16.4. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Дифференциалом функции называется сумма произведений частных производных этой функции на приращения соответствующих независимых переменных.

$$dz = z'_x \cdot \Delta x + z'_y \cdot \Delta y$$

$$dz = z'_x \cdot dx + z'_y \cdot dy$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \Delta y$$

Функция z=f(x,y) называется дифференцируемой в точке (x,y), если ее полное приращение можно представить в виде:

$$\Delta z = dz + \alpha \cdot \Delta x + \beta \cdot \Delta y$$

Где *dz* – дифференциал функции;

$$\alpha = \alpha(\Delta x, \Delta y)$$

$$\beta = \beta(\Delta x, \Delta y)$$

- бесконечно малые величины при

$$\Delta x \to 0 \quad и \quad \Delta y \to 0$$

Таким образом, дифференциал функции нескольких переменных – это главная, линейная относительно приращений Δx и Δy часть полного приращения функции.

Для функции одной переменной *y=f(x)* существование конечной производной

и представление приращения функции в виде

являются равнозначными утверждениями.

Для функции нескольких переменных существование частных производных является необходимым но не достаточным условием дифференцируемости функции.

ТЕОРЕМА.

Если частные производные функции $z=f(x,y)$ существуют в некоторой окрестности точки (x,y) и непрерывны в самой точке (x,y), то функция $z=f(x,y)$ дифференцируема в этой точке.