

16.4. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

*Дифференциалом функции называется
сумма произведений частных
производных этой функции на
приращения соответствующих
независимых переменных.*

$$dz = z'_x \cdot \Delta x + z'_y \cdot \Delta y$$

$$dz = z'_x \cdot dx + z'_y \cdot dy$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \Delta y$$

Функция $z=f(x,y)$ называется дифференцируемой в точке (x,y) , если ее полное приращение можно представить в виде:

$$\Delta z = dz + \alpha \cdot \Delta x + \beta \cdot \Delta y$$

Где dz – дифференциал функции;

$$\alpha = \alpha(\Delta x, \Delta y)$$

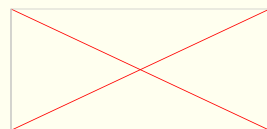
$$\beta = \beta(\Delta x, \Delta y)$$

- бесконечно малые величины при

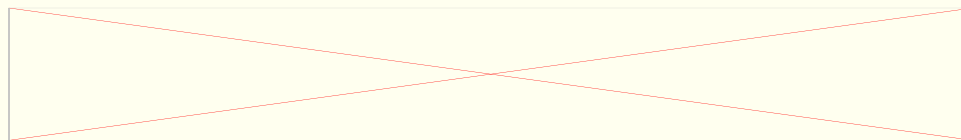
$$\Delta x \rightarrow 0 \quad \text{и} \quad \Delta y \rightarrow 0$$

Таким образом, дифференциал функции нескольких переменных – это главная, линейная относительно приращений Δx и Δy часть полного приращения функции.

Для функции одной переменной $y=f(x)$
существование конечной производной



и представление приращения функции в виде



являются равнозначными утверждениями.

Для функции нескольких переменных
существование частных производных является
необходимым но не достаточным условием
дифференцируемости функции.

ТЕОРЕМА.

Если частные производные функции $z=f(x,y)$ существуют в некоторой окрестности точки (x,y) и непрерывны в самой точке (x,y) , то функция $z=f(x,y)$ дифференцируема в этой точке.