Импульс материальной точки, системы материальных точек. Закон сохранения и изменения импульса. Центр масс системы материальных точек и закон его движения. Работа силы.

- Любое тело (или совокупность тел) представляет собой, по существу, систему материальных точек, или частиц. Если система с течением времени изменяется, то говорят, что **изменяется её состояние**. Состояние системы характеризируется одновременным заданием положений (координат) и скоростей всех её частиц.

- Уравнение движение позволяет найти состояние системы в любой момент времени.

- Величины сохраняющие во времени: **энергия, импульс и момент импульса.**

- Обладают **аддитивностью**: значения этих величин для системы, состоящей их частей, взаимодействие которых пренебрежимо мало, равно сумме значений для каждого из частей в отдельности.

- Уравнение второго закона Ньютона:

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt}=\mathbf{f} \quad \blacktriangleright \quad \frac{d(m\mathbf{v})}{dt}=\mathbf{f}.$$

- величина ***P=mv*** **-** **импульс материальной точки**
- **Импульс** (количество движения) – векторная физическая величина, являющаяся мерой механического движения тела.
- **Второй закон Ньютона:** производная импульса материальной точки по времени равна результирующей всех сил, действующих на точку:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt}=\mathbf{f},$$

- в частности, если **F**=0, то **p**=const
- Зная зависимость **F**(t) можно найти приращение импульса частицы за промежуток времениdt: *dp=**F**dt*
- Приращение за конечный промежуток времени t :

$$\mathbf{p}_2-\mathbf{p}_1=\int_0^t \mathbf{F}\,dt.$$

- где правая часть – **импульс силы.** Приращение импульса за любой промежуток времени зависит от **продолжительности действия силы.**

Импульс системы равен векторной сумме импульсов её отдельных частиц:

$$\mathbf{p} = \sum \mathbf{p}_i$$

где p_i – импульс i-й частицы. Найдём изменение импульса системы:

$$d\mathbf{p}/dt = \sum d\mathbf{p}_i/dt \quad \Rightarrow \quad d\mathbf{p}_i/dt = \sum_k \mathbf{F}_{ik} + \mathbf{F}_i$$

где F_{ik} – силы, действующие на i-ю частицу со стороны других частиц системы (**внутренние силы**); F_i- сила, действующая на частицу со стороны других тел, не входящих в рассматриваемую систему (**внешние силы**).

$$d\mathbf{p}/dt = \sum_i \sum_k \mathbf{F}_{ik} + \sum_i \mathbf{F}_i$$

Двойная сумма – это сумма всех внутренних сил. По 3 закону Ньютона – результирующая сила в каждой паре взаимодействующих частиц равна нулю, т.е. векторная сумма всех сил = 0! Тогда:

$$\boxed{d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}_{внеш}}$$

где $F_{внеш} = \sum F_i$ – результирующая всех внешних сил.

Производная **импульса системы** по времени равна векторной сумме всех внешних сил, действующих на частицы системы.

Замкнутая система- система частиц, на которую не действуют никакие посторонние тела (или их воздействие пренебрежимо мало), т.е. если система замкнута, и внешние силы отсутствуют.

$$\boxed{d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}_{внеш}}$$

Импульс системы может меняться только под действие внешних сил, внутренние силы не могут менять импульс системы.

Закон сохранения импульса – импульс замкнутой системы частиц остаётся постоянным, т.е. не меняется со временем (при этом импульс отдельных частиц может меняться!):

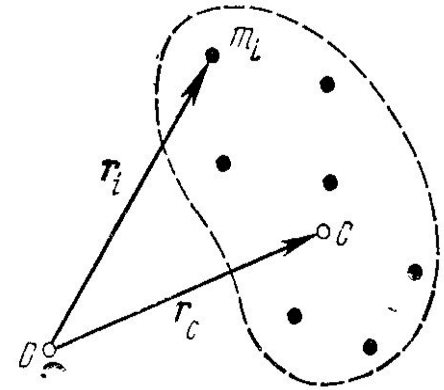
$$\mathbf{p} = \sum \mathbf{p}_i(t) = \text{const}$$

Центром инерции системы называется точка, положение которой в пространстве задаётся радиус-вектором $\boldsymbol{r}_c$:

$$\mathbf{r}_c = \frac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2 + \ldots + m_N\mathbf{r}_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N} = \frac{\sum m_i\mathbf{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i\mathbf{r}_i}{m}$$

где m_i – масса i- ого тела, r_i – радиус-вектор, определяющий положение этого тела в пространстве, m – масса системы.

Декартовы координаты центра инерции равны проекциям $\boldsymbol{r}_c$ на координатные оси:



$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{m}; \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{m}; \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{m}$$

В однородном поле тяжести центр тяжести совпадает с центром инерции.

Скорость V_c **центра масс**: $\mathbf{v}_C = \frac{1}{m}\sum m_i \mathbf{v}_i$

Если скорость центра **масс равна нулю**, то говорят, что система как целое **покоится**.

Импульс системы равен произведению массы системы на скорость центра масс:

$$\boxed{\mathbf{p} = m\mathbf{v}_C}$$

Уравнение движения центра масс системы – центр масс системы движется так, как если бы вся масса системы была сосредоточена в этой точке и к ней были бы приложены все внешние силы:

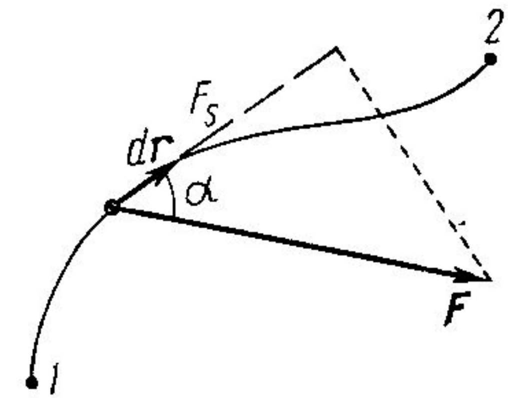
$$\boxed{m\frac{d\mathbf{v}_C}{dt} = \mathbf{F}_{внеш}}$$

где $F_{внеш}$ – результирующая всех внешних сил, действующих на систему.

Если центр масс системы движется равномерно и прямолинейно, то это означает, что её импульс сохраняется в процессе движения:

$$\mathbf{F}_{\text{внеш}} = 0 \Rightarrow d\mathbf{V}_C/dt = 0 \Rightarrow \mathbf{V}_C = \text{const} \Rightarrow \mathbf{p} = \text{const}$$

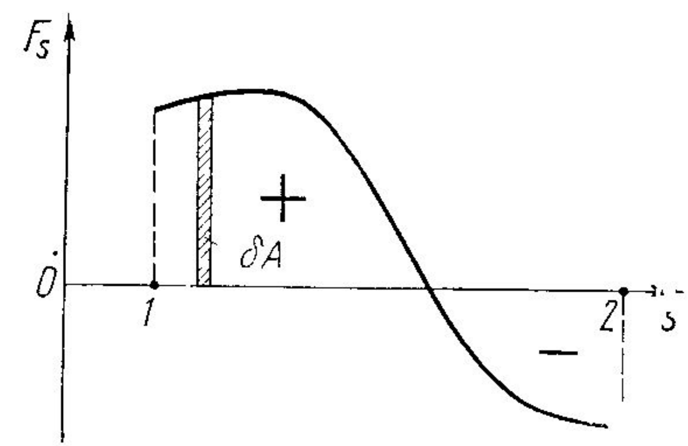
Пусть частица под действием силы F (меняющей по модулю и направлению) совершает перемещение по некоторой траектории 1-2. Рассмотрим элементарное перемещение dr, в переделах которого силу можем считать постоянной.



Элементарная работа силы **F** на перемещении d**r**:

$$\mathbf{F}\,d\mathbf{r} = F\cos\alpha\,ds = F_s\,ds \qquad \delta A = \mathbf{F}\,d\mathbf{r} = F_s\,ds$$

где α – угол между векторами **F** и **dr,** ds=|**dr**| - элементарный путь, F_s – проекция вектора **F** на вектор d**r**. <u>δA</u> – алгебраическая величина, определяется в зависимости от угла между векторами **F** и **dr** (равна нулю если **F** перпендикулярна **dr**).



Интегрируем выражение по всем участкам от точки 1 до точки 2 найдём работу силы **F**:

$$A = \int_1^2 \mathbf{F}\,d\mathbf{r} = \int_1^2 F_s\,ds.$$

dr – перемещение точки приложения силы **F.**

В системе СИ работа измеряется в **джоулях** (Дж).

Работа является скалярной величиной.

Она может быть как положительной (0° ≤ α < 90°), так и отрицательной (90° < α ≤ 180°).

Для характеристики скорости с которой совершается работа, вводят величину, называемую мощностью. **Мощность** - работа, совершаемая силой в единицу времени. Если за промежуток времени dt сила **F** совершает работу Fd**r**, то мощность, развиваемая этой силой в данный момент времени N=**F**d**r**/dt , так как d**r**/dt = **v** , то:

$$N = \mathbf{F}\mathbf{v}.$$

Связь работы и мощности: $A = \int_0^t N\,dt.$

Мощность – величина скалярная. Единица измерения в Си **ватт** (ВТ)

Кинетическая энергия материальной точки. Потенциальные силы. Потенциальная энергия системы взаимодействующих тел. Закон сохранения и изменения энергии в механике.

Если в каждой точке пространства на помещённую туда частицу действует сила, то говорят, что частица находится в **поле сил**. Любое силовое поле вызывается действием определённых сил.

Поля не меняющиеся во времени называются **стационарными**.

Существуют стационарные силовые поля, в которых **работа**, совершаемая над частицей силами поля, **не зависит от пути** перемещения между точками 1 и 2. Силы, обладающие таким свойством, называют **консервативными.** Силы поля являются консервативными, если в стационарном случае их работа на любом замкнутом пути равна нулю. Все силы, не являющиеся консервативными, называются **неконсервативными.**

Силы зависящие только от расстояния между взаимодействующими частицами и направленные по прямой, проходящей через эти частицы, называют **центральными** (гравитационные, кулоновские). Центральные силы являются консервативными силами.

- Физическая величина, характеризующая способность тела или системы тел совершать работу, называется **энергией**.
- Энергия может быть обусловлена:
- Движением тела с некоторой скоростью – **кинетическая энергия (энергия движения)**
- Нахождением тела в потенциальном поле сил- **потенциальная энергия (энергия положения)**

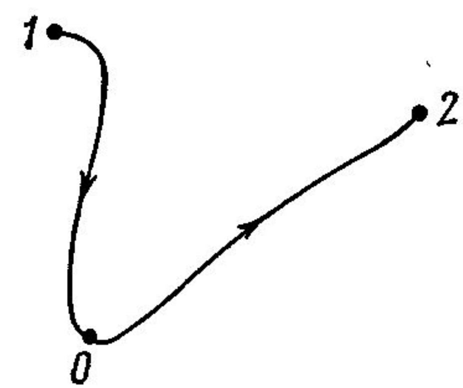
Работа консервативных сил зависит только от начального и конечного положений частицы. Введём понятие **потенциальной энергии.**

Пусть частицу в стационарном поле консервативных сил перемещают из точек Pi в некоторую точку О. Работа сил поля будет зависеть только от положения точек Р(при фиксированной точке О). Работа будет некоторой функцией радиус-вектора **r** и Р. Обозначим функцию U(**r**):

$$A_{PO} = \int_P^O \mathbf{F}\,d\mathbf{r} = U(\mathbf{r}).$$

Функция U(**r**) – **потенциальная энергия** частицы в данном поле.

Работа при перемещении по 1О2:



$$A_{12} = A_{1O} + A_{O2} = A_{1O} - A_{2O} \blacktriangleright A_{12} = \int_1^2 \mathbf{F}\,d\mathbf{r} = U_1 - U_2.$$

<u>Работа сил поля определяет</u> лишь <u>разность потенциальных энергий</u> частицы в двух точках данного поля, но не абсолютное значение.

Потенциальная энергия:

- в поле силы тяжести:

$$U(z) = mgz,$$

- в поле упругости:

$$U(r) = \varkappa r^2/2;$$

- в гравитационном поле:

$$U(r) = \alpha/r;$$

- Пусть частица массы m движется под действием некотрой силы **F.** Найдём элементарную работу, которую совершает эта сила на элементарном перемещении d**r**. Учтём, что $\boldsymbol{F}=m d\mathbf{v}/dt$ и $d\mathbf{r}=\mathbf{v}dt$:

$$\delta A = \mathbf{F}\, d\mathbf{r} = m\mathbf{v}\, d\mathbf{v} \to \mathbf{v}\, d\mathbf{v} = v\, dv \to \delta A = mv\, dv = d(mv^2/2)$$

- Работа результирующей силы пропорциональна приращению **кинетической энергии** T:

$$\boxed{T = mv^2/2.}$$

- Приращение кинетической энергии частицы на некотором перемещении равно алгебраической сумме работ всех сил, действующих на частицу на том же перемещении:

$$T_2 - T_1 = A_{12}$$

- Если $A_{12}>0$, то $T_2>T_1$, т.е. кинетическая энергия частицы увеличивается, если $A_{12}<0$, то кинетическая энергия уменьшается.

$$\left.\begin{array}{l} A_{\text{конс}} = -\Delta U \\ \Delta T = A_{\text{конс}} + A_{\text{стор}} \end{array}\right| \Longrightarrow \Delta T + \Delta U = \Delta(T+U) = A_{\text{стор}}$$

Полная механическая энергия частицы в поле:

$$\boxed{E = T + U}$$

Приращение полной механической энергии частицы на некотором пути равно алгебраической сумме работ всех сторонних сил, действующих на частицу:

$$\boxed{E_2 - E_1 = A_{\text{стор}}}$$

Если $A_{\text{стор}} > 0$, то полная механическая энергия частицы увеличивается, если же $A_{\text{стор}} < 0$, то уменьшается- механическая энергия изменяется только под действием сторонних сил.

Закон сохранения механической энергии частицы:

Если сторонние силы отсутствуют или таковы, что не совершают работы в течение интересующего нас времени, то полная механическая энергия частицы в стационарном поле консервативных сил остаётся постоянной за это время, т.е.:

$$\boxed{E = T + U = \text{const.}}$$

- Какие существуют неконсервативные силы?

При любых физических взаимодействиях энергия не возникает и не исчезает. Она лишь превращается из одной формы в другую.

В реальных условиях практически всегда на движущиеся тела наряду с силами тяготения, силами упругости и другими консервативными силами действуют силы трения или силы сопротивления среды.

Сила трения не является консервативной. Работа силы трения зависит от длины пути.

Если между телами, составляющими замкнутую систему, действуют силы трения, то механическая энергия не сохраняется. Часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию тел (нагревание).