РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

"Решение квадратных уравнений", алгебра 8 класс. Презентация может быть использована при организации обобщающего повторения по названной теме, а также для подготовки обучающихся к итоговой аттестации. В презентации дана классификация квадратных уравнений, способы решения квадратных уравнений, решение биквадратных уравнений.

Атабиева Мадина Ибрагимовна,
учитель математики
МБОУ Лицей№7

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

- КЛАССИФИКАЦИЯ
- СПОСОБЫ РЕШЕНИЙ
- БИКВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ВЫХОД

Из истории квадратных уравнений

Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до н.э. вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения.

КЛАССИФИКАЦИЯ

ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ПРИВЕДЕННЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ВЫХОД

ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = o$, где х-переменная, a, b и c – некоторые числа, причем $a \neq 0$ называют квадратным.

a – первый коэффициент

b – второй коэффициент

c – свободный член уравнения

Например:

$$4x^2 + 6x - 3 = 0$$

НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Если в уравнении $ax^2 + bx + c = o$ хотя бы один из коэффициентов *b* или с равен нулю, то такое уравнение называют неполным квадратным уравнением.

Если *b =0*, *то* $ax^2 + c = 0$

Если *с=о*, *то* $ax^2 + bx = 0$

Например: 1. $5x^2 - 18 = 0$

2. $3x^2 + x = 0$

ВЫХОД

ПРИВЕДЕННЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Квадратное уравнение, в котором первый коэффициент равен 1, называют приведенным квадратным уравнением.

Например: $x^2 - 7x + 9 = 0$

ВЫХОД

СПОСОБЫ РЕШЕНИЙ

ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ПРИВЕДЕННЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ВЫХОД

СПОСОБЫ РЕШЕНИЙ ПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + 2kx + c = 0$$

ВЫХОД

СПОСОБЫ РЕШЕНИЙ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЯХ

$$ax^2 + bx = 0$$

$$ax^2 + c = 0$$

ВЫХОД

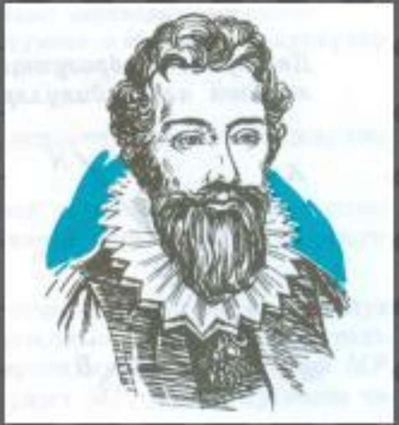
СПОСОБЫ РЕШЕНИЙ ПРИВЕДЕННЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

- С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ
- ИСПОЛЬЗУЯ ТЕОРЕМУ ВИЕТА

ВЫХОД

ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Общее правило решения квадратных уравнений было сформулировано немецким математиком М.Штифелем (1487 - 1567).



Выводом формулы решения квадратных уравнений общего вида занимался Виет.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Выражение $D = b^2 - 4ac$ называют дискриминантом квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

1. Если D>0, уравнение имеет два корня:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

2. Если D=0, то уравнение имеет один корен

ПРИМЕР 1

$$x = \frac{-b}{2a}$$

ПРИМЕР 2

3. Если D<0, то уравнение корней не имеет.

ВЫХОД

ПРИМЕР 3

$$ax^2 + 2kx + c = 0$$

$$D_1 = k^2 - ac$$

Если D>0, то уравнение имеет два корня:

$$x_1 = \frac{-k + \sqrt{D_1}}{a} \qquad x_2 = \frac{-k + \sqrt{D_1}}{a}$$

ПРИМЕР 4

Если D=0, то уравнение имеет один корень:

$$x = \frac{-k}{a}$$

ПРИМЕР 5

Если D<0, то уравнение корней не имеет.

ПРИМЕР 6

ВЫХОД

ПРИМЕР 1

$$5x^2 + 9x - 2 = 0,$$

$$D = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 121,$$

$$D > 0,$$

$$x_1 = \frac{-9 + \sqrt{121}}{2 \cdot 5} = \frac{-9 + 11}{10} = \frac{1}{5},$$

$$x_2 = \frac{-9 - \sqrt{121}}{2 \cdot 5} = \frac{-9 - 11}{10} = -2$$

$$\textit{Ответ}: x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = -2.$$

выход

ПРИМЕР 2

$$5x^2 - 7x + 2{,}45 = 0,$$

$$D = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2{,}45 = 0,$$

$$D = 0,$$

$$x = \frac{-7}{2 \cdot 5} = -0{,}7$$

$$\textit{Ответ}: x = -0{,}7.$$

выход

ПРИМЕР 3

$$x^2 - 3x + 4 = 0,$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -7,$$

$$D < 0,$$

корней нет

Ответ: корней нет.

выход

ПРИМЕР 4

$$x^2 + 2x - 48 = 0,$$

$$D_1 = k^2 - ac = 1^2 - (-48) = 49,$$

$$D_1 > 0,$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{49}}{1} = 6,$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{49}}{1} = -8$$

$$Ответ: x_1 = 6; x_2 = -8.$$

ПРИМЕР 5

$$-0{,}25x^2+2x-4=0,$$

$$D_1=k^2-ac=1^2-(-0{,}25)\cdot(-4)=0,$$

$$D_1=0,$$

$$x=\frac{-1}{-0{,}25}=4$$

$$Ответ: x=4.$$

выход

ПРИМЕР 6

$$2x^2 - 2x + 14 = 0,$$

$$D_1 = k^2 - ac = (-1)^2 - 2 \cdot 14 = -27,$$

$$D_1 < 0, \textit{ корней нет}$$

$$\textit{Ответ}: \textit{корней нет.}$$

ВЫХОД

ЕСЛИ С=0

Такие уравнения решают разложением левой его части на множители:

$$x = 0 \quad \text{или} \quad ax + b = 0,$$

$$ax = -b,$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

ЕСЛИ Ь=0

$$ax^2 + c = 0,$$

$$ax^2 = -c,$$

$$x^2 = -\frac{c}{a},$$

Если_ $-\frac{c}{a} > 0$, то уравнение имеет два корня:

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}} \qquad x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Если $-\frac{c}{a} < 0$, то уравнение корней не имеет.

ПРИМЕР 7

ПРИМЕР 7

$$0.5x^2 - 18 = 0,$$

$$0{,}5x^2 = 18,$$

$$x^2 = 36,$$

$$x_1 = \sqrt{36}; \qquad x_2 = -\sqrt{36},$$

$$x_1 = 6; \qquad x_2 = -6$$

$$Ответ: x_1 = 6; x_2 = -6.$$

ВЫХОД

ПРИМЕР 8

$$8x^2 + 7x = 0,$$

$$x(8x + 7) = 0,$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad 8x + 7 = 0,$$

$$8x = -7,$$

$$x = -\frac{7}{8}$$

$$\text{Ответ}: x_1 = 0; x_2 = -\frac{7}{8}.$$

ВЫХОД

ТЕОРЕМА ВИЕТА

Теорема Виета: сумма корней квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Если x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то

$$x_1 + x_2 = -p \qquad x_1 \cdot x_2 = q$$

Из теоремы Виета следует, что если x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + bx + c = 0$, то

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

ВЫХОД

БИКВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0 \quad (a \neq 0)$

где х-переменная, а, b и с – некоторые числа, называют биквадратным уравнением.

Например: $3x^4 + 5x^2 - 8 = 0$

ВЫХОД

ПРИМЕР

ПРИМЕР 9

$$9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$$

Введем новую переменную $x^2 = y$

Получим квадратное уравнение

с переменной $y: 9y^2 - 10y + 1 = 0$

Решив его, найдем, что $y_1 = \frac{1}{9}; y_2 = 1$

Значит, $x^2 = \frac{1}{9}$ *или* $x^2 = 1$

Из уравнения $x^2 = \frac{1}{9}$ *находим, что* $x_1 = -\frac{1}{3}; x_2 = \frac{1}{3}$

Из уравнения $x^2 = 1$ *находим, что* $x_3 = -1; x_4 = 1$

Ответ $: x_1 = -\frac{1}{3}; x_2 = \frac{1}{3}; x_3 = -1; x_4 = 1.$

Рефлексия

- На уроке я работал …

- Своей работой на уроке я ….

- Урок для меня показался ….

- Хочу сделать комплимент