Margita Vajsáblová

Mongeova projekcia

- metrické úlohy

Problém: Určiť graficky dĺžku úsečky danú pôdorysom a nárysom.

Metóda: Sklápanie roviny kolmej na priemetňu

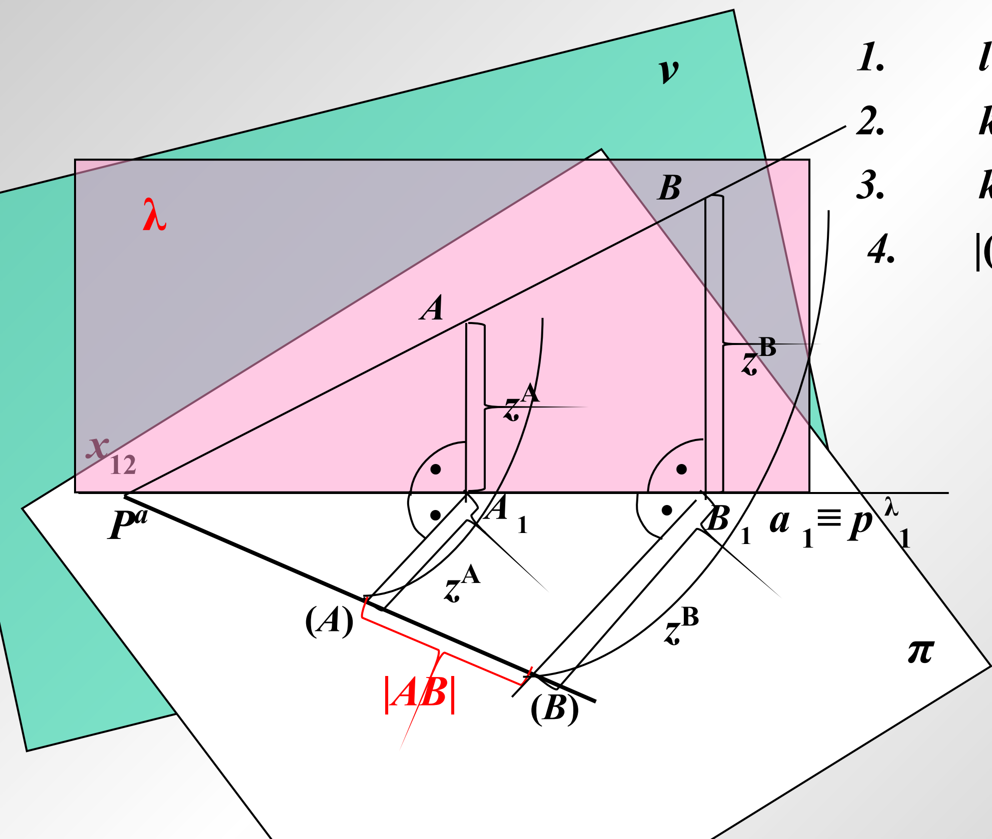
Dané: $A[A_1, A_2]$, $B[B_1, B_2]$. **Určte graficky** $|AB|$.

Riešenie: **Priamkou** $a = AB$ **preložíme rovinu** λ **kolmú na priemetňu** π. **Rovinu** λ ***sklopíme*** **(otočíme o 90º)** ***do priemetne*** π.

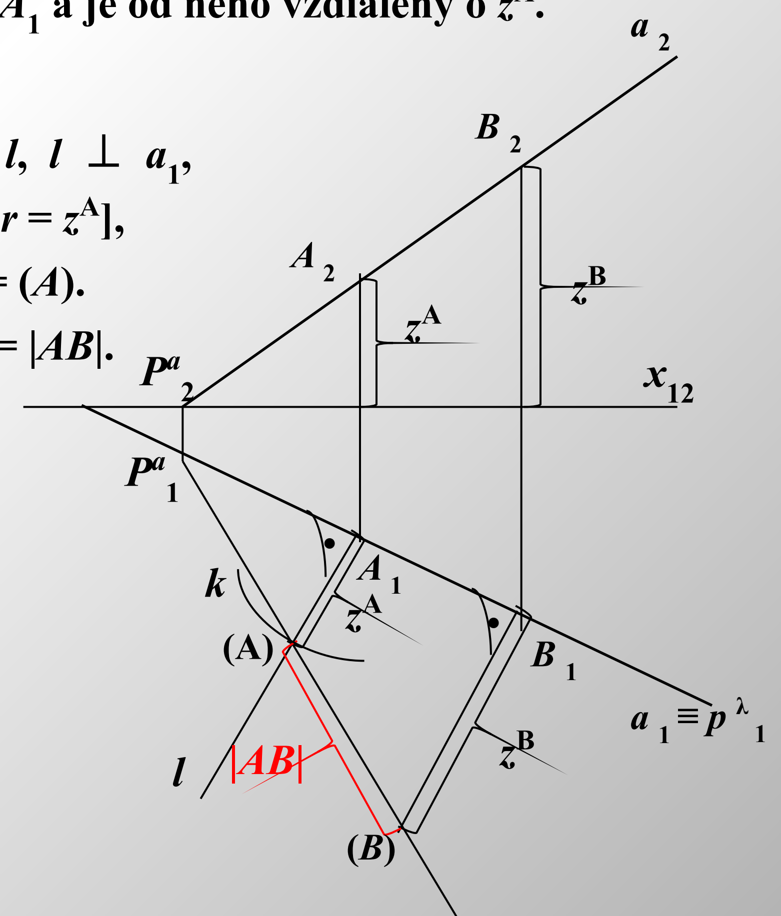
Osou otáčania je priamka a_1, **kružnica otáčania bodu** A **leží v rovine kolmej na os otáčania** $a_1 \equiv p^\lambda_1$, **stredom otáčania je** A_1, **polomer otáčania je** z^A.

Bod A **v sklopení – (**A**) leží na kolmici na** a_1 **v bode** A_1 **a je od neho vzdialený o** z^A.

Podobne sklopíme bod B, **potom** $|(A)(B)| = |AB|$.



1. l: $A_1 \in l$, $l \perp a_1$,
2. $k = [A_1, r = z^A]$,
3. $k \cap l = (A)$.
4. $|(A)(B)| = |AB|$.



Problém: Určiť graficky uhol priamky s priemetňou.

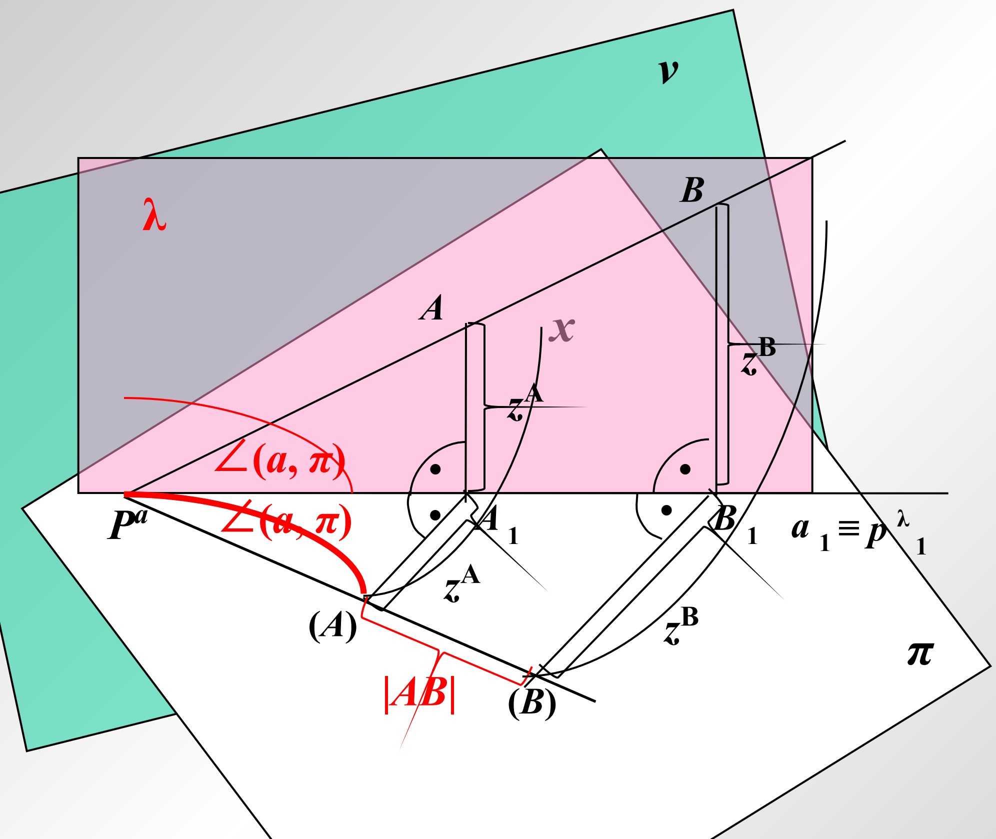
Metóda: Sklápanie roviny kolmej na priemetňu

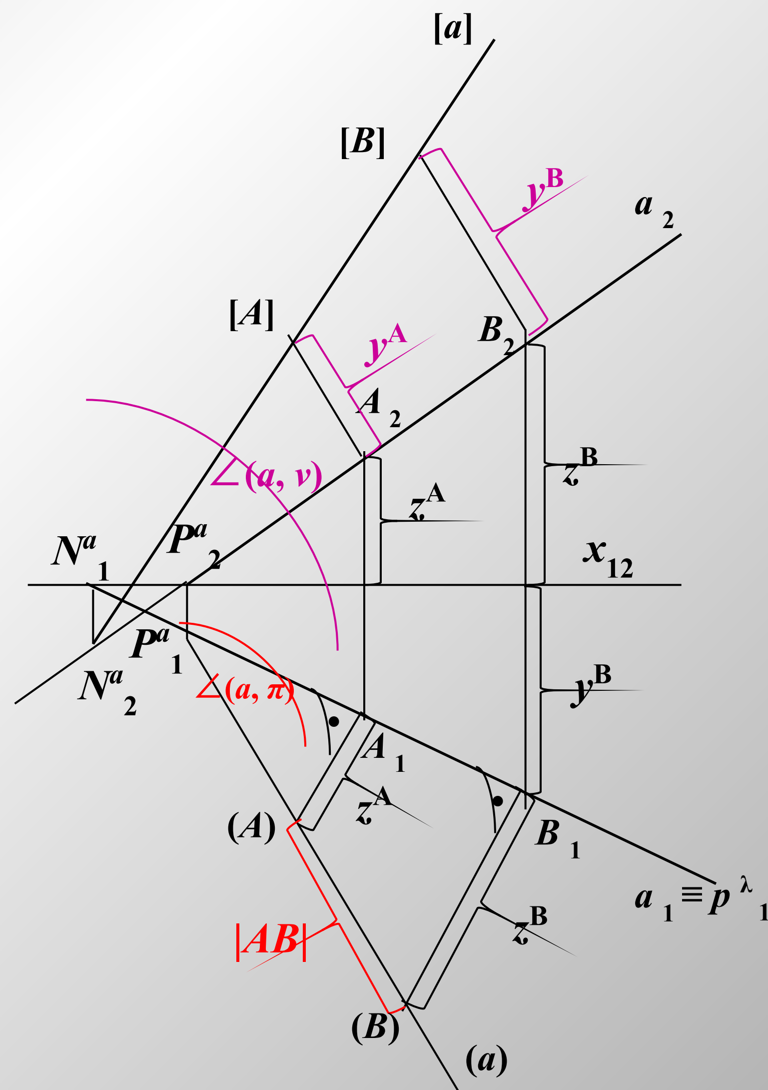
Definícia: **Uhol priamky s priemetňou sa rovná uhlu priamky s jej kolmým priemetom do tejto priemetne:** $\angle(a, \pi) = \angle(a_1, a)$

$\angle(a, \nu) = \angle(a_2, a)$

1. $\angle(a, \pi) = \angle(a_1, a) = \angle(a_1, (a))$

2. $\angle(a, \nu) = \angle(a_2, a) = \angle(a_2, [a])$





Problém: Určiť graficky uhol roviny s priemetňou.

Metóda: Sklápanie roviny kolmej na priemetňu

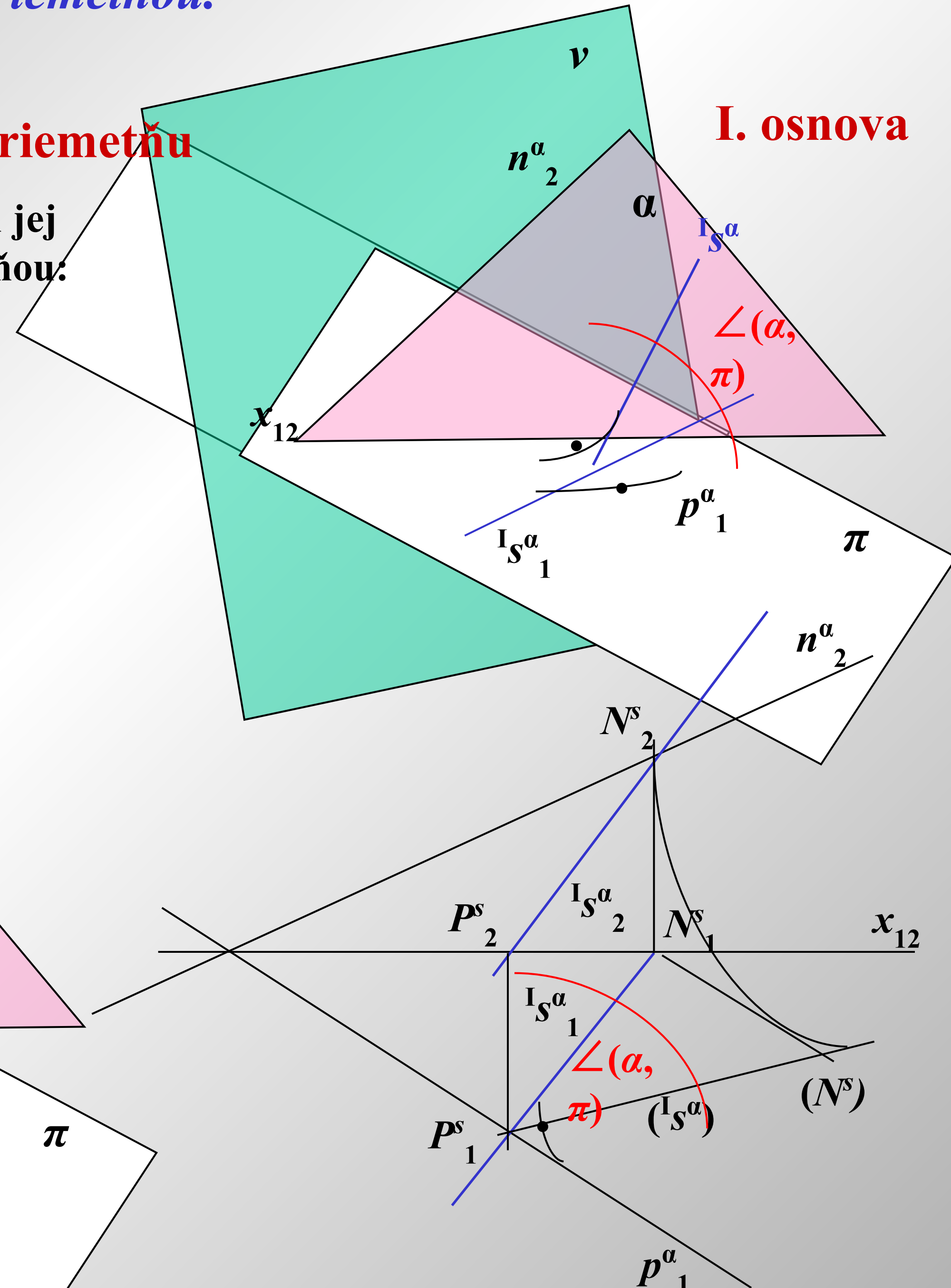
Definícia: **Uhol roviny s priemetňou sa rovná uhlu jej príslušnej spádovej priamky s priemetňou:**

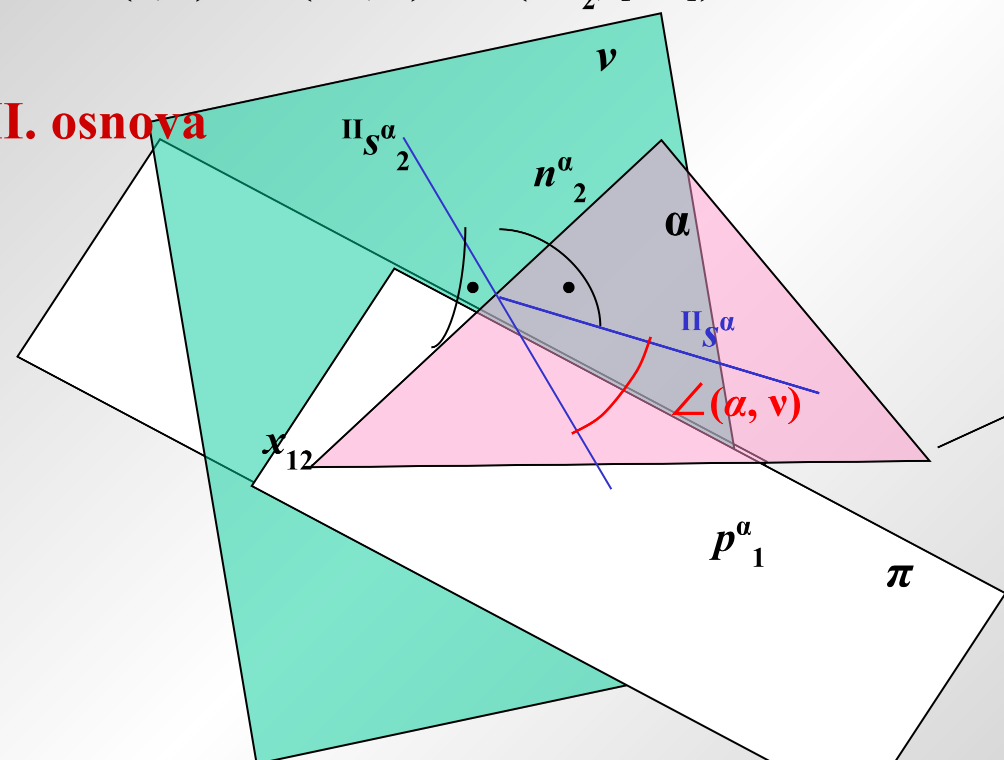
$$\angle(\alpha, \pi) = \angle({}^{I}s^{\alpha}, \pi)$$

$$\angle(\alpha, \nu) = \angle({}^{II}s^{\alpha}, \nu)$$

1. $\angle(\alpha, \pi) = \angle({}^{I}s^{\alpha}, \pi) = \angle({}^{I}s^{\alpha}_{1}, ({}^{I}s^{\alpha}))$

2. $\angle(\alpha, \nu) = \angle({}^{II}s^{\alpha}, \pi) = \angle({}^{II}s^{\alpha}_{2}, [{}^{II}s^{\alpha}])$





Priamka kolmá na rovinu v Mongeovej projekcii

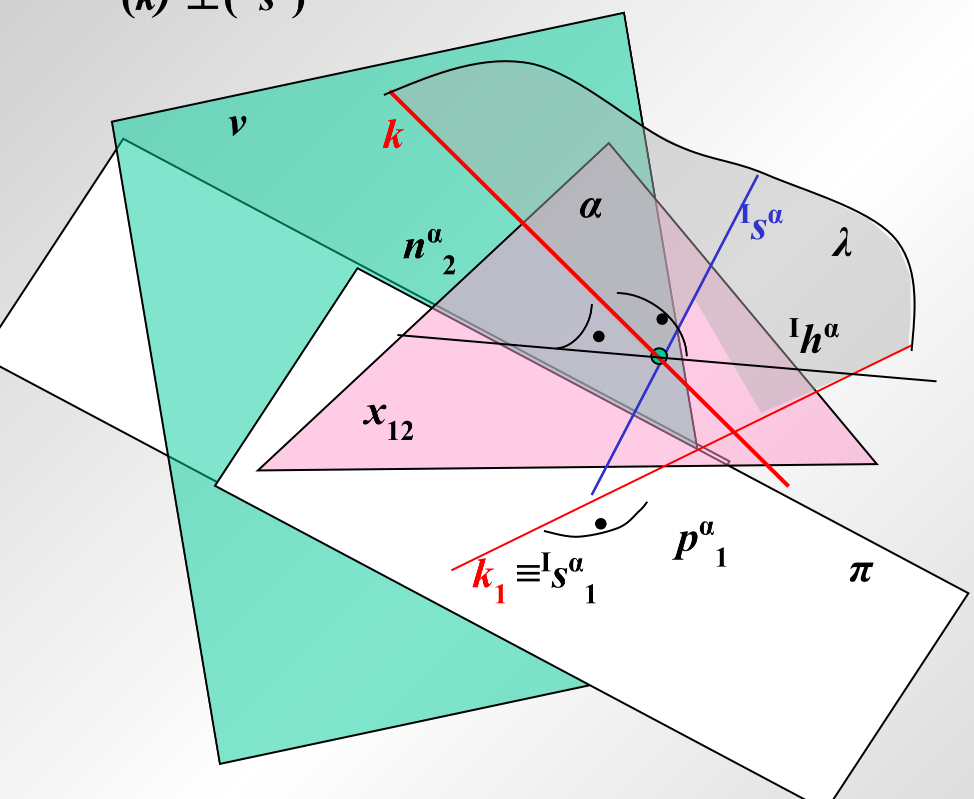
Dôsledok vety o kolmom priemete pravého uhla hovorí, že kolmý priemet kolmice na rovinu je kolmý na príslušné hlavné priamky roviny, a teda na príslušnú stopu roviny, a teda nech α (p^{α}, n^{α}) a priamka $k \perp \alpha$, potom v Mongeovej projekcii platí:

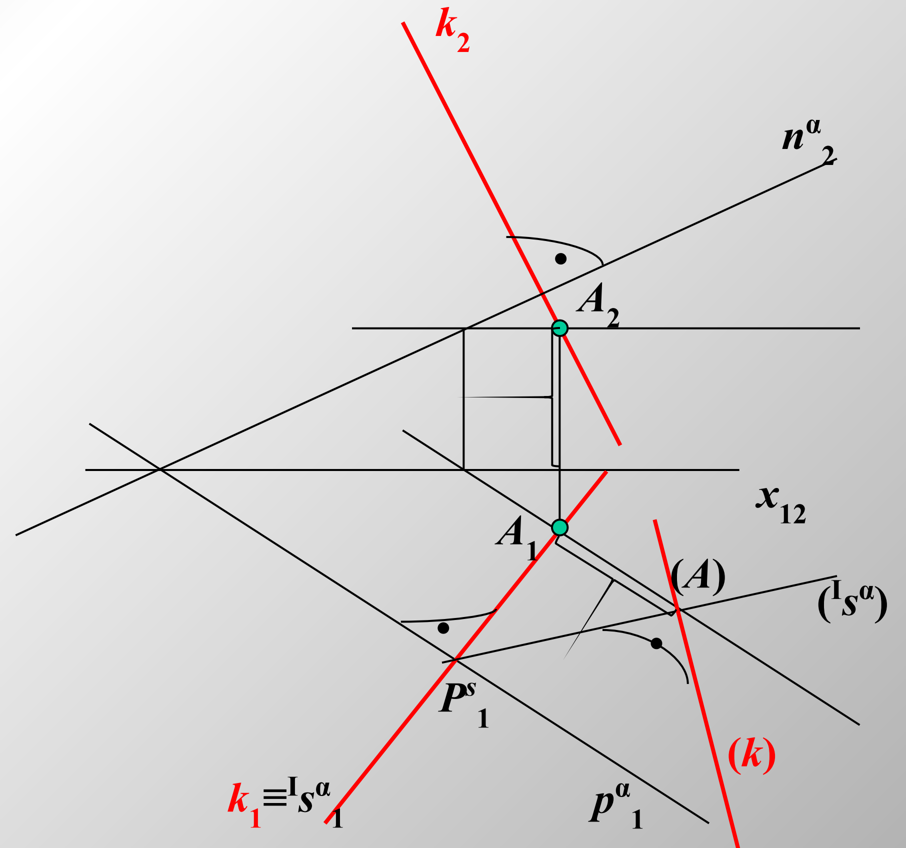
$$k_1 \perp p^{\alpha}_1 \ ({}^{I}h^{\alpha}_1), \ \text{tiež } k_1 \equiv {}^{I}s^{\alpha}_1,$$

$$k_2 \perp n^{\alpha}_2 \ ({}^{II}h^{\alpha}_1), \ \text{tiež } k_2 \equiv {}^{II}s^{\alpha}_2.$$

Kolmica na rovinu je kolmá aj na spádové priamky roviny, a teda nech $k_1 \equiv {}^{I}s^{\alpha}_1$, potom platí, že ležia v spoločnej premietacej rovine λ a v jej sklopení platí:

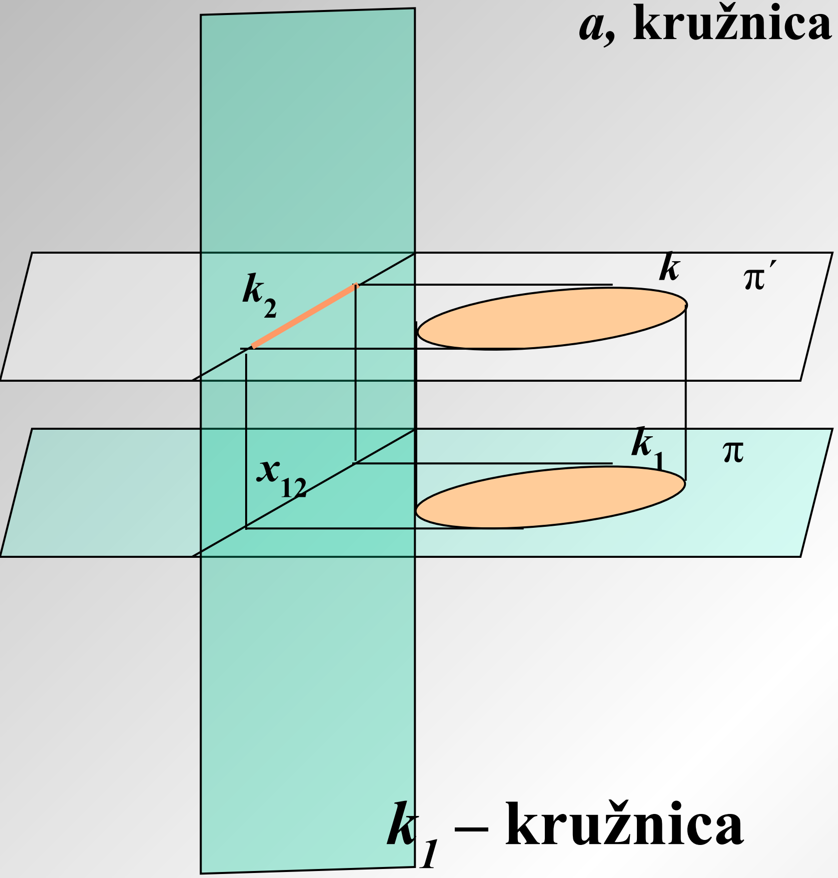
$$(k) \perp ({}^{I}s^{\alpha})$$

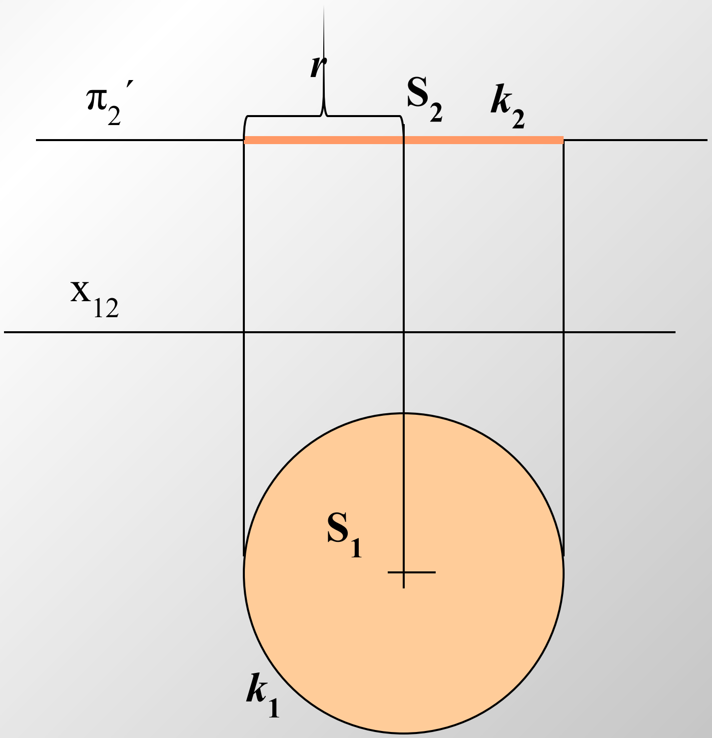




Obraz kružnice v Mongeovej projekcii

***a,* kružnica *k* leží v rovine π´ || π**



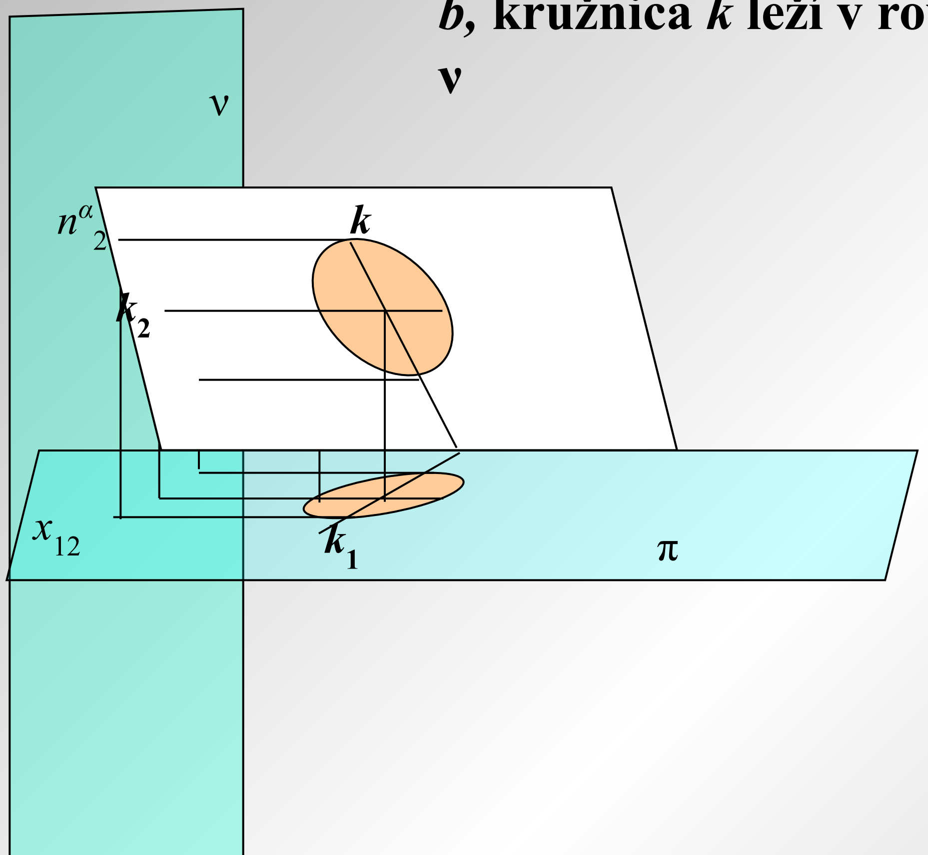


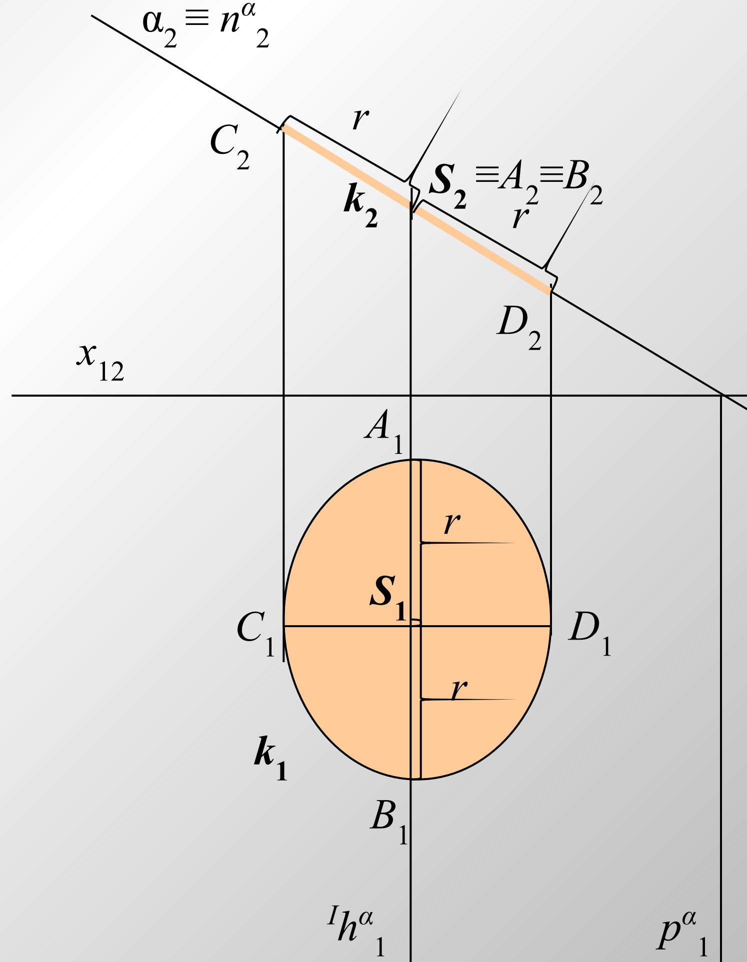
***k**$_1$* **– kružnica**

***k**$_2$* **– úsečka**

Obraz kružnice v Mongeovej projekcii

b, kružnica *k* leží v rovine α ⊥ ν



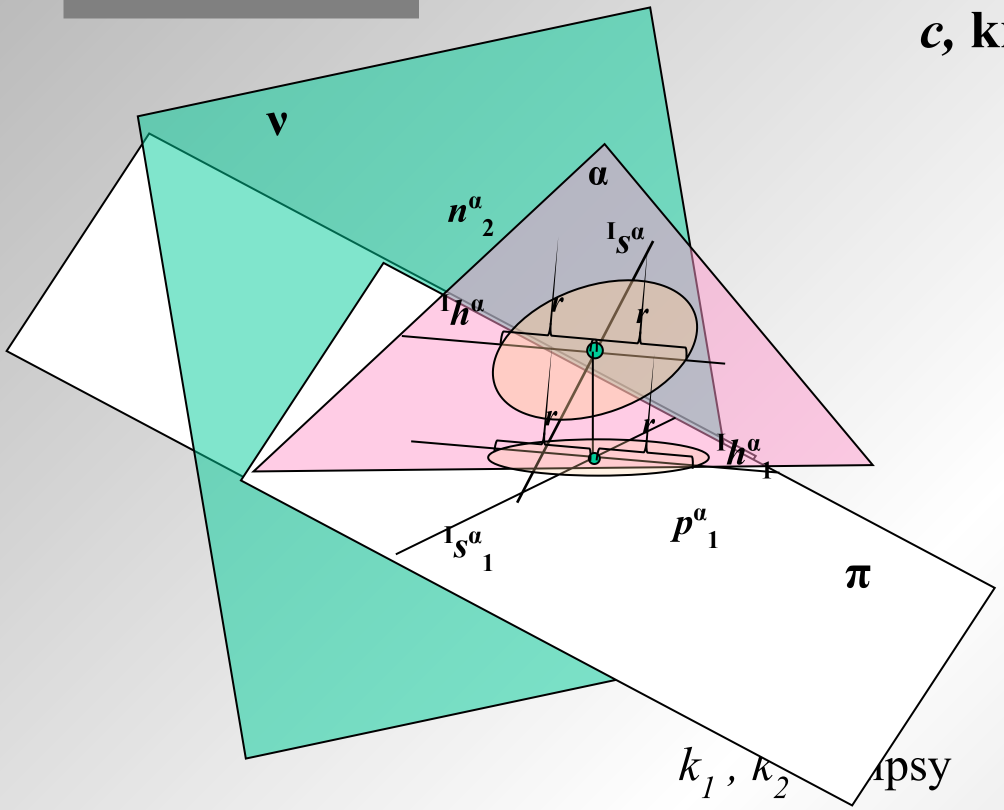


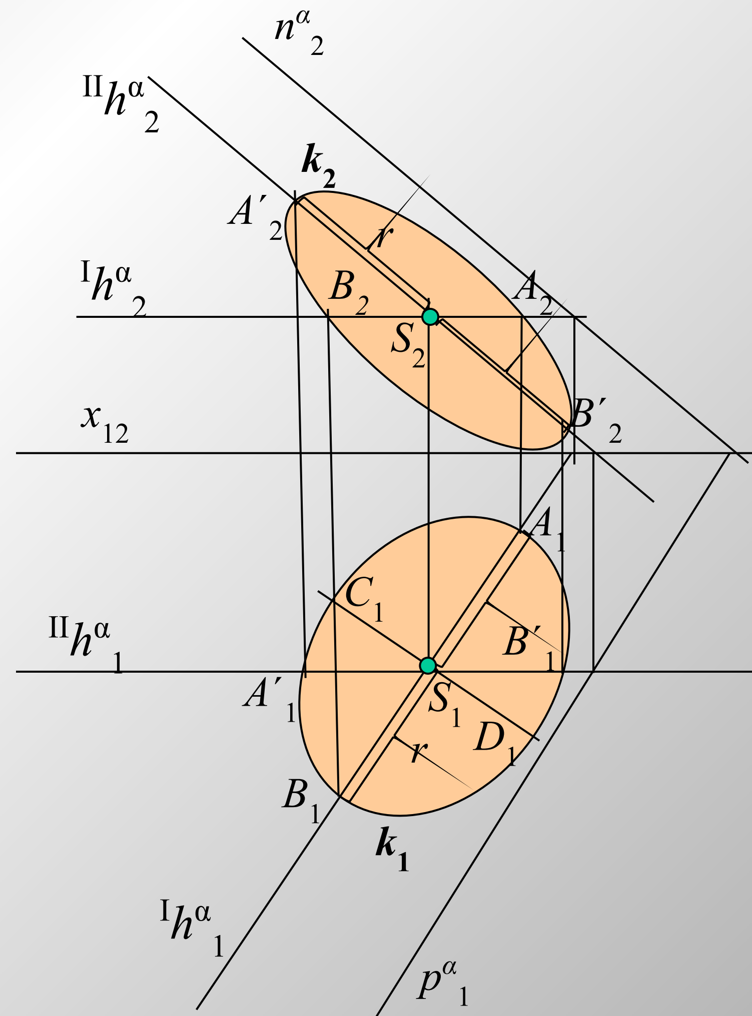
k_2 – úsečka na n^{α}_{2} , jej dĺžka $C_2D_2 = 2r$.

k_1 – elipsa , ktorej hlavná os A_1B_1 na ${}^{I}h^{\alpha}_{1}$, $A_1B_1 = 2r$,
vedľajšia os C_1D na ${}^{I}s^{\alpha}_{1}$.

Obraz kružnice v Mongeovej projekcii

c, kružnica *k* leží vo všeobecnej rovine α





k_1 , k_2 … ipsy

k_1 – elipsa – hlavná os A_1B_1 na ${}^{I}h^{\alpha}_1$, $A_1B_1 = 2r$,

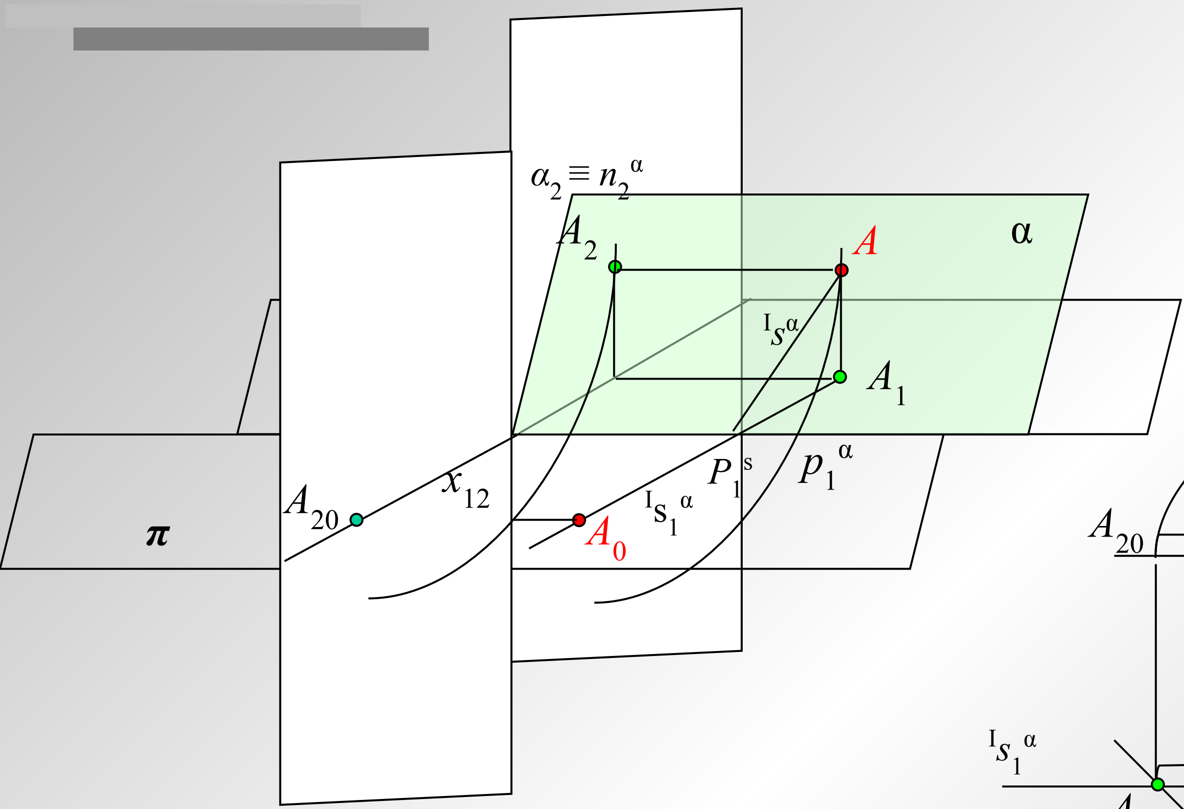
- A_2B_2 na ${}^{I}h^{\alpha}_2$.

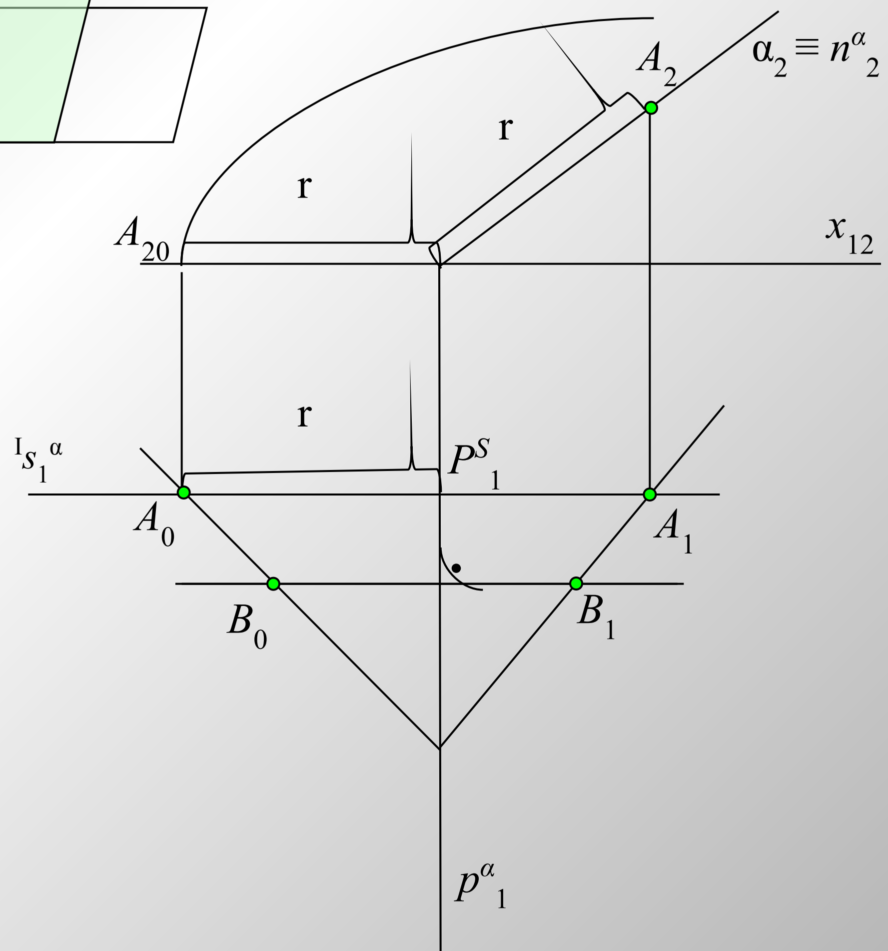
k_2 – elipsa - hlavná os $A'_2B'_2$ na ${}^{II}h^{\alpha}_2$, $A'_2B'_2 = 2r$,

- $A'_1B'_1$ na ${}^{II}h^{\alpha}_1$.
- vedľajšia os C_1D_1 elipsy k_1 na ${}^{I}s^{\alpha}_1$,
- vedľajšia os $C'_2D'_2$ na ${}^{II}s^{\alpha}_2$.

Vedľajšie osi elíps dourčíme rozdielovou konštrukciou.

Otočenie roviny kolmej na nárysňu do pôdorysne





- **Os otáčania** - p_1^α ;
- **kružnica otáčania** leží v rovine kolmej na - p_1^α; teda v premietacej rovine $^Is_1^\alpha$;
- **stred otáčania** je P_1^s ; polomer je r = $P_2^s A_2$;
- $\boldsymbol{A_0} \in {}^I s_1^\alpha$;
- **perspektívna afinita** s osou - p_1^α ; $A_1 \rightarrow A_0$, v nej zobrazíme $B_1 \rightarrow B_0$