Повторяем тему «Производная»

(По материалам, изученным в 10 классе).

Большинство функций, изучаемых в школьном курсе алгебры и начал анализа, имеют себе в пару другую функцию, называемую производная функция от данной, или просто **производная.**

Определение производной давалась через пределы.

Посмотрите дома это определение на стр 312 учебника Мордковича часть 1.

Таблица производных

$$C' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(kx + b)' = k$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\mathrm{x}^{\mathrm{n}})' = n \cdot x^{n-1}$$

Таблица производных

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\mathrm{tg}\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\mathrm{ctg}\, x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Правила дифференцирования

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(C \cdot u)' = C \cdot u'$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

Найти производную функции

$$1)\, f(x) = 3x^7 + 5x^5 - 2x^3 + 4x - 6$$

Решение

$$f'(x) = 3 \cdot (x^7)' + 5 \cdot (x^5)' - 2 \cdot (x^3)' + 4 \cdot (x)' - 6'$$

$$f'(x) = 3 \cdot 7x^6 + 5 \cdot 5x^4 + 2 \cdot 3x^2 + 4 \cdot 1 - 0$$

$$f'(x) = 21x^6 + 25x^4 - 6x^2 + 4$$

Найти производную функции

$$2)\ f(x) = (5\sin x - x^6)$$

Решение

$$f'(x) = (5\sin x - x^6)' =$$

$$= 5(\sin x)' - (x^6)' =$$

$$= 5\cos x - 6x^5$$

Найти производную функции

$$3)\, f(x) = 12x - tg(x)$$

Решение

$$f'(x) = 12 \cdot (x') - (tg(x))'$$

$$f'(x) = 12 \cdot 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$f'(x) = 12 - \frac{1}{\cos^2 x}$$

Найти производную функции

$$f(x) = x^4 \cdot \sin x$$

Решение

$$f'(x) = (x^4)' \cdot \sin x + x^4 \cdot (\sin x)'$$

$$f'(x) = 4x^3 \cdot \sin x + x^4 \cdot \cos x$$

Найти производную функции

$$5)\ f(x)=\frac{2x}{4x+3}$$

Решение

$$f'(x)=\frac{(2x)'\cdot(4x+3)-2x\cdot(4x+3)'}{(4x+3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2(4x+3)-2x\cdot4}{(4x+3)^2}=\frac{8x+6-8x}{(4x+3)^2}=\frac{6}{(4x+3)^2}$$

Производная сложной функции

$$f(g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$$

Пример

$$f(x) = (-5x + 11)^4$$

Решение

$$f'(x) = ((-5x + 11)^4)' \cdot (5x + 11)'$$

$$f(x)' = 4 \cdot (-5x + 11)^3 \cdot (-5) = -20 \cdot (-5x + 11)^3$$

Производная сложной функции

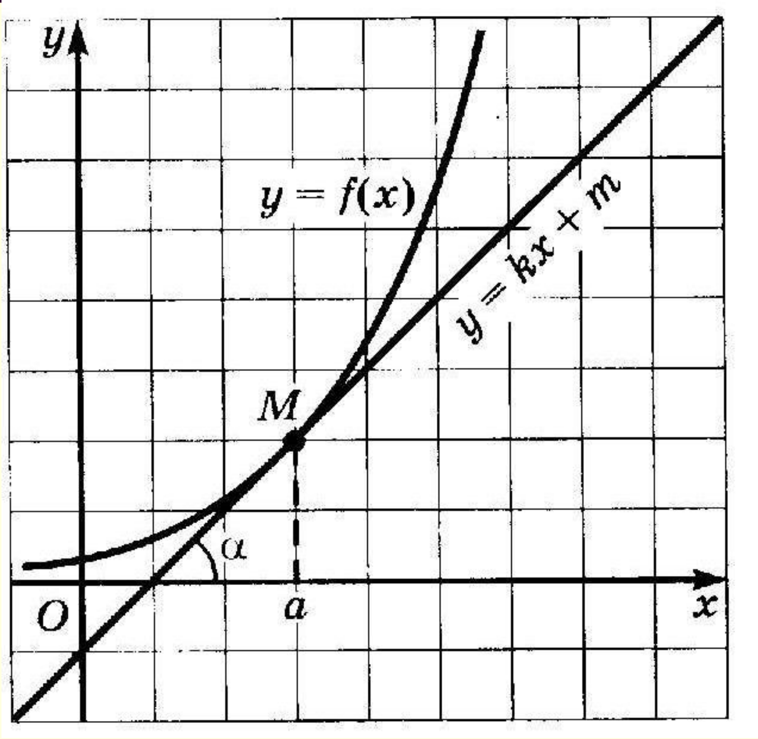
$$f(x) = \cos 5x$$

Решение

$$f'(x) = (\cos 5x)' \cdot (5x)' = -\sin 5x \cdot 5$$

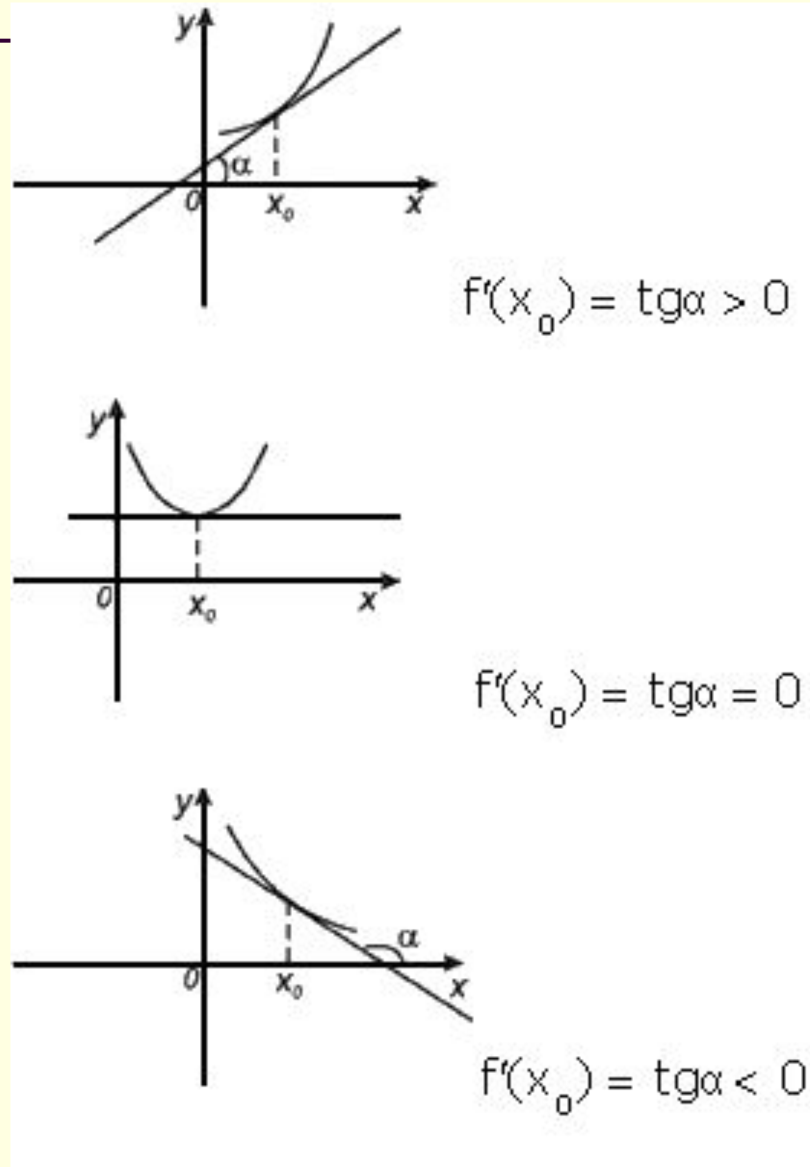
$$f'(x) = -5\sin 5x$$

Геометрический смысл производной



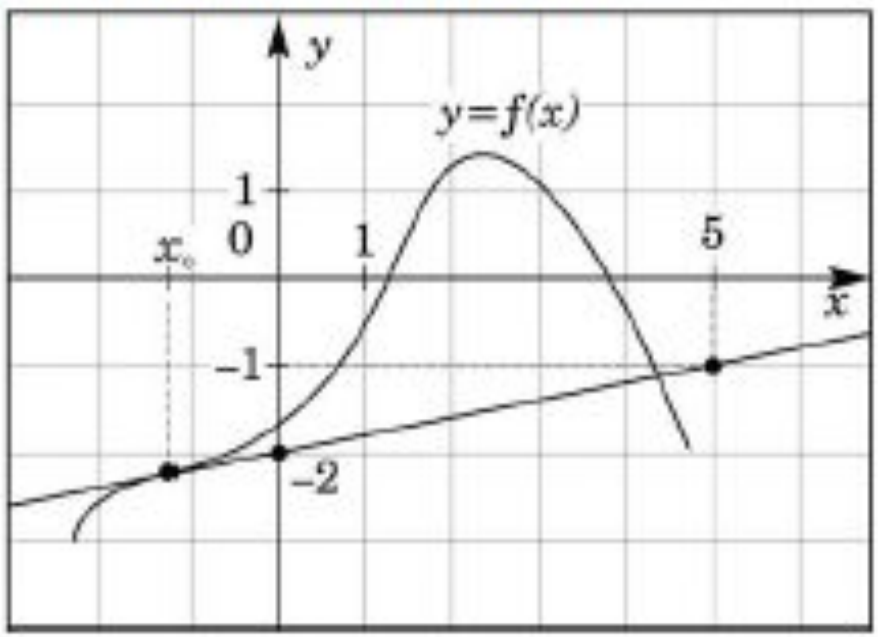
$$k = f'(a) = \operatorname{tg}\alpha$$

Какой угол образует производная?



Производная на ЕГЭ (задача В8)

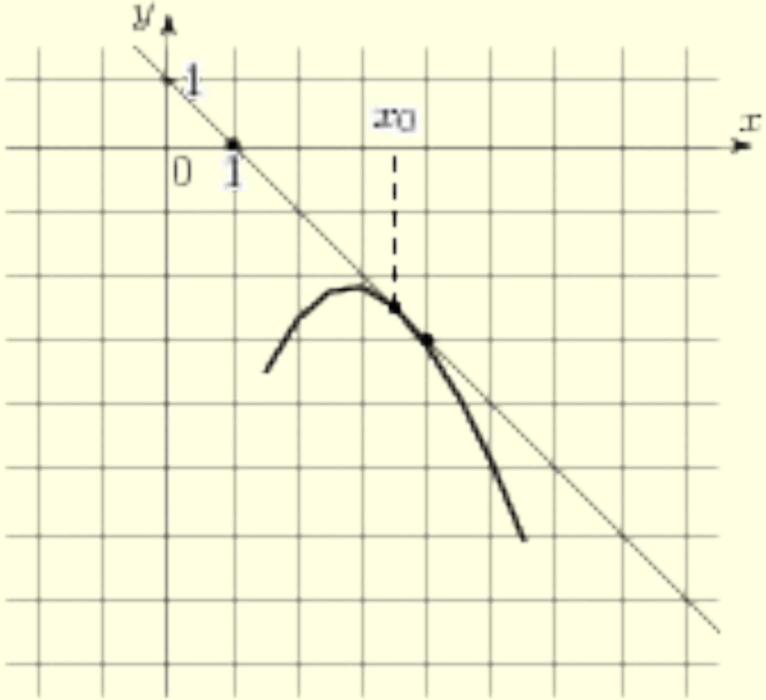
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Используя определение $f'(x_0) = tg\alpha$ получим $tg\alpha = 0,2$

Производная на ЕГЭ (задача В8)

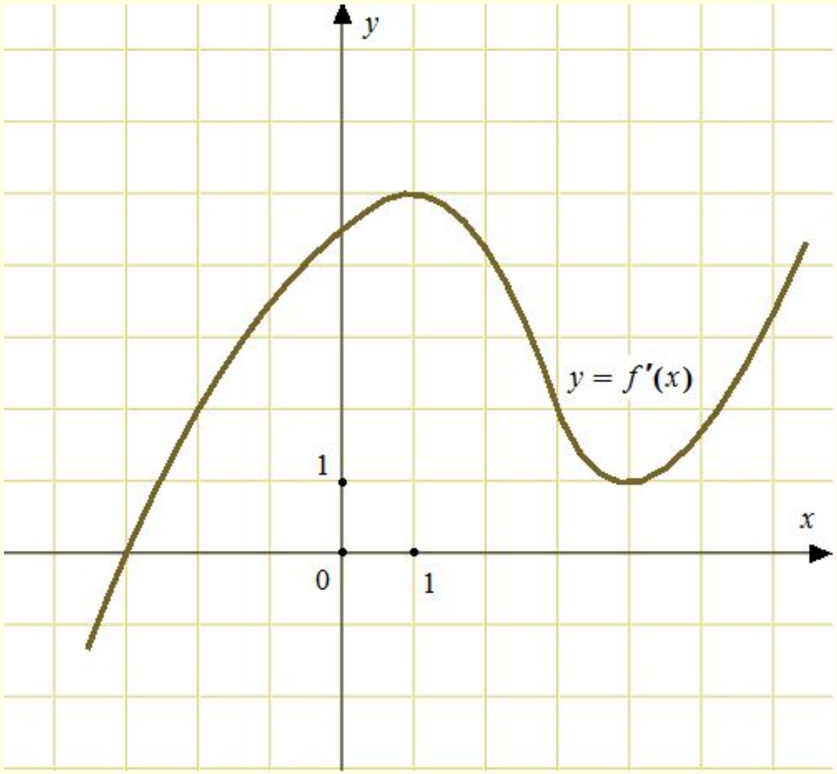
- На рисунке изображены график функции y = f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 Найдите значение производной функции y = f(x) в точке x_0



Ответ: $tg\alpha = -1$

Производная на ЕГЭ (задача В8)

На рисунке изображен график производной функции f(x). Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику y=f(x) параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: x = - 3

3) *К графику функции y = f(x) проведена касательная в точке с абсциссой* $x_0 = -3.$ *на рисунке изображен график производной этой функции. Определите градусную меру угла наклона касательной.*

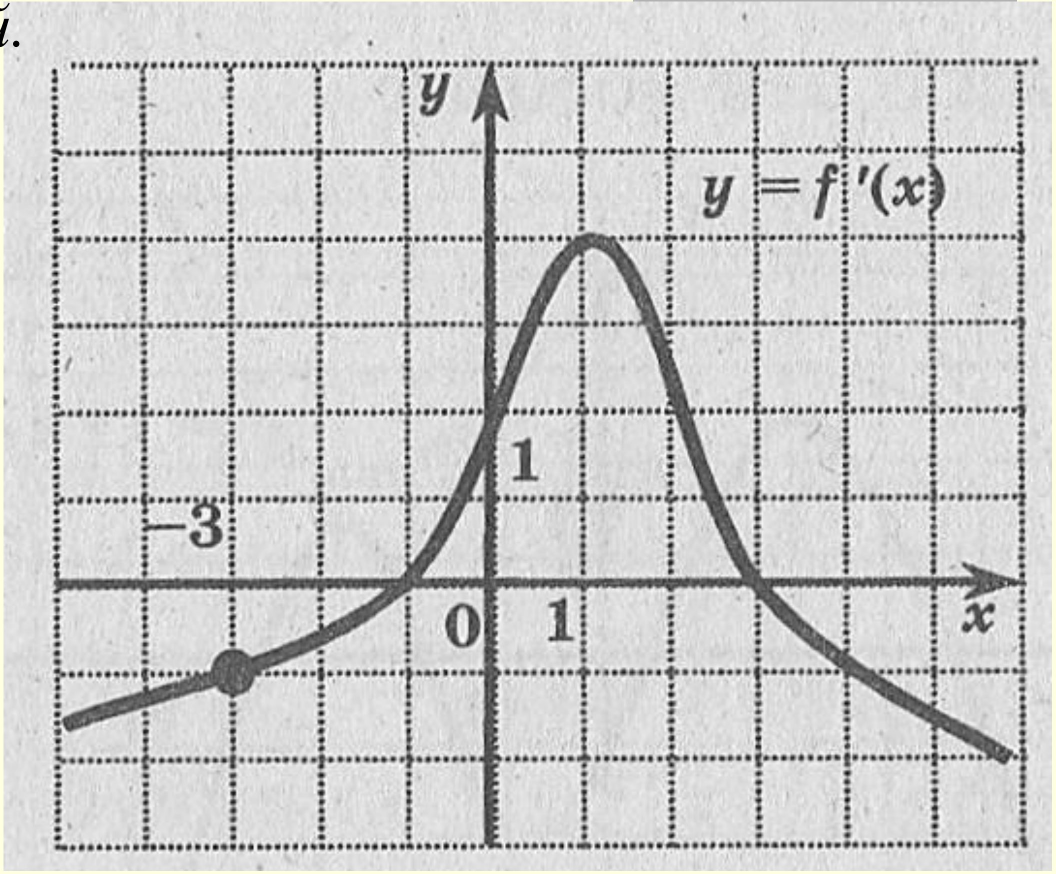
Решение

$$tg\alpha = f'(x_0)$$

По графику определяем, что

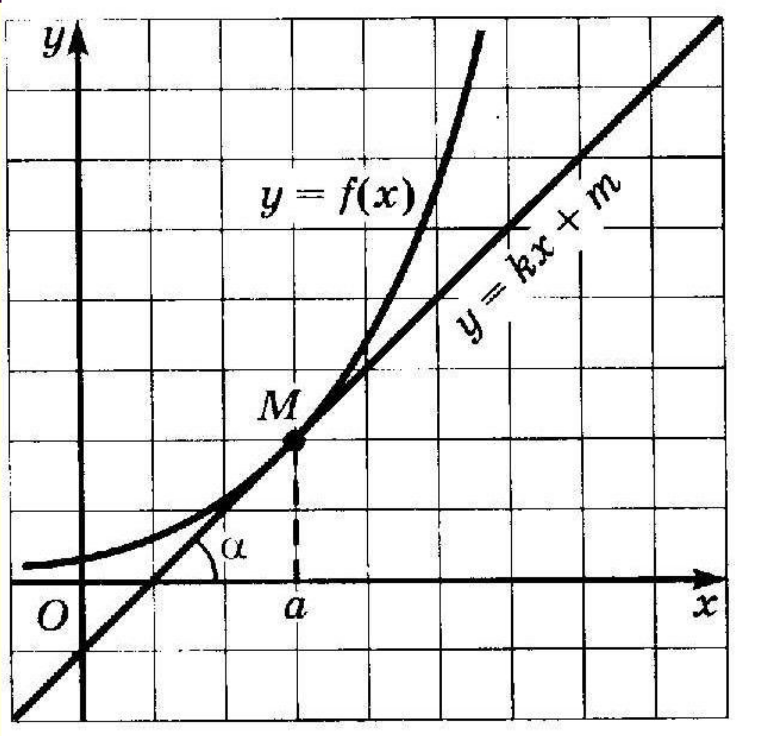
$$f'(-3) = -1;$$

$$tg\alpha = -1.$$



Ответ: $\alpha = 135^0$

Уравнение касательной



$$y = f(x_0) + f'(x_0) * (x - x_0)$$

Пример *Составить уравнение касательной, проведенной к графику функции* $y = 2x^3 - 5x^2 - 2$ *точке графика с абсциссой* $x_0 = 2.$

Решение

$$y = f(x_0) + f'(x_0) * (x - x_0)$$

$$y'(x) = 2*(x^3)' - 5*(x^2)' - 2' = 2*3x^2 - 5*2x - 0 =$$
$$= 6x^2 - 10x$$

$$y(x_0) = y(2) = 2*2^3 - 5*2^2 - 2 = -6$$

$$y'(x_0) = y'(2) = 6*2^2 - 10*2 = 4$$

$$y = -6 + 4*(x - 2) = -6 + 4x - 8 = 4x - 14$$

Ответ: $y = 4x - 14$

Физический (механический) смысл производной

$$S'(t) = v(t)$$

$$v'(t) = a(t)$$

Пример

Материальная точка движется по прямой так, что ее скорость в момент времени t равна

$$v(t) = t^3 - 2t.$$

Найдите ускорение точки в момент времени t = 3.

Решение

$$a(t) = v'(t)$$

$$v'(t) = (t^3 - 2t)' = 3 * t^2 - 2$$

$$v'(3) = 3 * 3^2 - 2 = 25$$

Ответ: $a(3) = 25$

Домашнее задание

Повторить:

1) Таблицу производных.

2) Правила дифференцирования.

3) Алгоритмы нахождения tg α

4) Задание на листке по вариантам..

Использованные ресурсы:

- *Открытый банк задач ЕГЭ по математике 2012*

  http://live.mephist.ru/show/mathege2010/
- *Обучающая система Д. Гущина «РЕШУ ЕГЭ»*

  http://reshuege.ru/
- Мордкович А.П. П.В. Алгебра и начала анализа (профильный уровень) 10 класс, М., «Мнемозина», 2006.
- Алимов Ш.А.Алгебра и начала анализа 10-11 класс, М., «Просвещение»,1999.

- **Автор:**
- **Заикина Наталья Алексеевна,**
- **учитель математики,**
- **МОУ «СОШ № 5»**
- **г. Саратов**