

Тепловое излучение

Тепловое излучение и люминесценция

- Тепловое излучение это испускание электромагнитных волн за счёт внутренней энергии тел.
- Все остальные виды свечения объединяются под общим названием **люминесценция** и связаны с переходами электронов в атомах из состояний с более высокими энергиями на более низкие энергетические состояния, вплоть до основного состояния.
- Тепловое излучение является единственным видом излучения, которое находится в тепловом равновесии с излучающими телами.

- Все виды люминесценции оказываются неравновесными. При фотолюминесценции свечение продолжается до тех пор, пока есть атомы, находящиеся в возбуждённом состоянии, т.е. до этого происходил процесс фотовозбуждения атомов, при котором атомы из основного состояния переходили в возбуждённое. Обычные температуры практически не влияют на этот процесс независимо от количества энергии, которую поглотило тело от окружающей среды.
- Таким образом, равновесным может быть только тепловое излучение. Только к нему могут быть применены законы термодинамики.

ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Закон Кирхгофа

Поток энергии (всех частот), испускаемый единицей поверхности излучающего тела в единицу времени во всех направлениях (в пределах телесного угла 4π ср) называется энергетической светимостью тела (R).

$$[R] = \text{Вт/м}^2.$$

- Энергетическая светимость является функцией температуры. В малом интервале частот $dR_{\omega} = r_{\omega} \cdot d\omega.$ (1)

- Величина r_{ω} - называется испускательной способностью тела или спектральной плотностью энергетической светимости. Это поток энергии с единицы поверхности, во всех направлениях в единичном спектральном диапазоне. *Она сильно зависит от температуры.* r_{ω} является функцией частоты и температуры.

- Энергетическая светимость определяется:

$$R_T = \int_0^{\infty} dR_{\omega T} = \int_0^{\infty} r_{\omega T} d\omega. \quad (2)$$

- Аналогично (1) запишем

$$dR_{\lambda} = r_{\lambda} \cdot d\lambda. \quad (3)$$

Для одного и того же участка спектра должны совпадать $r_{\omega} \cdot d\omega = r_{\lambda} \cdot d\lambda$.

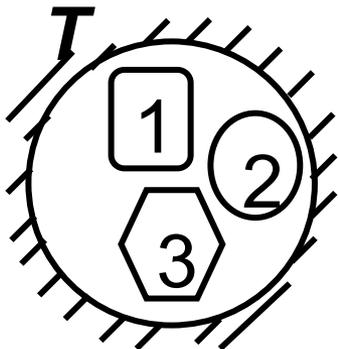
- Пусть на элементарную площадку поверхности тела падает поток лучистой энергии $d\Phi_{\omega}$, обусловленный электромагнитными волнами, частоты которых заключены в интервале $d\omega$. Часть этого потока $d\Phi'_{\omega}$ будет поглощена телом. Безразмерная величина

$$\alpha_{\omega T} = d\Phi'_{\omega} / d\Phi_{\omega} \quad 6 \quad (4)$$

называется поглощательной способностью тела. Она есть функция частоты и температуры. Она не может быть больше единицы.

- Для тела полностью поглощающего излучение всех частот $\alpha_{\omega T} = 1$. Такое тело называется **абсолютно чёрным**. Тело, для которого $\alpha_{\omega T} = \alpha_T = \text{const} < 1$, называют **серым**.

- Мысленно проведём эксперимент.



Обмен энергией может происходить только за счёт излучения. Температура внутри оболочки поддерживается постоянной и равной T .

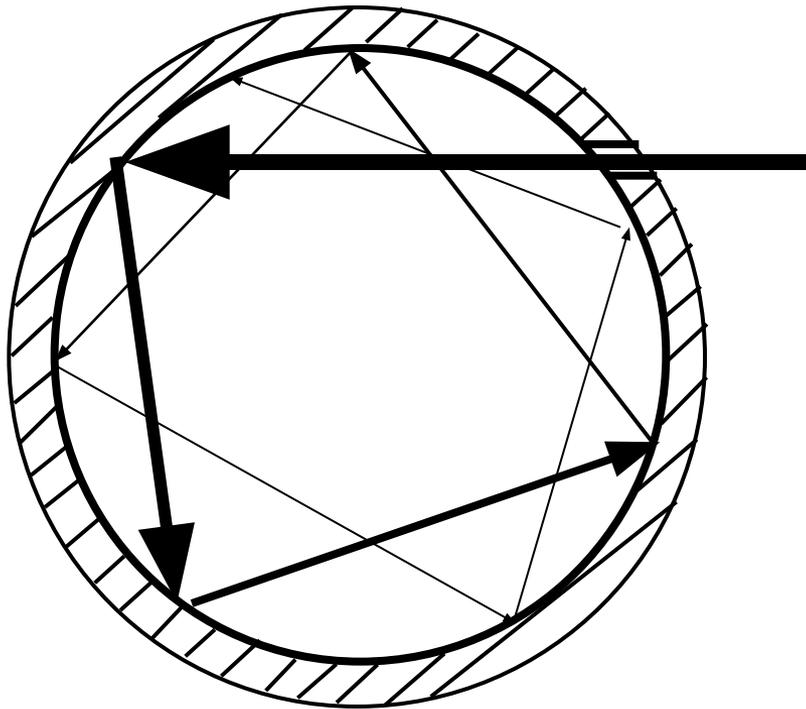
- В таком состоянии тело, обладающее большей испускательной способностью, теряет в единицу времени больше энергии, но $T = \text{const}$, следовательно, это тело должно обладать большей поглощательной способностью.

$$\left(\frac{r_{\omega T}}{\alpha_{\omega T}} \right)_1 = \left(\frac{r_{\omega T}}{\alpha_{\omega T}} \right)_2 = \left(\frac{r_{\omega T}}{\alpha_{\omega T}} \right)_3 = \dots \quad (5)$$

- **Отношение испускательной и поглощательной способностей не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же (универсальной) функцией частоты и температуры⁸.**

$$\frac{r_{\omega T}}{\alpha_{\omega T}} = f(\omega, T). \quad (6)$$

- Для абсолютно чёрного тела $\alpha_{\omega T} = 1$, следовательно, для него $r_{\omega T} = f(\omega, T)$, т.е. универсальная функция Кирхгофа есть испускательная способность абсолютно чёрного тела.
- Абсолютно чёрных тел в природе не существует, это идеализация.
- Полость с малым отверстием очень близка по своим свойствам к абсолютно чёрному телу.



Разлагая это излучение в спектр можно найти экспериментальный вид функции $f(\omega, T)$.

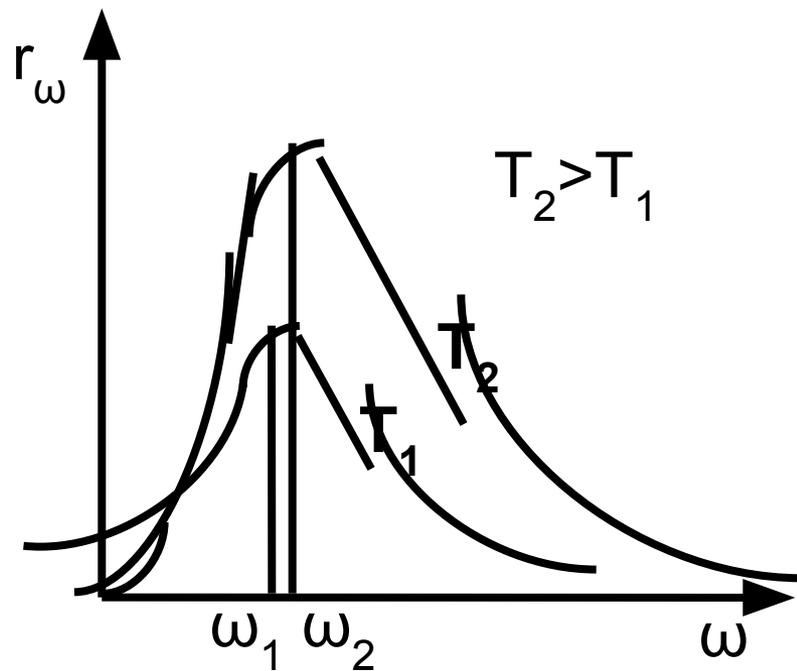


Рис.1.

Закон Стефана-Больцмана

- Площадь под кривой $r_{\omega T} = f(\omega)$ даёт энергетическую светимость.

$$R = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4, \quad (1)$$

т.е. $R = \sigma T^4$ – закон Стефана-Больцмана,
а $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$ – постоянная
Стефана-Больцмана.

Закон смещения Вина

$$r_{\nu, T} = C_1 \nu^3 \exp^{-C_2 \cdot \nu / T}, \quad (1)$$

где C_1 и C_2 – постоянные, которые Вин не расшифровал.

- Выражение (1) имеет максимум. Вин нашёл зависимость $\nu_m = f(T)$, где ν_m – частота, соответствующая максимальному значению $r_{\nu T}$ абсолютно чёрного тела. Найдём максимум функции (1). Найдём производную по ν .

$$\begin{aligned} \frac{dr_{\nu, T}}{d\nu} &= C_1 \cdot 3 \cdot \nu_m^2 \exp\left(-\frac{C_2}{T} \nu_m\right) + C_1 \cdot \nu_m^3 \exp\left(-\frac{C_2}{T} \nu_m\right) \left(-\frac{C_2}{T}\right) = \\ &= 3C_1 \nu_m^2 \exp\left(-\frac{C_2}{T} \nu_m\right) - \frac{C_1 C_2}{T} \nu_m^3 \exp\left(-\frac{C_2}{T} \nu_m\right) = 0 \end{aligned}$$

Сокращая ν_m , C_1 и экспоненту получим

$$\frac{\nu_m}{T} = \frac{3}{C_2} = b_1, \text{ или } \frac{\nu_m}{T} = b_1.$$

Чаще записывают так $\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (2)$

где $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

(Получено экспериментально). Выражение (2) и есть закон смещения Вина.

Формула Рэля-Джинса

- Рэлей и Джинс сделали попытку определить равновесную плотность излучения абсолютно чёрного тела из теоремы классической статистики о равномерном распределении энергии по степеням свободы. На каждую степень свободы приходится в среднем kT . В результате они получили:

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{C^2} kT, \quad (1)$$

где C – скорость света в вакууме.

• Из неё видно, что $r_{\nu, T}$ монотонно возрастает с ростом ν^2 , а экспериментальная кривая имеет максимум.

• Попытка получить из (1) закон Стефана-Больцмана приводит к абсурду.

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty,$$

когда $R \sim T^4$.

Формула Планка

Больцман указал на вероятностный смысл энтропии. ($S = k \ln \Omega$).

Термодинамическая вероятность (Ω) – это число возможных микроскопических комбинаций, совместимых с данным состоянием в целом.

В данном случае это число возможных способов распределения энергии между осцилляторами. Такой процесс подсчёта возможен, если энергия будет принимать не любые непрерывные значения, а лишь дискретные значения, кратные некоторой единичной энергии.

$$E_n = n \cdot h\nu, \text{ где } n = 1, 2, 3, \dots$$

- Минимальная порция энергии $E = h\nu = \hbar\omega$.
 $\omega = 2\pi\nu$ и $\hbar = h/2\pi$.
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$, $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$.
- Эти величины называются еще квантами действия. То, что $E = h\nu$ нельзя ниоткуда вывести гениальная догадка М.Планка.

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{\hbar \frac{h\nu}{kT} - 1} \quad (1)$$

$$r_{\lambda, T} = \frac{4\pi^2 \hbar c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\hbar \frac{2\pi \hbar c}{kT\lambda} - 1} \quad (2)$$

$$r_{\omega, T} = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 C^2} \cdot \frac{1}{\hbar \frac{\omega}{kT} - 1}. \quad (3)$$

- В области малых частот, т.е. при $h\nu \ll kT$, $\exp(h\nu/kT) = 1 + h\nu/kT + \dots$ и поэтому в формуле (1) $\exp(h\nu/kT) - 1 = h\nu/kT$, отсюда получается формула Рэлея-Джинса.

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{C^2} kT. \quad (4)$$

- В области больших частот $h\nu \gg kT$ единицей в знаменателе можно пренебречь, и получается формула Вина.

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi h \nu^3}{C^2} \cdot \frac{h\nu}{kT} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}} \quad (5)$$

- Из формулы Планка можно получить закон Стефана-Больцмана и закон смещения Вина.

$$R = \int_0^{\infty} r_{\omega, T} d\omega = \int_0^{\infty} \frac{4\pi \omega^3}{C^2} \cdot \frac{d\omega}{e^{\frac{h\omega}{kT}} - 1} \quad (6)$$

- Введём вместо переменной ω безразмерную переменную $x = h\omega/kT$. Тогда $\omega = (kT/h) \cdot x$, $d\omega = (kT/h) \cdot dx$.

$$R = \frac{1}{4\pi^2 C^2} \int_0^{\infty} \frac{\left(\frac{kT}{hc}\right)^3 x^3 \frac{kT}{hc} dx}{e^x - 1} = \frac{1}{4\pi^2 C^2} \cdot \left(\frac{kT}{hc}\right)^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2 k^4}{60 \cdot C^2 h^3} \cdot T^4 = \sigma \cdot T^4.$$

- Определённый интеграл в последнем выражении может быть вычислен и равен $\pi^4/15$. Расчёт постоянной Стефана-Больцмана даёт значение $\sigma = 5,6696 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$, что хорошо согласуется с экспериментальным значением.
- Найдём значение постоянной в законе смещения Вина. Продифференцируем функцию (2) по λ и приравняем полученное выражение нулю.

$$\frac{dr_{\lambda,T}}{d\lambda} = \frac{4\pi^2 C^2 \left[\left(\frac{2\pi C}{kT\lambda} \right) \frac{2\pi C}{kT\lambda} - 5 \left(\frac{2\pi C}{kT\lambda} - 1 \right) \right]}{\lambda^6 \left(\frac{2\pi C}{kT\lambda} - 1 \right)^2} = 0$$

- Значение λ_m , при котором функция достигает максимума и обращает в нуль это выражение, стоящее в числителе в скобках. Обозначив $2\pi C/kT\lambda_m = x$, получим уравнение

$$x \cdot x^x - 5(x^x - 1) = 0.$$

• Решение этого трансцендентного уравнения даёт $x = 4,965$.

Следовательно, $2\pi \cdot C/kT\lambda_m = 4,965$, откуда

$$T\lambda_m = \frac{2\pi \cdot C}{4,965 \cdot k} = b = 2,888 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

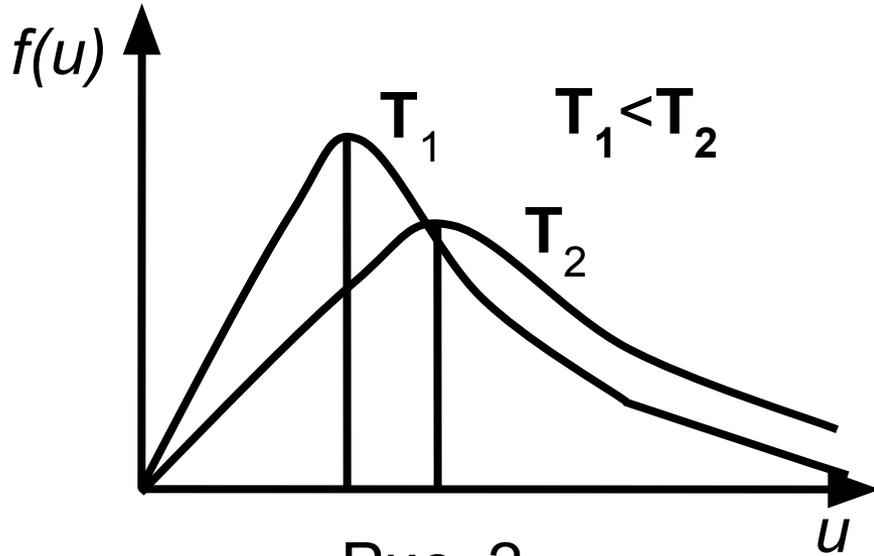


Рис. 2.

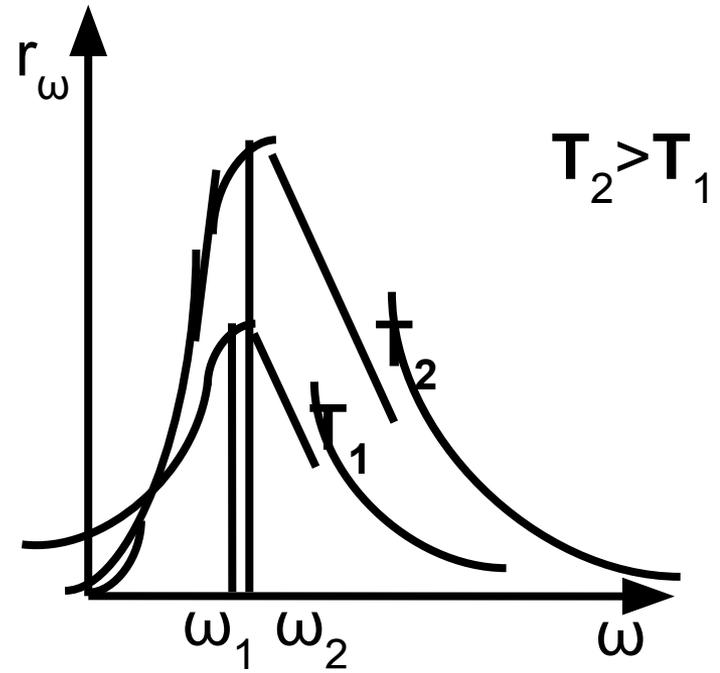


Рис. 1.