \end{aligned}$$




5. Если одно слагаемое близко к круглому числу, то его заменяют разностью между круглым числом и дополнением.

Пример $549 + 94$

$$94 = 100 - 6.$$

$$\begin{aligned} 549 + 94 &= 549 + (100 - 6) = \\ &= 549 + 100 - 6 = 643 \end{aligned}$$



6. Когда оба слагаемых близки к круглым числам, то их заменяют разностью между круглым числом и дополнением.

Пример 1. $298 + 397$

$$\begin{aligned} 298 + 397 &= (300 - 2) + (400 - 3) = \\ &= 300 + 400 - 2 - 3 = 700 - 5 = 695. \end{aligned}$$

Пример 2. $504 + 497$


$$\begin{aligned} (500 + 4) + (500 - 3) &= 500 + 500 + 4 - 3 \\ &= 1001. \end{aligned}$$

Вычитание.

Если в уменьшаемом число единиц каждого разряда больше единиц соответствующего разряда вычитаемого, то вычитание выполняется поразрядно.

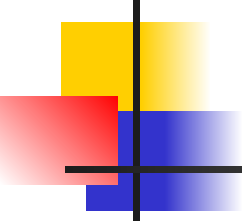
Пример:

$$678 - 564 = (600 - 500) + (70 - 60) + (8 - 4) = 100 + 10 + 4 = 114.$$



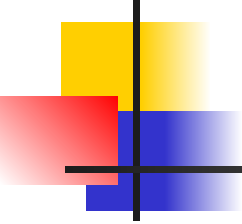
2. Из уменьшаемого вычитают последовательно разряды вычитаемого, начиная с высшего.

Пример: $684 - 458 =$
 $= 684 - (400 + 50 + 8) =$
 $= 684 - 400 - 50 - 8 = 226$



3. Если вычитаемое близко к круглому числу, то его заменяем разностью между круглым числом и дополнением.

Пример: $953 - 197 =$
 $= 953 - (200 - 3) =$
 $= 953 - 200 + 3 = 756.$



4. Если уменьшаемое и вычитаемое близки к круглому числу, то их заменяют разностью между круглым числом и дополнением.

**Пример: $395 - 98 =$
 $= (400 - 5) - (100 - 2) =$
 $= 400 - 100 - 5 + 2 = 297.$**



Русский способ умножения, или способ изменения сомножителей

Если один сомножитель увеличить в несколько раз, а другой уменьшить во столько же раз, то произведение не изменится.

- $43 \cdot 16 = 86 \cdot 8 = 172 \cdot 4 = 344 \cdot 2 = 688 \cdot 1 = 688$
- $23 \cdot 27 = 69 \cdot 9 = 207 \cdot 3 = 621 \cdot 1 = 621$
- $125 \cdot 24 = 500 \cdot 6 = 1500 \cdot 2 = 3000 \cdot 1 = 3000$



Умножение по способу Гаусса

- Известный математик Гаусс заметил, что всякое умножение двух целых чисел можно привести к умножению одного из них на 5, 2 и 1 или на круглые числа, записанные только этими цифрами (и нулем), путем замены другого сомножителя суммой или разностью соответствующим образом подобранных чисел



- Пример 1.

$$89 \cdot 27.$$

Представим число 27 в виде суммы трех чисел (20 + 5 + 2) получим $89 \cdot 27 = 89 \cdot (20 + 5 + 2) = 1780 + 445 + 178 = 2403$

- Пример 2.

$$53 \cdot 89 = 53 \cdot (100 - 10 - 1) = 5300 - 530 - 53 = 4770 - 53 = 4717$$



Умножение на 101

- Чтобы умножить двузначное число на 101 , надо мысленно приписать к данному числу (справа или слева) еще раз само это число.
- $58 \cdot 101 = 5858$, так как $58 \cdot 101 = 58 \cdot 100 + 58 \cdot 1 = 5800 + 58 = 5858$

Умножение на 11 , когда сумма двух радом стоящих цифр множимого меньше десятки

- $25 \cdot 11$ При умножении первая цифра множимого будет первой цифрой произведения (2); вторая цифра множимого будет последней цифрой произведения (5); средняя цифра произведения равна сумме цифр множимого ($2 + 5 = 7$).

$$25 \cdot 11 = 275$$



$$354 \cdot 11$$

Крайние цифры множимого будут крайними цифрами произведения. Первая средняя цифра произведения равняется сумме первой и второй цифр множимого ($3 + 5 = 8$); вторая средняя цифра произведения равна сумме второй и третьей цифр множимого

$$(5 + 4 = 9)$$

$$354 \cdot 11 = 3894$$



$$4327 \cdot 11$$

4 - первая цифра произведения.

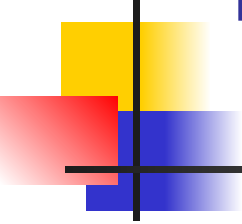
$4 + 3 = 7$ - вторая цифра произведения.

$3 + 2 = 5$ - третья цифра произведения.

$2 + 7 = 9$ - четвертая цифра
произведения.

7 - последняя цифра произведения.

Следовательно, $4327 \cdot 11 = 47597$



Умножение на 11 , когда сумма двух рядом стоящих цифр множимого равна 10 или больше.

- Когда при умножении любого числа на 11 сумма двух рядом стоящих цифр множимого равна десяти или больше десяти, то первую цифру полученной суммы прибавляем к следующей, старшей цифре множимого; причем сложение цифр надо производить только с конца.



$$68 \cdot 11$$

8 - последняя цифра произведения.

$$8 + 6 = 14$$

4 – вторая цифра произведения 1 в уме; 6 да 1 в уме , будет 7 - первая цифра произведения.

$$68 \cdot 11 = 748$$



$$587 \cdot 11$$

7 – последняя цифра произведения

$7 + 8 = 15$ – 5 вторая цифра, считая
с конца ; один в уме.

$8 + 5$ да один в уме, будет 14 (4 третья цифра
с конца ; 1 в уме) $5 + 1$ в уме, будет 6 –
первая цифра произведения.

$$587 \cdot 11 = 6457$$

Умножение на 111


Справа налево нужно последовательно записать: последнюю цифру первого множителя (т.е. цифру из разряда единиц), сумму цифр первого множителя, снова сумму его цифр и, наконец, его первую цифру. Если сумма цифр двузначного числа больше 9, то записываем цифру единиц каждой суммы, а к следующему прибавляем 1.

Примеры: $35 * 111 = 3885$

$$43 * 111 = 4773$$

$$93 * 111 = 10323$$

Умножение на число вида aa . (на $22, 33, \dots, 99$)



Умножить данное число сначала на a ,
потом на 11

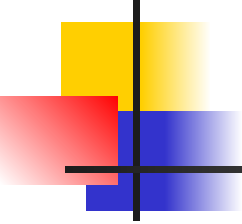
Примеры.

$$24 \cdot 22 = 24 \cdot 2 \cdot 11 = 48 \cdot 11 = 528$$

$$23 \cdot 33 = 23 \cdot 3 \cdot 11 = 69 \cdot 11 = 759$$

Умножение на 1,5, на 1,25, на 2,5, на 3/4

- Чтобы устно умножить число на 1,5, прибавляют к множимому его половину. Например:
 $34 \cdot 1,5 = 34 + 17 = 51$, $23 \cdot 1,5 = 23 + 11,5 = 34,5$.
- Чтобы устно умножить число на 1,25, прибавляют к множимому его четверть. Например:
 $48 \cdot 1,25 = 48 + 12 = 60$, $58 \cdot 1,25 = 58 + 14,5 = 72,5$.
- Чтобы устно умножить число на 2,5, к удвоенному числу прибавляют половину множимого. Например:
 $18 \cdot 2,5 = 36 + 9 = 45$, $39 \cdot 2,5 = 78 + 19,5 = 97,5$. Другой способ состоит в умножении на 5 и делении пополам:
 $18 \cdot 2,5 = 90 : 2 = 45$.

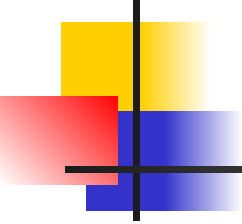
- 
-
- Чтобы устно умножить число на $3/4$ (то есть чтобы найти три четверти этого числа), умножают число на 1,5 и делят пополам. Например:
 $30 * 3/4 = (30 * 1,5) : 2 = 22,5$. Видоизменение способа состоит в том, что от множимого отнимают его четверть или к половине множимого прибавляют половину этой половины.



Возведение в квадрат числа, оканчивающегося на 5

Умножьте первую цифру числа на саму себя плюс единица и добавьте в конце 25 :

$$45 \times 45 = 4 \times (4 + 1) _ 25 = 2025$$



$35*35$	$= 12 25$	$3*4=12$
$45*45$	$= 20 25$	$4*5=20$
$55*55$	$= 30 25$	$5*6=30$
$65*65$	$= 42 25$	$6*7=42$
$75*75$	$= 56 25$	$7*8=56$
$85*85$	$= 72 25$	$8*9=72$
$95*95$	$= 90 25$	$9*10=90$




Умножение на 5, 25, 125

Разделить число соответственно на 2, 4, 8 и результат умножить на 10, 100, 1000.

Примеры.

- $46 \cdot 5 = 46 : 2 \cdot 10 = 230$
- $48 \cdot 25 = 48 : 4 \cdot 100 = 1200$
- $32 \cdot 125 = 32 : 8 \cdot 1000 = 4000$



Если множитель не делится нацело на 2, 4 или на 8, то деление производится с остатком. Затем умножают соответственно на 10, 100, 1000, а остаток – на 5, 25 или 125.

- Примеры.
- $53 \cdot 5 = 26 \cdot 10 + 1 \cdot 5 = 265$ ($53 : 2 = 26$ и 1 в остатке)
- $43 \cdot 25 = 10 \cdot 100 + 3 \cdot 25 = 1075$ ($43 : 4 = 10$ и 3 в остатке)
- $66 \cdot 125 = 8 \cdot 1000 + 2 \cdot 25 = 8250$ ($66 : 8 = 8$ и 2 в остатке)



Деление на 5, 25, 125

Умножить соответственно число на 2, 4, 8 и
разделить на 10, 100, 1000.

Примеры.

$$220:5=220\cdot 2:10=44$$

$$1300:25=1300\cdot 4:100=52$$

$$9250:125=9250\cdot 8:1000=74$$

Иногда удобно менять порядок действий,
выполняя сначала деление на 10, 100, 100,
а потом умножение.



Умножение на 9, 99, 999

К первому множителю приписать столько нулей, сколько девяток во втором множителе, и из результата вычесть первый множитель.

$$286 \cdot 9 = 2860 - 286 = 2574$$

$$23 \cdot 99 = 2300 - 23 = 2277$$

$$18 \cdot 999 = 18000 - 18 = 17982$$

Умножение чисел, у которых число десятков одинаково, а сумма единиц равна 10

■ Число десятков любого множителя умножить на число, которое на 1 больше, затем перемножить отдельно единицы этих чисел и наконец, к первому результату справа приписать второй.

■ $13 * 17 = 221$

а) $1 * (1 + 1) = 2$ пишем 2

б) $3 * 7 = 21$, припишем справа 21

■ $204 * 206 = 42024$

а) $20 * (20 + 1) = 420$

б) $6 * 4 = 24$ приписываем справа 24

Умножение методом Ферроля.

Для получения единиц произведения перемножают единицы множителей, для получения десятков умножают десятки одного на единицы другого множителя и наоборот и результаты складываются, для получения сотен перемножаются десятки. Пример: $37 \cdot 48 = 1776$

- а) $8 \cdot 7 = 56$ (пишем 6, помним 5)
- б) $8 \cdot 3 + 4 \cdot 7 + 5 = 57$ (пишем 7, помним 5)
- в) $4 \cdot 3 + 5 = 17$ (пишем 17)