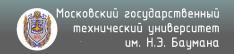


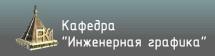
Начертательная геометрия 1 семестр для студентов ф-та ИУ

#### ЛЕКЦИЯ 1

Метод проекций. Задание прямой линии на чертеже. Взаимное положение двух прямых. Теорема о проециях прямого угла.

> Подготовили: доценты кафедры РК-1 Сенченкова Л.С., Палий Н.В.





#### Введение

Предметы (пространственные формы) в евклидовом пространстве имеют три измерения. Изображения на плоскости – двухмерные. На плоскости могут быть изображены только линии.

Пространственные формы ограничены поверхностями.

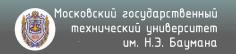
Поверхность – результат перемещения линии в пространстве (линия – образующая поверхности). Перемещение линии также может быть задано с помощью линий (линия – направляющая поверхности).

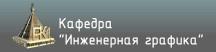
Линия – результат перемещения в пространстве точки или результат пересечения поверхностей. Линия – однопараметрическое множество точек.

Точка – элементарный геометрический объект. Точка – результат пересечения двух линий. Точка – элемент множества (пространства).

Таким образом, любая поверхность может быть представлена как некоторое упорядоченное, двухпараметрическое множество точек.

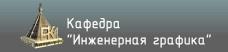
Пространство представляет собой множество точек.





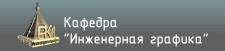
### 1. Метод проекций

В основе правил построения изображений, рассматриваемых в начертательной геометрии и применяемых в инженерной практике, лежит метод проекций. Так как пространственные формы рассматриваются как множество принадлежащих им точек, то все правила будем рассматривать на примере построения проекций точки.



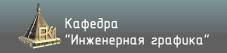
### Принятые обозначения

В пространстве	На плоскости
<u>точки</u>	
A, B, C	A'; B'; C'; A"; B"; C"
<u>линии</u>	
a , b , c , l	a'; b'; a"; b"
поверхности	
α, β, γ	α'; β'; γ'



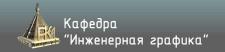
### Основные операции

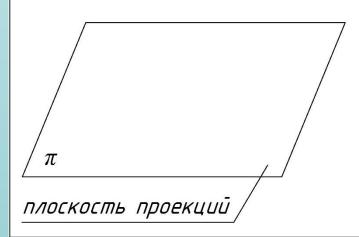
≡	совпадение двух геометрических фигур
<u> </u>	принадлежность множества множеству
€	принадлежность точки множеству
Λ	пересечение геометрических фигур
U	объединение геометрических фигур
·	прямые скрещиваются
Ō	касание

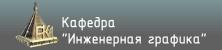


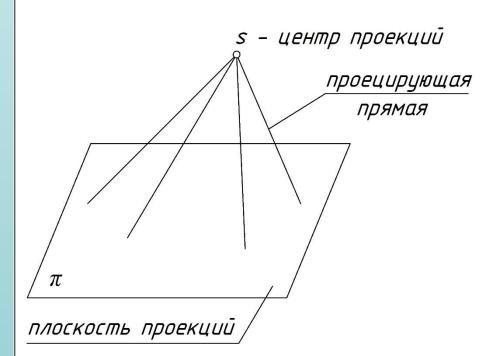
#### Условия получения изображений

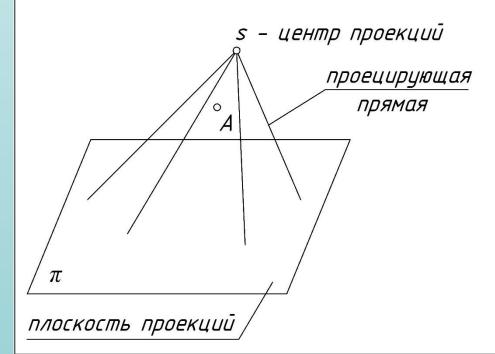
- 1) Каждому предмету должно соответствовать только ему присущее изображение на плоскости.
- 2) Каждому изображению должен соответствовать только один предмет пространства с заданными геометрическими характеристиками (форма, размер, положение в пространстве).

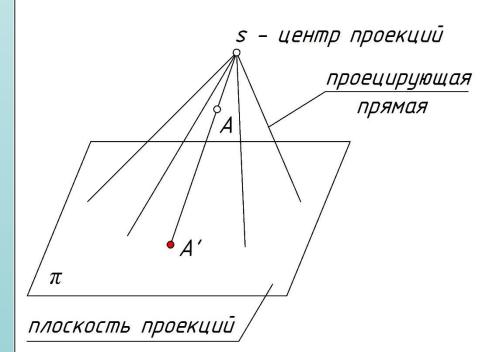


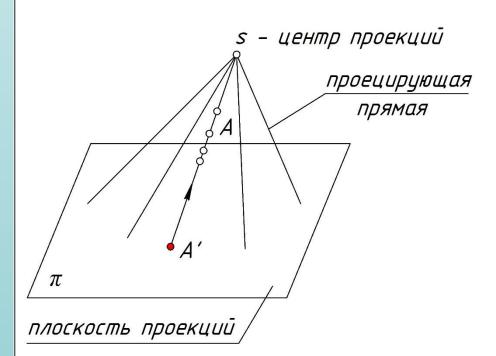


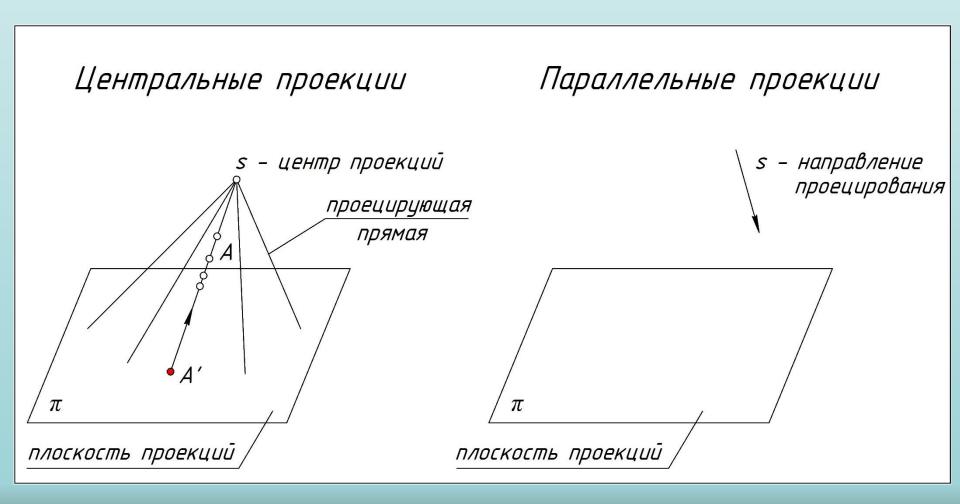


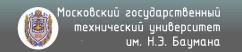


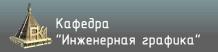


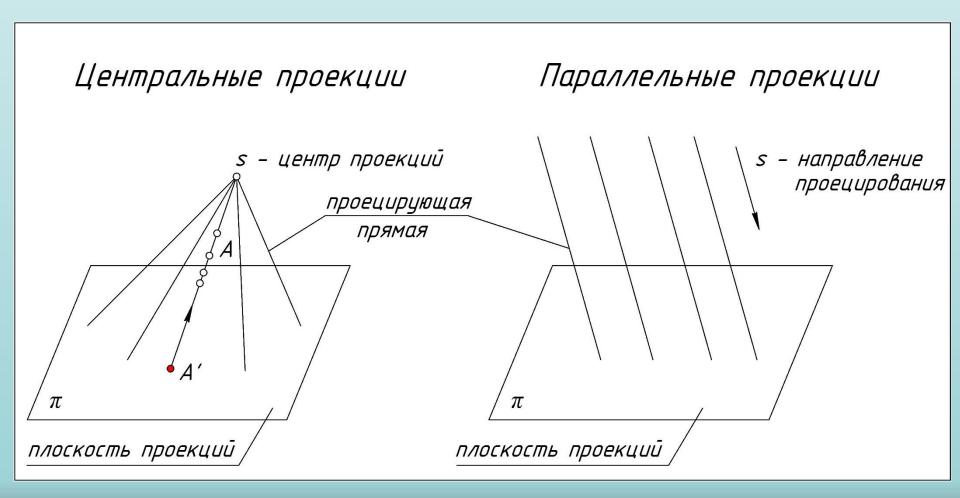


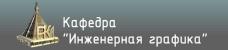


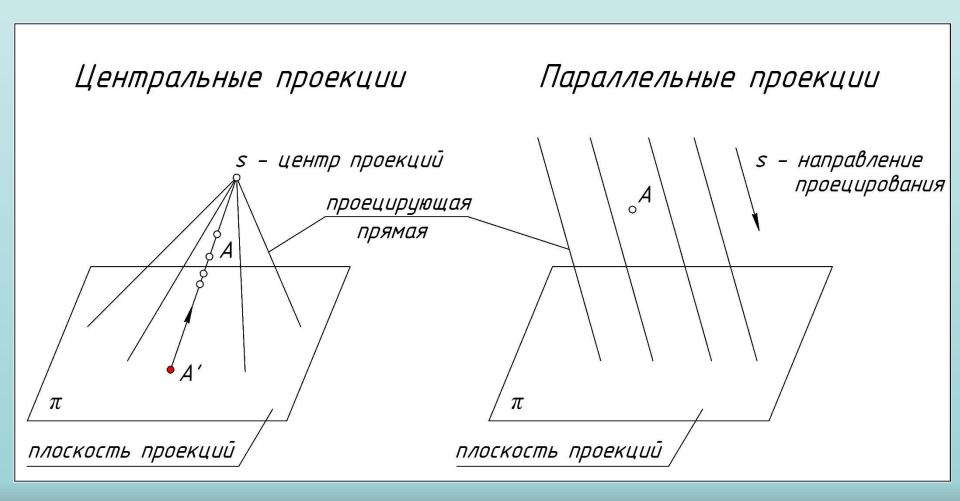


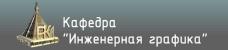


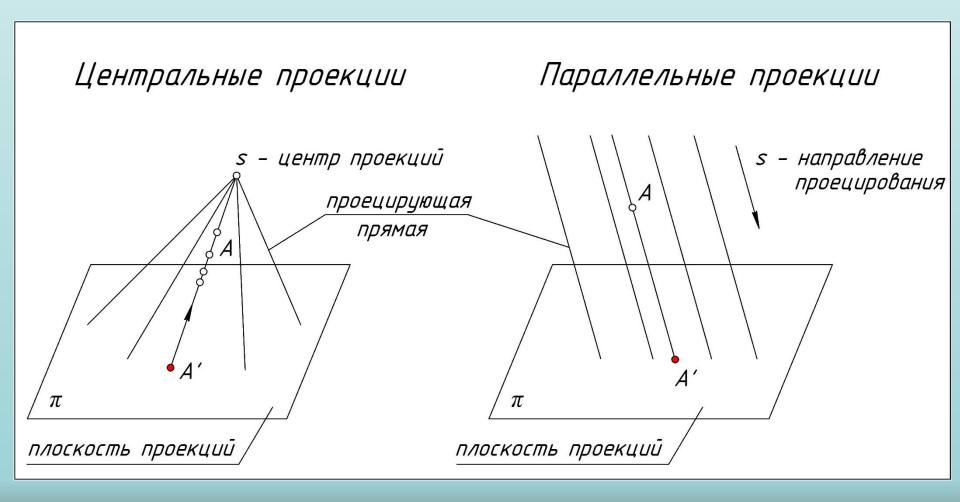


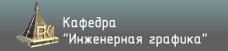


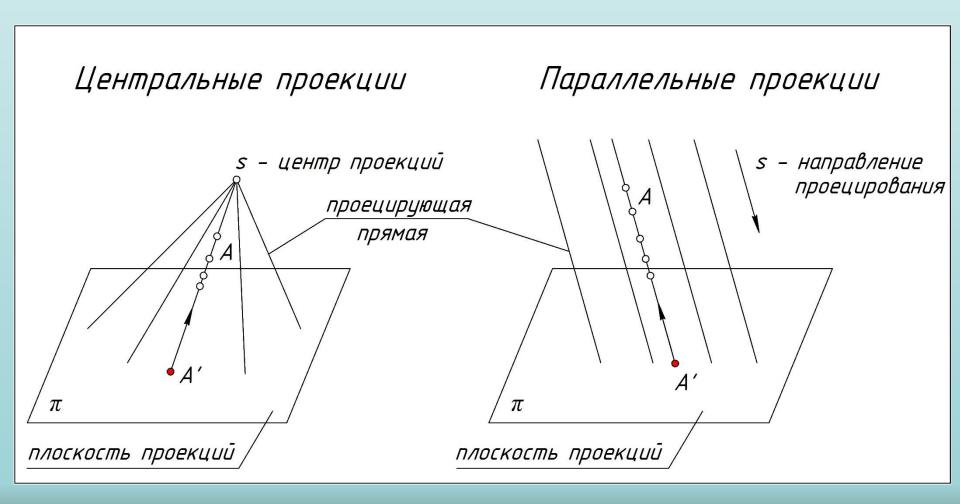


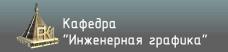




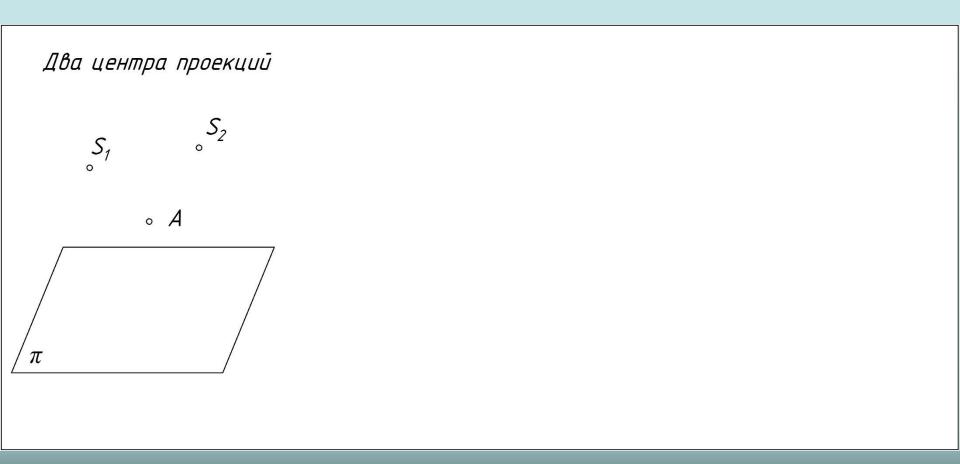




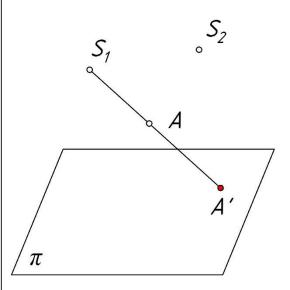


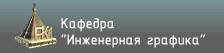


Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:

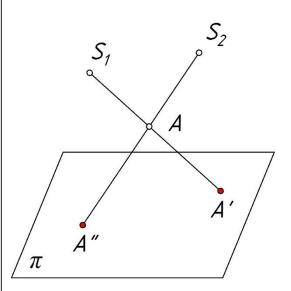


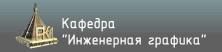
Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:



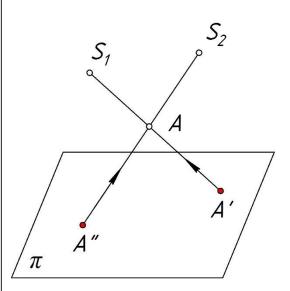


Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:

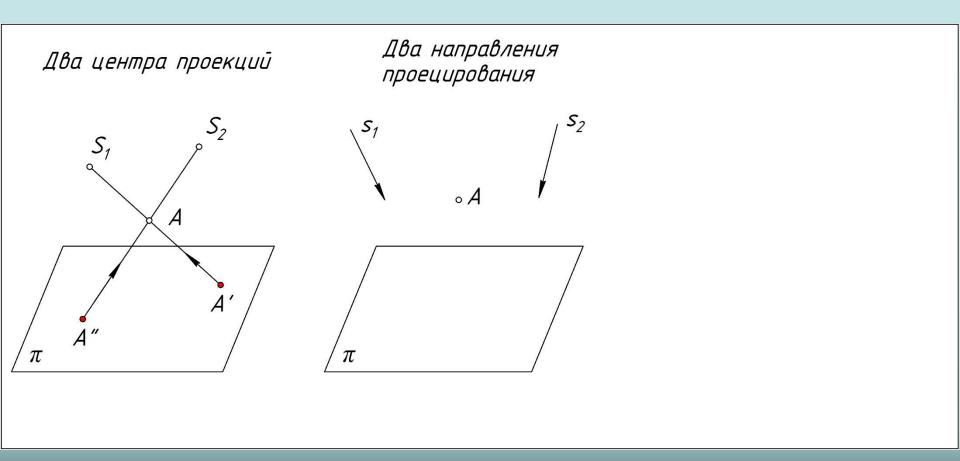


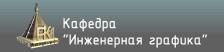


Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:



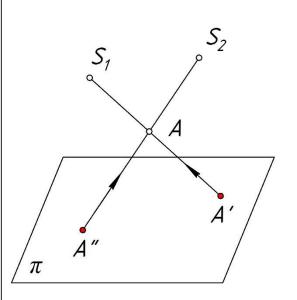
Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:

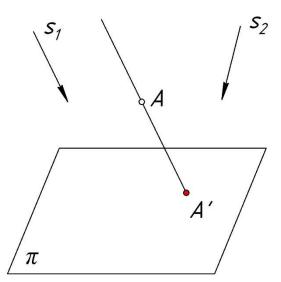




Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:

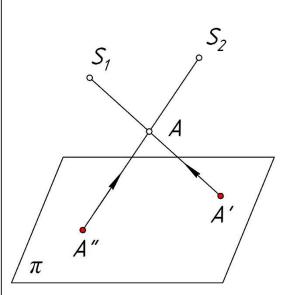


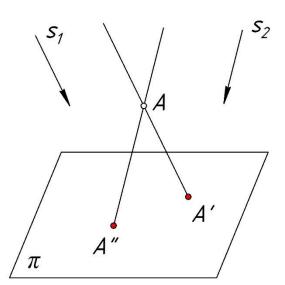




Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:

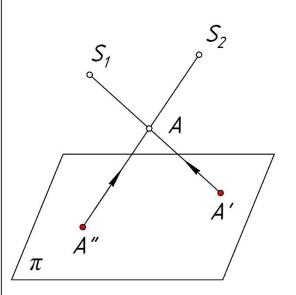


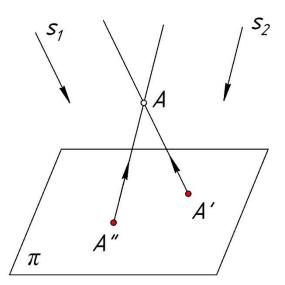




Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:

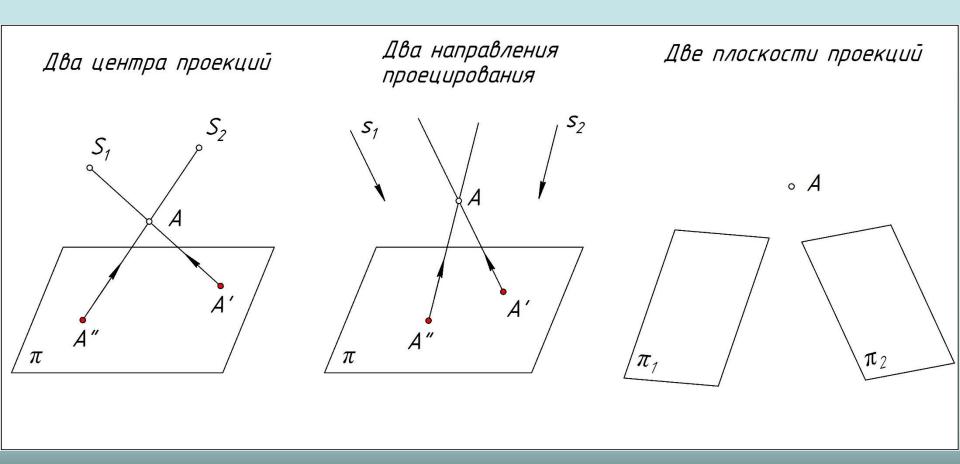


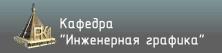




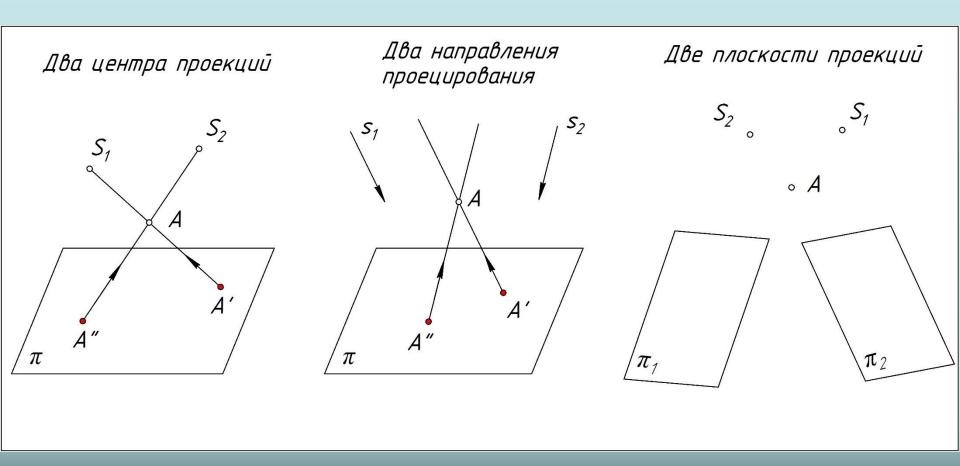


Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:



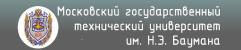


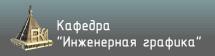
Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:



Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:

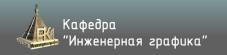
Два направления Две плоскости проекций Два центра проекций проецирования





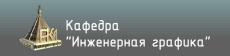
Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:

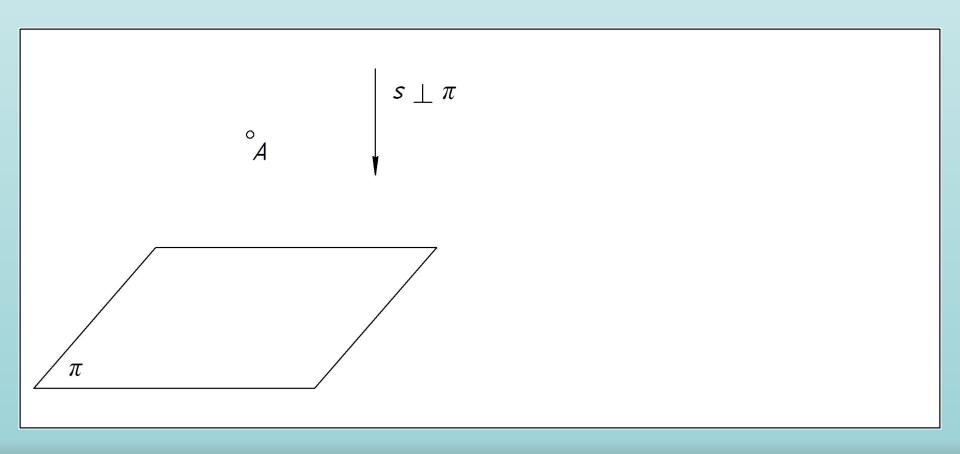
Два направления Две плоскости проекций Два центра проекций проецирования

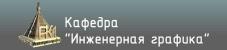


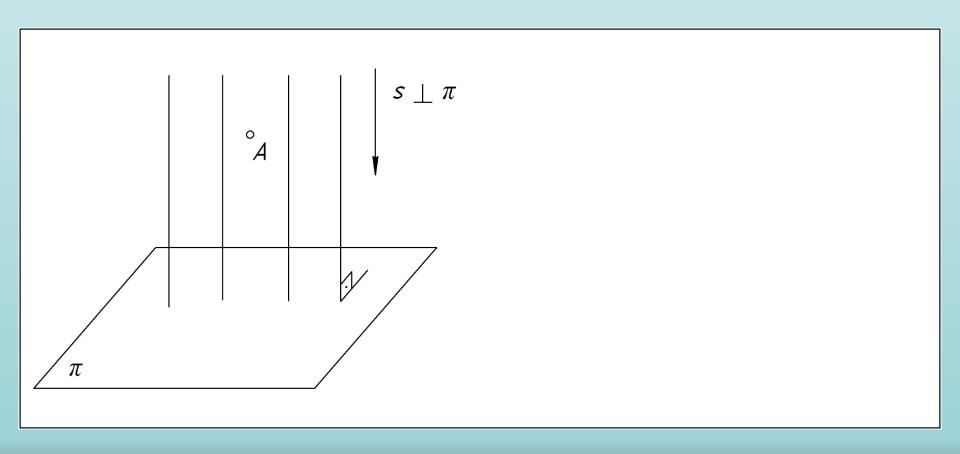
Только одна проекция точки не определяет ее положения в пространстве. Для получения двух проекций точки можно использовать:

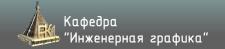
Два направления Две плоскости проекций Два центра проекций проецирования

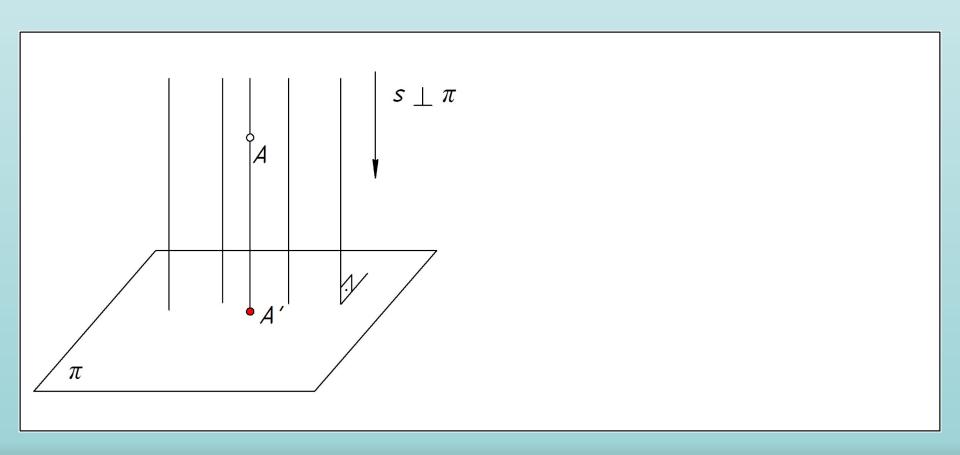


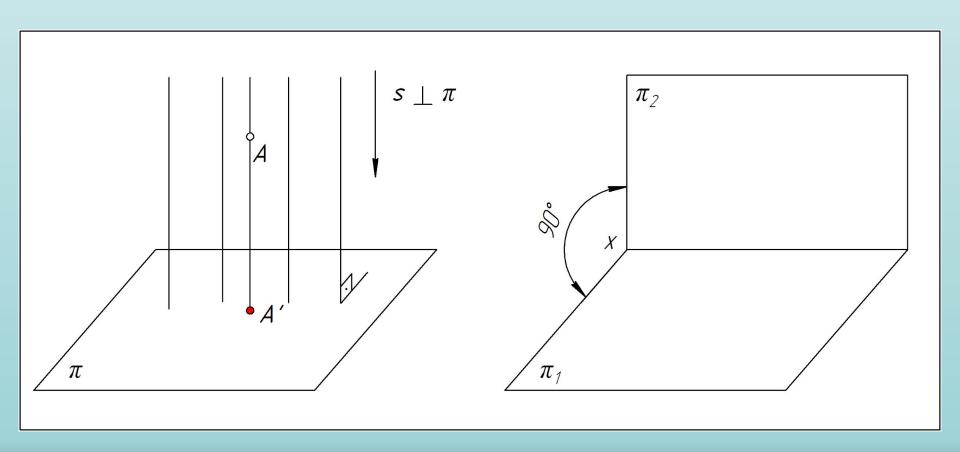


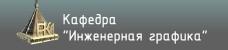


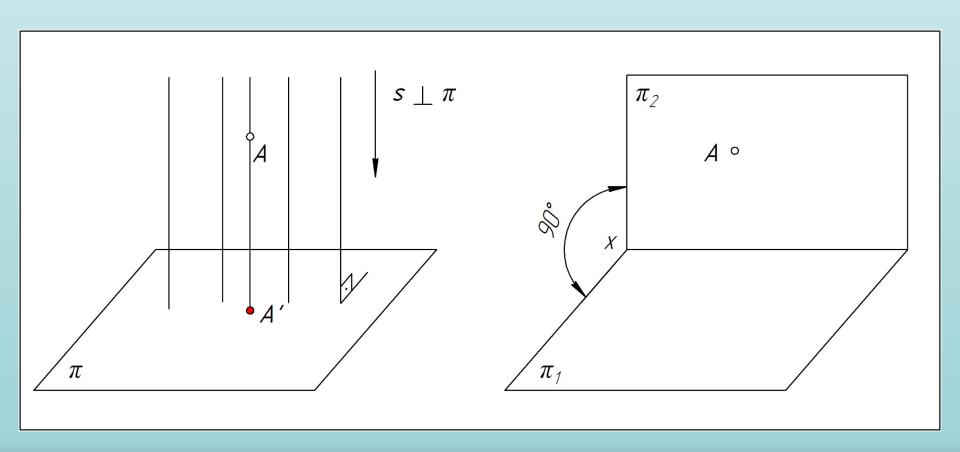


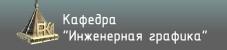


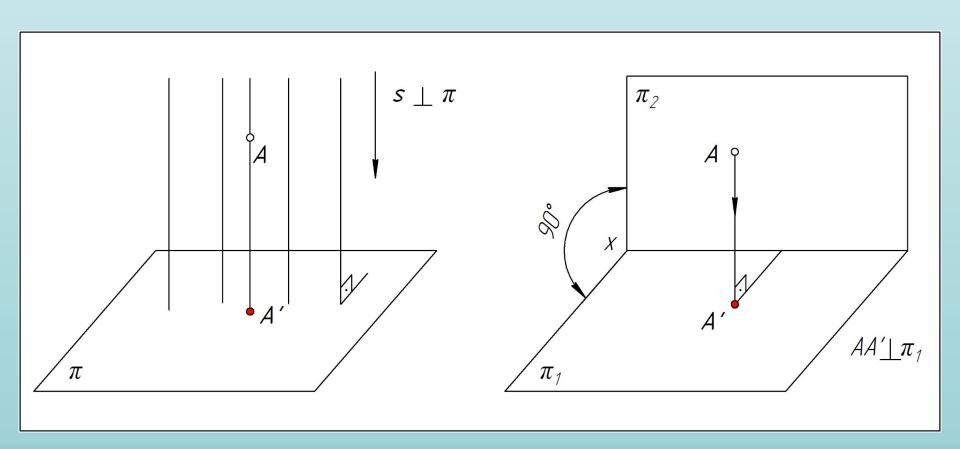


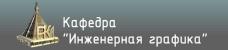


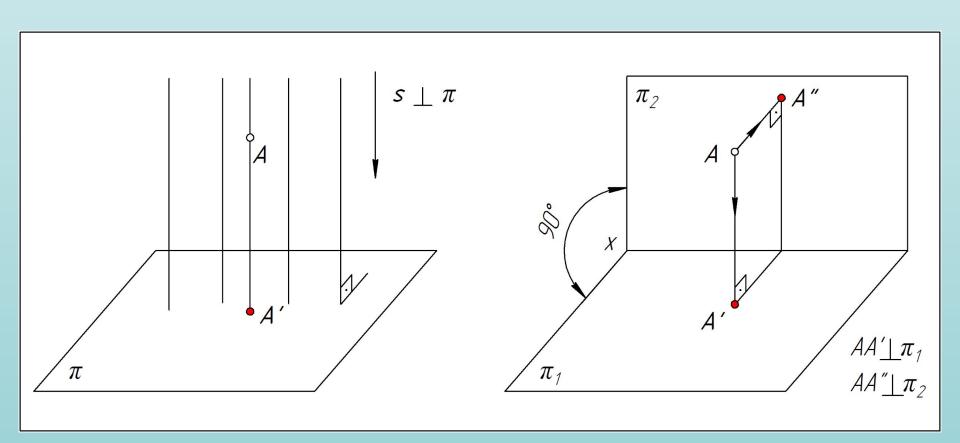










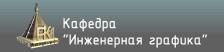




# Свойства прямоугольного проецирования

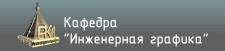
- 1. Проекция точки есть точка.
- В общем случае проекция прямой есть прямая линия; проекция кривой линии есть кривая.
- 3. Свойство принадлежности фигур  $\Phi$  и  $\Phi$ 1. Если  $\Phi$ 1 $\subset$  $\Phi$ , то  $\Phi$ 1' $\subset$   $\Phi$ '.
- 4. Параллельные прямые проецируются в параллельные прямые.
- 5. Сохраняется простое отношение 3-х точек, т.е.

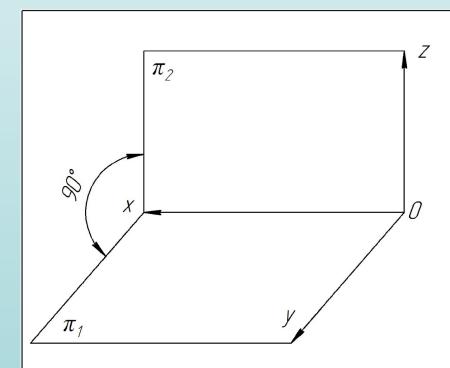
$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$



# Для выполнения чертежей важно отметить следующие свойства:

- Если плоская фигура параллельна плоскости проекций, то она проецируется на эту плоскость без искажений.
- 2. При параллельном переносе плоскости проекций в направлении проецирования проекции фигуры остаются неизменными.





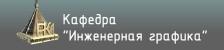
$$\pi_1 \perp \pi_2$$

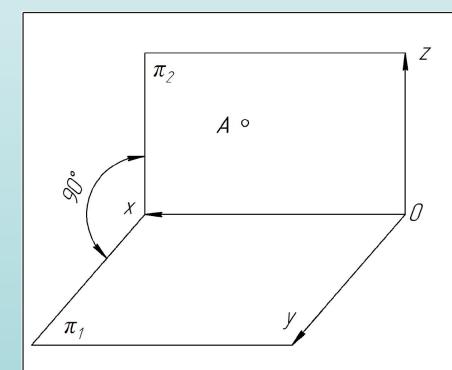
$$\pi_1 \cap \pi_2 = X$$

 $\pi_1$  — горизонтальная плоскость проекций;

 $\pi_2$  — фронтальная плоскость проекций;

х – ось проекций;





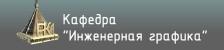
$$\pi_1 \perp \pi_2$$

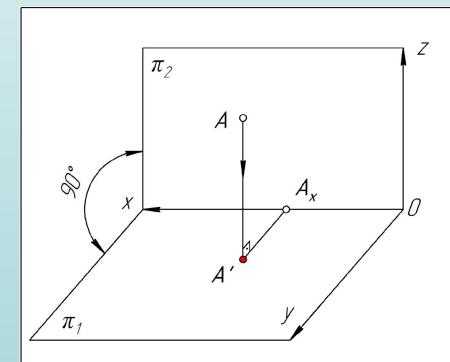
$$\pi_1 \cap \pi_2 = X$$

 $\pi_{1}$  — горизонтальная плоскость проекций;

 $\pi_2$  – фронтальная плоскость проекций;

X — ОСЬ ПРОЕКЦИŪ;



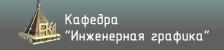


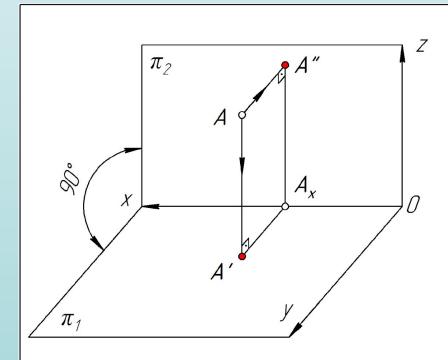
$$\pi_1 \perp \pi_2$$

$$\pi_1 \cap \pi_2 = X$$

 $\pi_1$  — горизонтальная плоскость проекций;  $\pi_2$  — фронтальная плоскость проекций;

х – ось проекций;





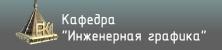
$$\pi_1 \perp \pi_2$$

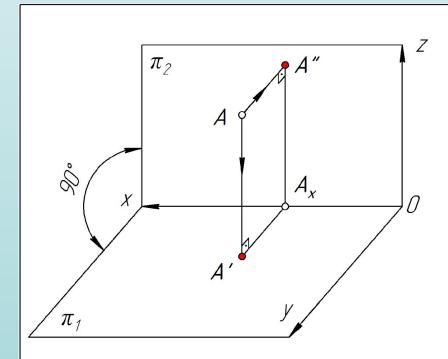
$$\pi_1 \cap \pi_2 = X$$

 $\pi_{1}$  — горизонтальная плоскость проекций;

 $\pi_2$  – фронтальная плоскость проекци $ar{u}$ ;

X — ОСЬ ПРОЕКЦИŪ;





$$\pi_1 \perp \pi_2$$

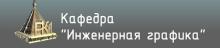
$$\pi_1 \cap \pi_2 = X$$

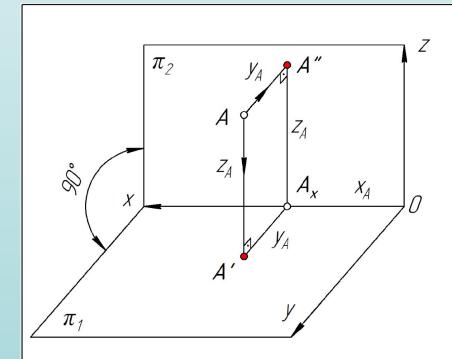
 $\pi_{1}$  — горизонтальная плоскость проекций;

 $\pi_2$  – фронтальная плоскость проекций;

х – ось проекций;

А' – горизонтальная проекция точки А;





$$\pi_1 \perp \pi_2$$

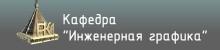
$$\pi_1 \cap \pi_2 = X$$

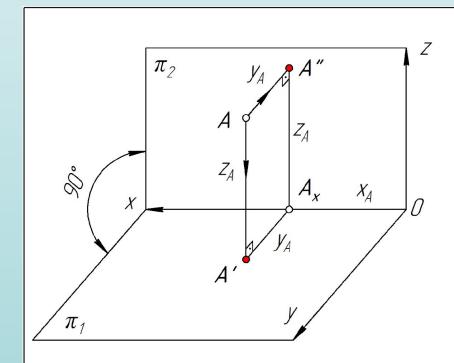
 $\pi_{1}$  — горизонтальная плоскость проекций;

 $\pi_2$  – Фронтальная плоскость проекций;

х – ось проекций;

А' – горизонтальная проекция точки А;





$$\pi_1 \perp \pi_2$$

$$\pi_1 \cap \pi_2 = X$$

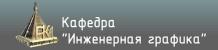
 $\pi_1$  — горизонтальная плоскость проекций;

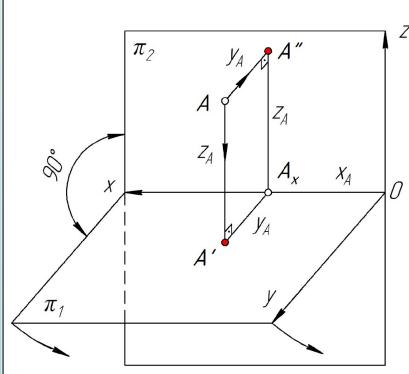
 $\pi_2$  – Фронтальная плоскость проекций;

X — ОСЬ ПРОЕКЦИŪ;

А' – горизонтальная проекция точки А;

$$AA' = Z_A$$
;  $A''A_X = Z_A$ ;  $A_X O = X_A$ ;  $AA'' = Y_A$ ;  $A'A_X = Y_A$ 





 $\pi_1 \perp \pi_2$   $\pi_1 \cap \pi_2 = X$ 

 $\pi_1$  – горизонтальная плоскость проекций;

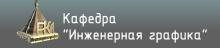
 $\pi_2$  — фронтальная плоскость проекций;

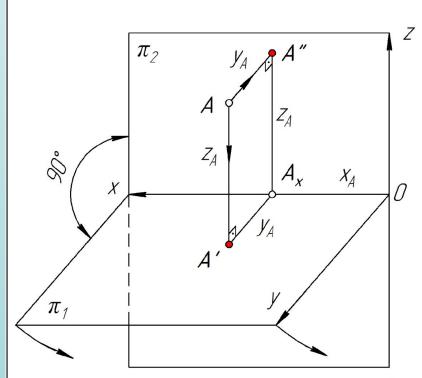
X — ОСЬ ПРОЕКЦИЙ;

А' – горизонтальная проекция точки А;

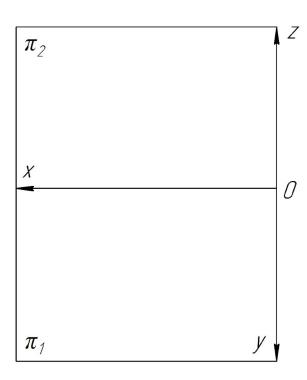
А" – фронтальная проекция точки А.

 $AA' = Z_A$ ;  $A''A_X = Z_A$ ;  $A_X O = X_A$ ;  $AA'' = Y_A$ ;  $A'A_X = Y_A$ 





 $\pi_1 \perp \pi_2$   $\pi_1 \cap \pi_2 = X$ 



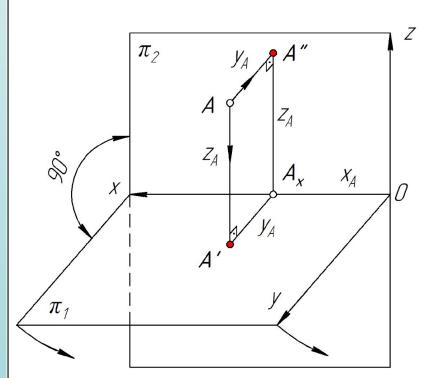
 $\pi_1$  — горизонтальная плоскость проекций;

 $\pi_2$  – фронтальная плоскость проекций;

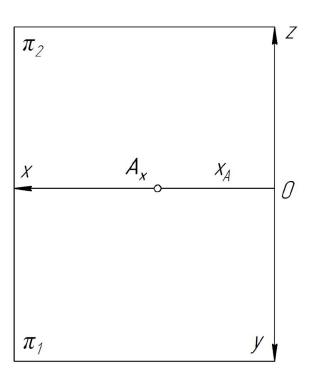
X — ОСЬ ПРОЕКЦИŪ;

А' – горизонтальная проекция точки А;

$$AA' = Z_A$$
;  $A''A_X = Z_A$ ;  $A_X O = X_A$ ;  $AA'' = Y_A$ ;  $A'A_X = Y_A$ 



 $\pi_1 \perp \pi_2$   $\pi_1 \cap \pi_2 = X$ 



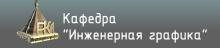
 $\pi_1$  — горизонтальная плоскость проекций;

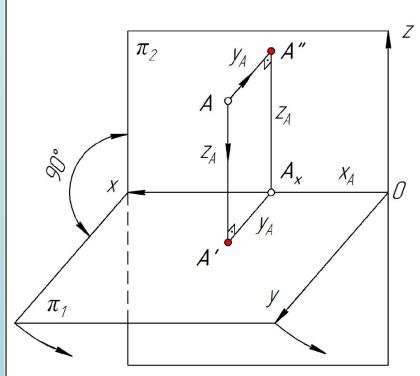
 $\pi_2$  – Фронтальная плоскость проекций;

х – ось проекций;

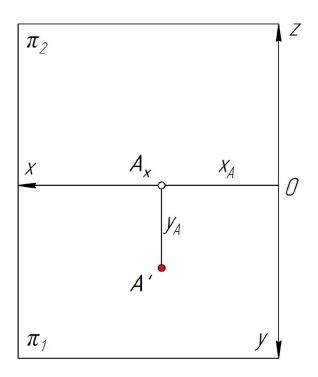
А' – горизонтальная проекция точки А;

$$AA' = Z_A$$
;  $A''A_X = Z_A$ ;  $A_X O = X_A$ ;  $AA'' = Y_A$ ;  $A'A_X = Y_A$ 





 $\pi_1 \perp \pi_2$   $\pi_1 \cap \pi_2 = X$ 



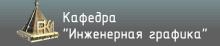
 $\pi_{1}$  — горизонтальная плоскость проекций;

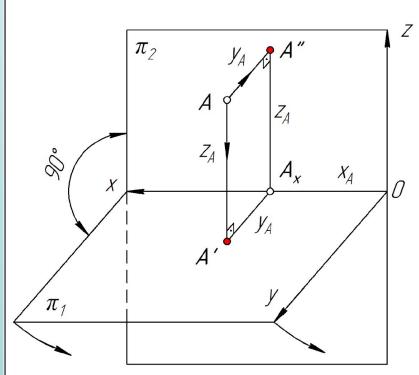
 $\pi_2$  – Фронтальная плоскость проекций;

X — ОСЬ ПРОЕКЦИŪ;

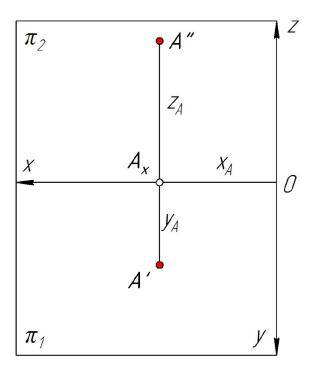
А' – горизонтальная проекция точки А;

$$AA' = Z_A$$
;  $A''A_X = Z_A$ ;  $A_X O = X_A$ ;  $AA'' = Y_A$ ;  $A'A_X = Y_A$ 





 $\pi_1 \perp \pi_2$   $\pi_1 \cap \pi_2 = X$ 



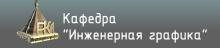
 $\pi_1$  — горизонтальная плоскость проекций;

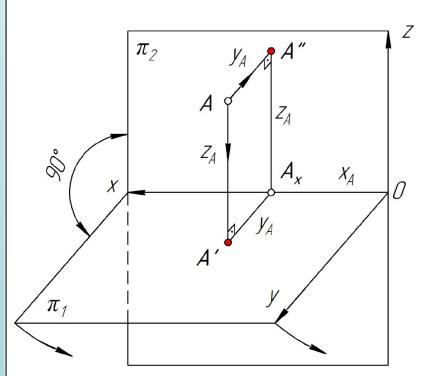
 $\pi_2$  – Фронтальная плоскость проекций;

X — ОСЬ ПРОЕКЦИŪ;

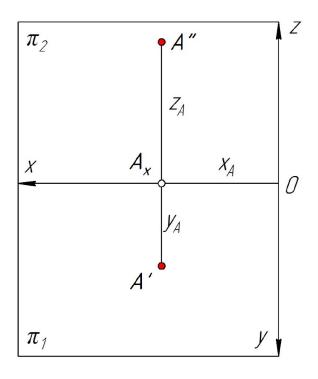
А' – горизонтальная проекция точки А;

$$AA' = Z_A$$
;  $A''A_X = Z_A$ ;  $A_X O = X_A$ ;  $AA'' = Y_A$ ;  $A'A_X = Y_A$ 





 $\pi_1 \perp \pi_2$   $\pi_1 \cap \pi_2 = X$ 



A'A'' -линия связи;  $A'A'' \perp x$ 

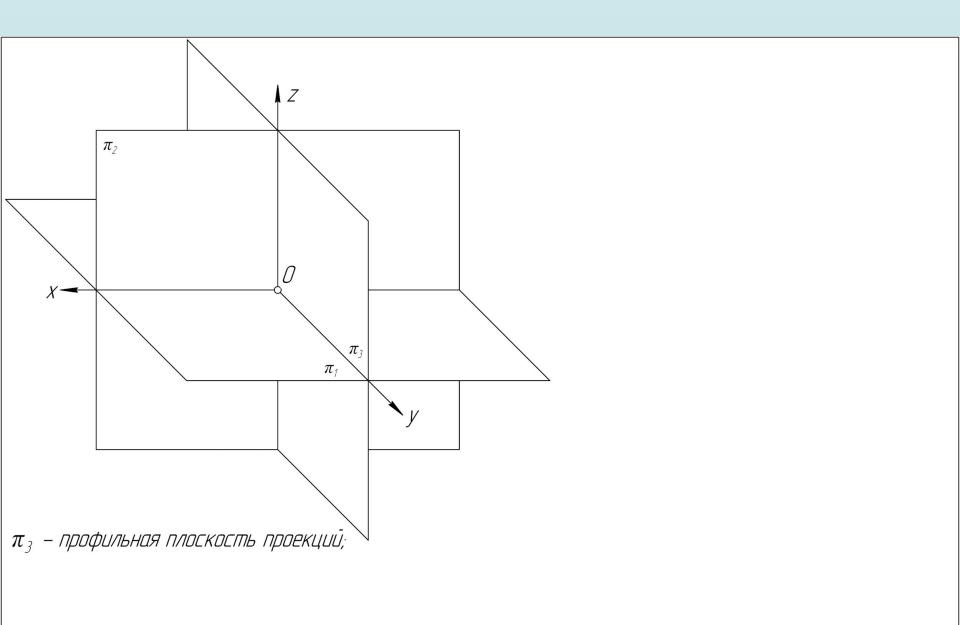
 $\pi_1$  — горизонтальная плоскость проекций;

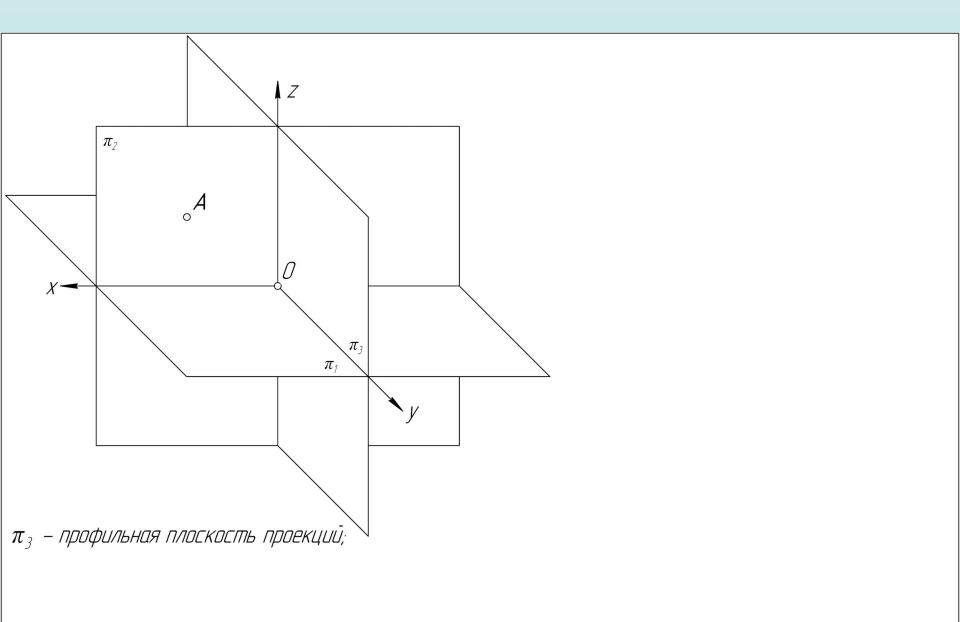
 $\pi_2$  – фронтальная плоскость проекций;

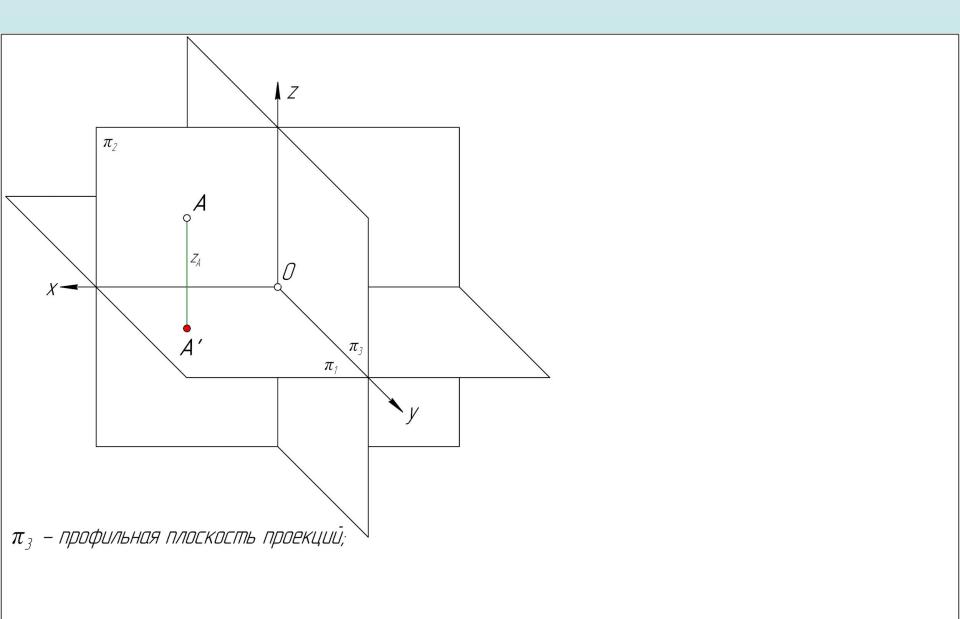
*X — ОСЬ ПРОЕКЦИЙ;* 

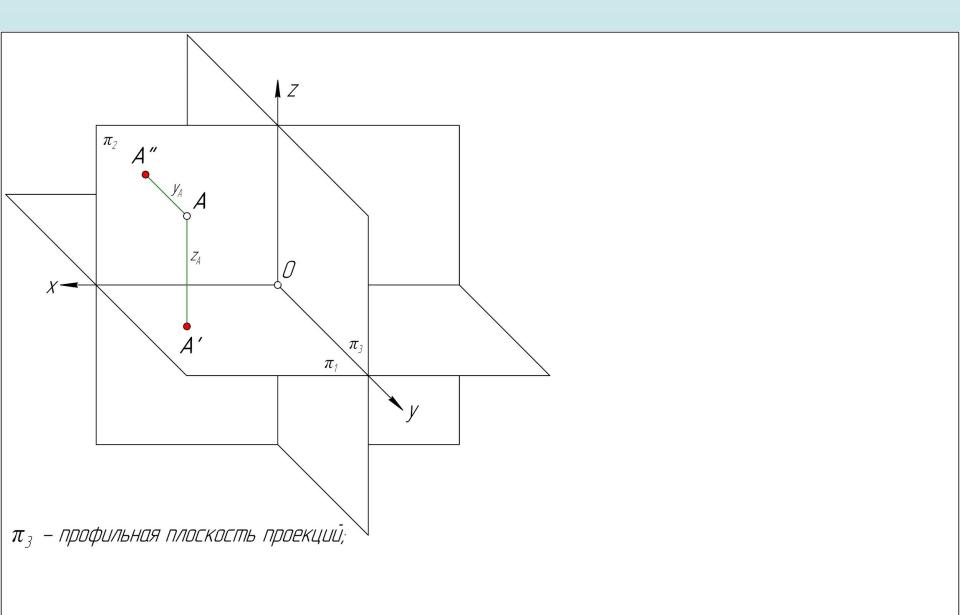
А' – горизонтальная проекция точки А;

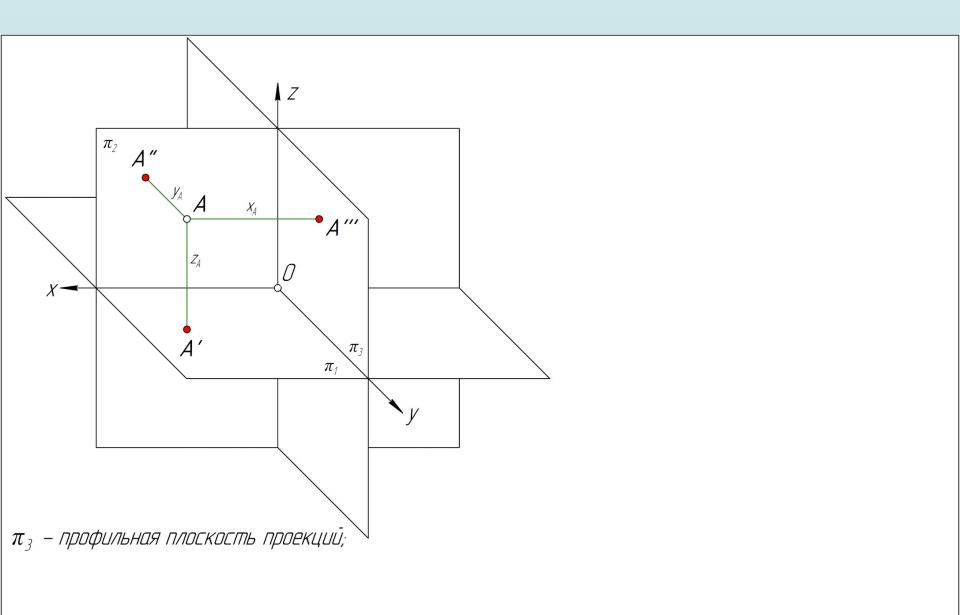
$$AA' = Z_A$$
;  $A''A_X = Z_A$ ;  $A_X O = X_A$ ;  $AA'' = Y_A$ ;  $A'A_X = Y_A$ 

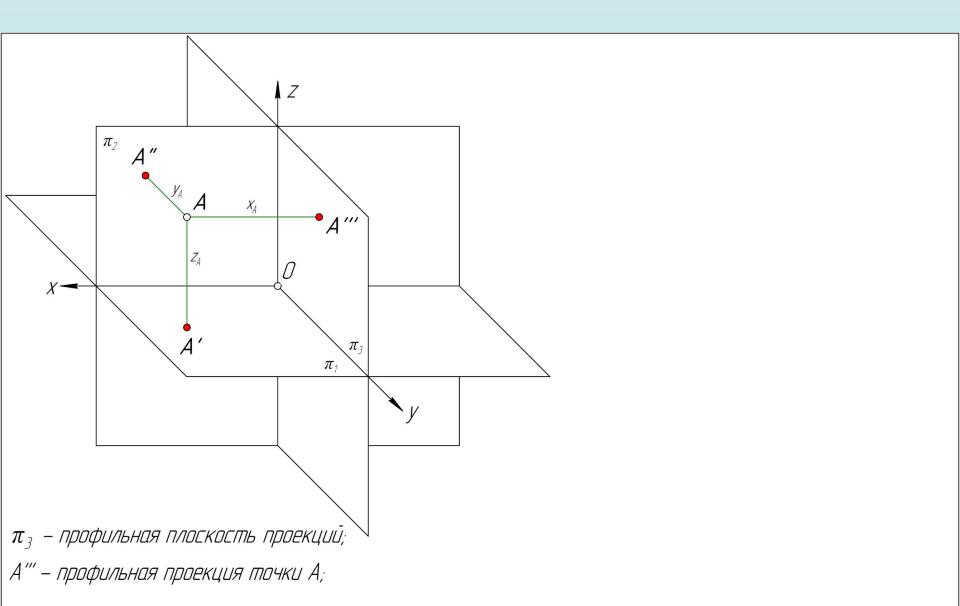


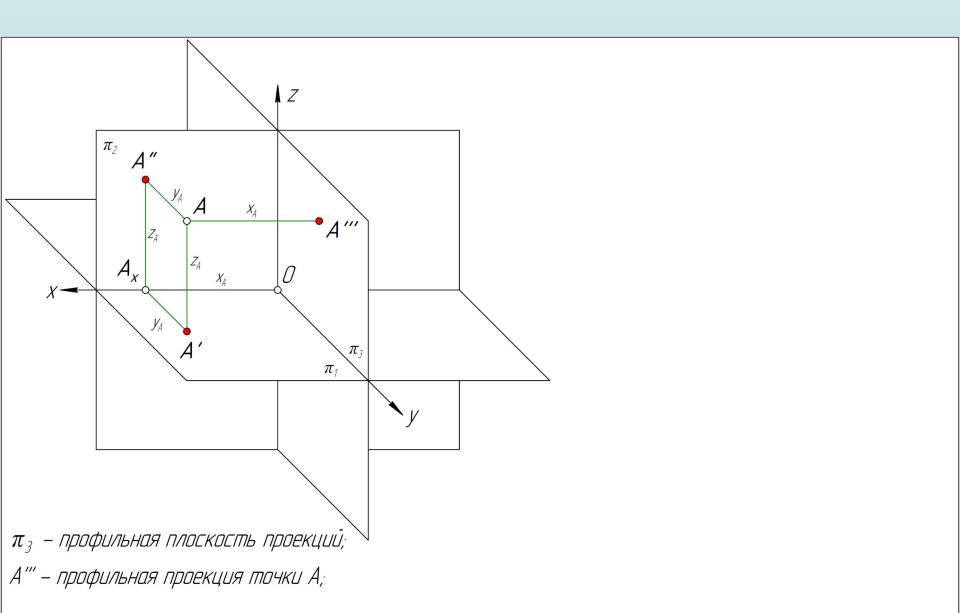


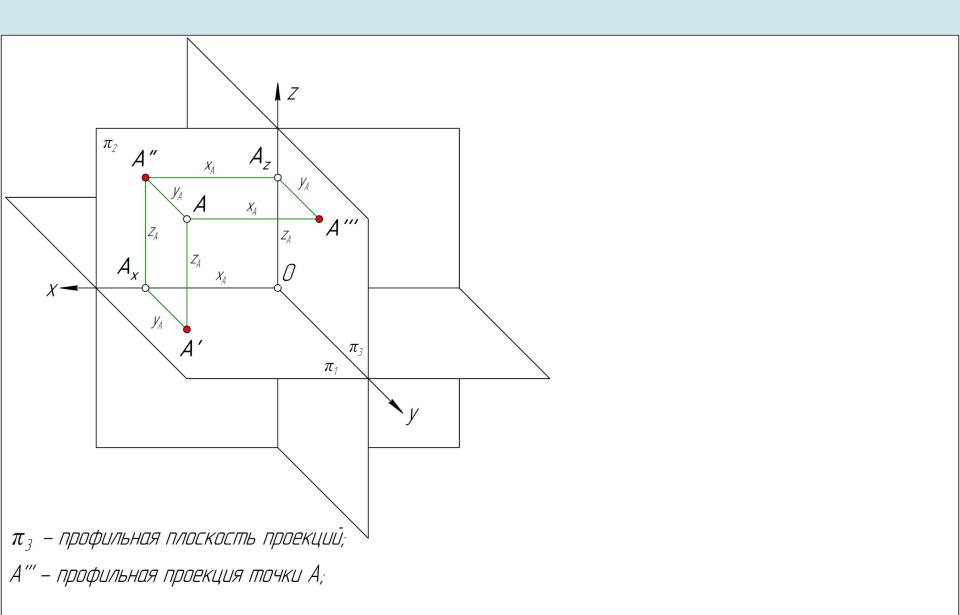


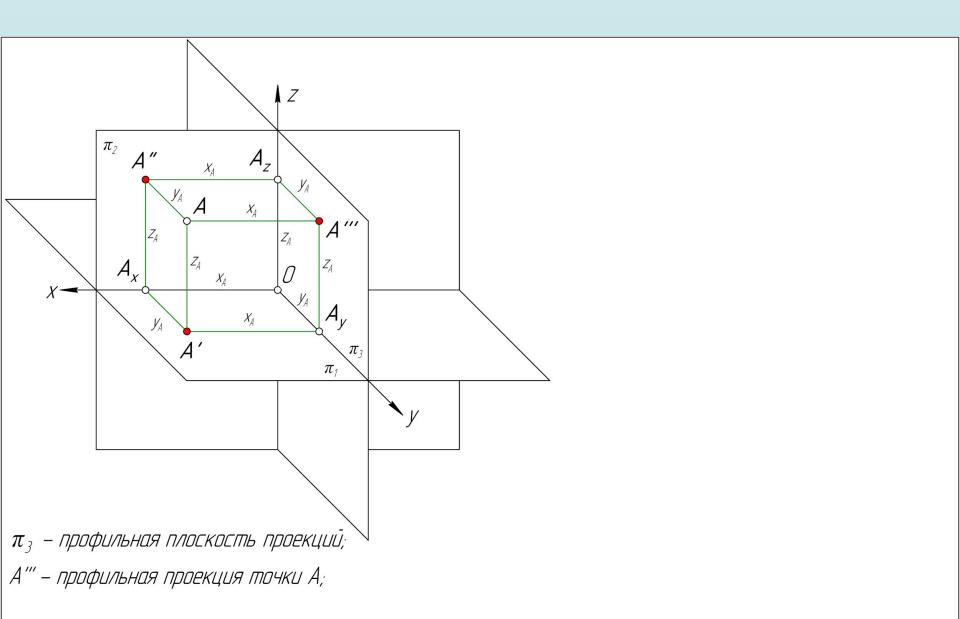


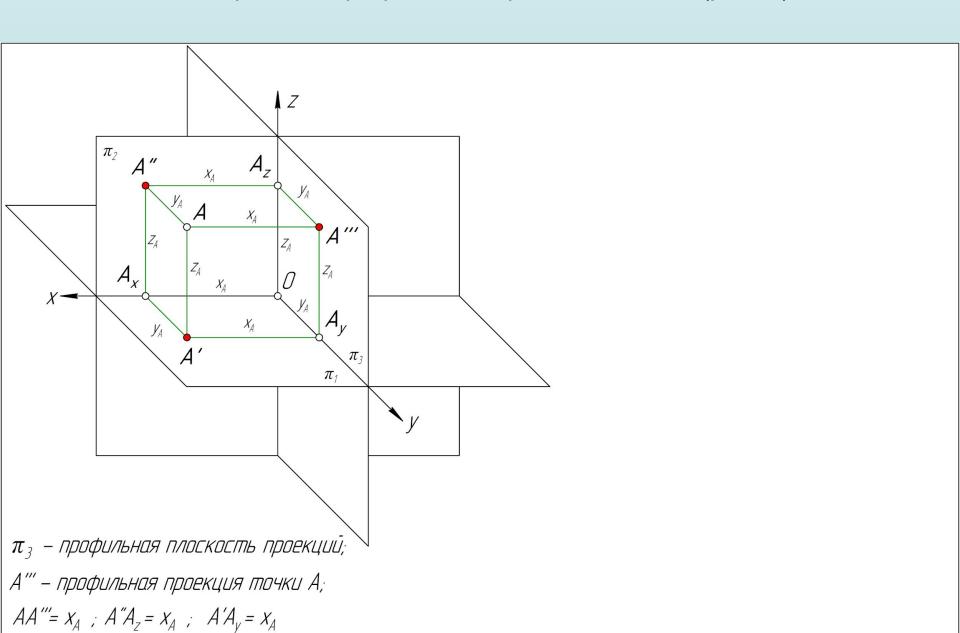


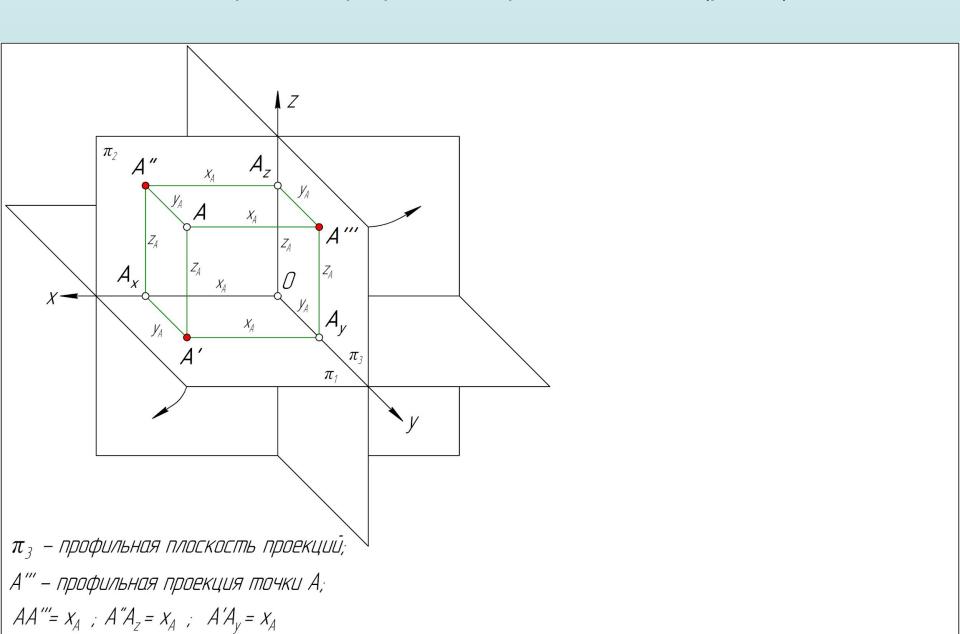


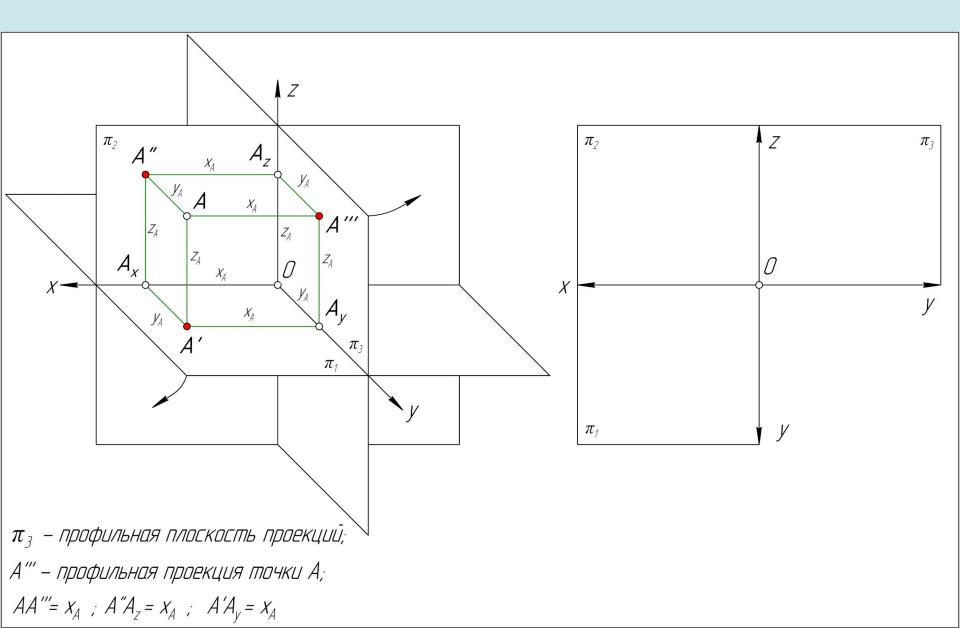


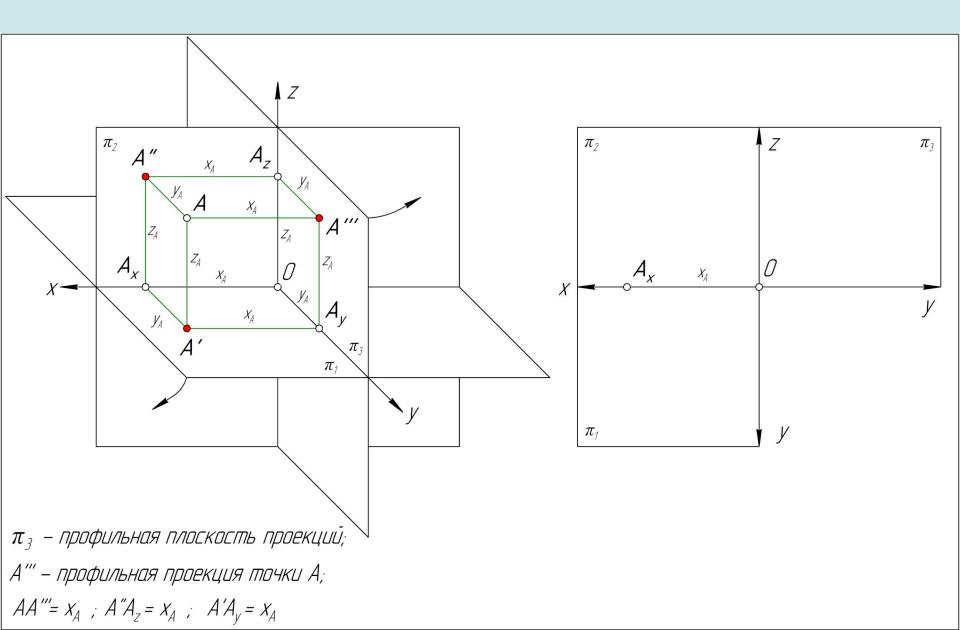


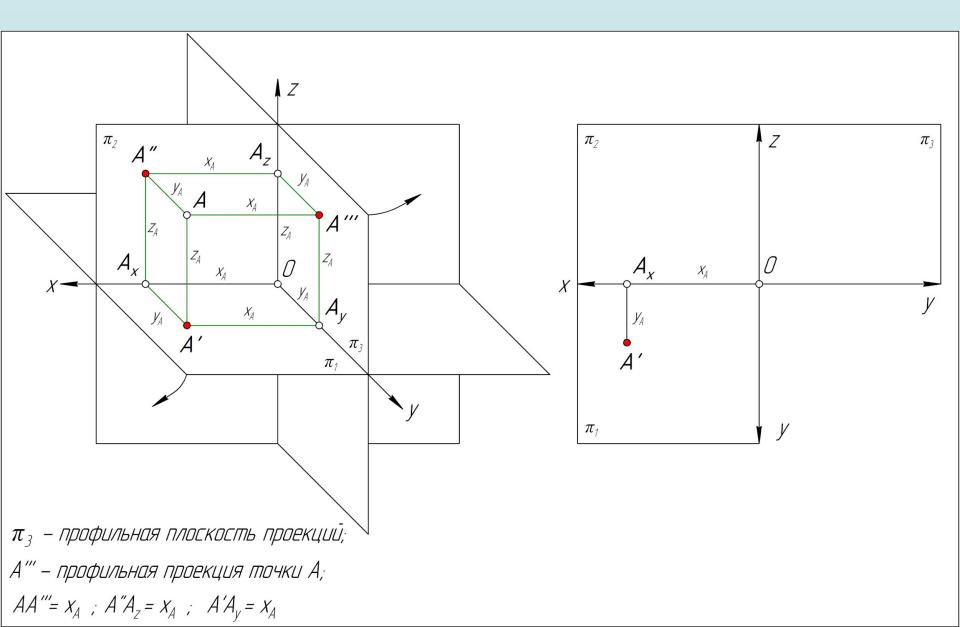


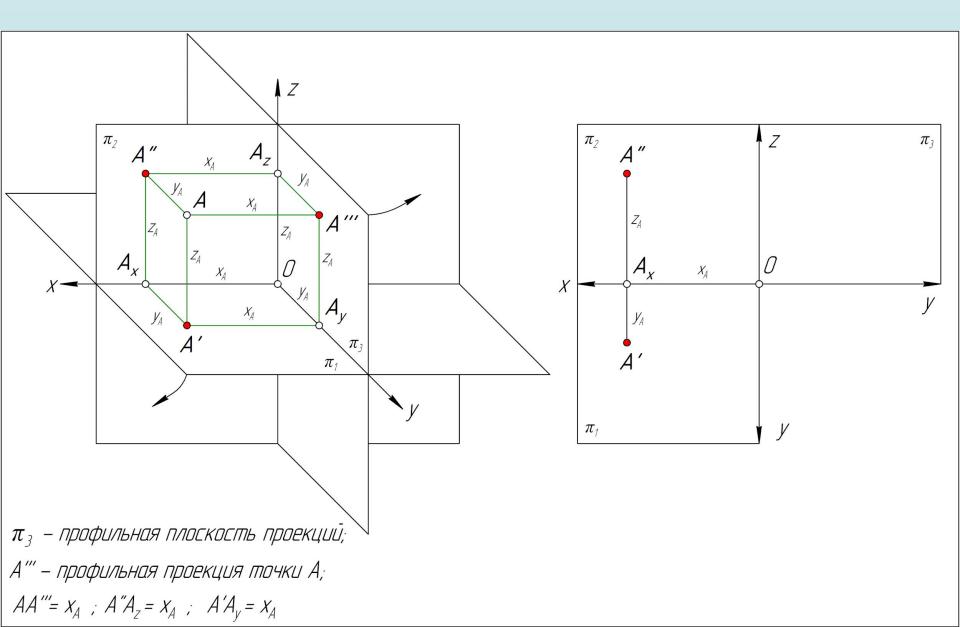


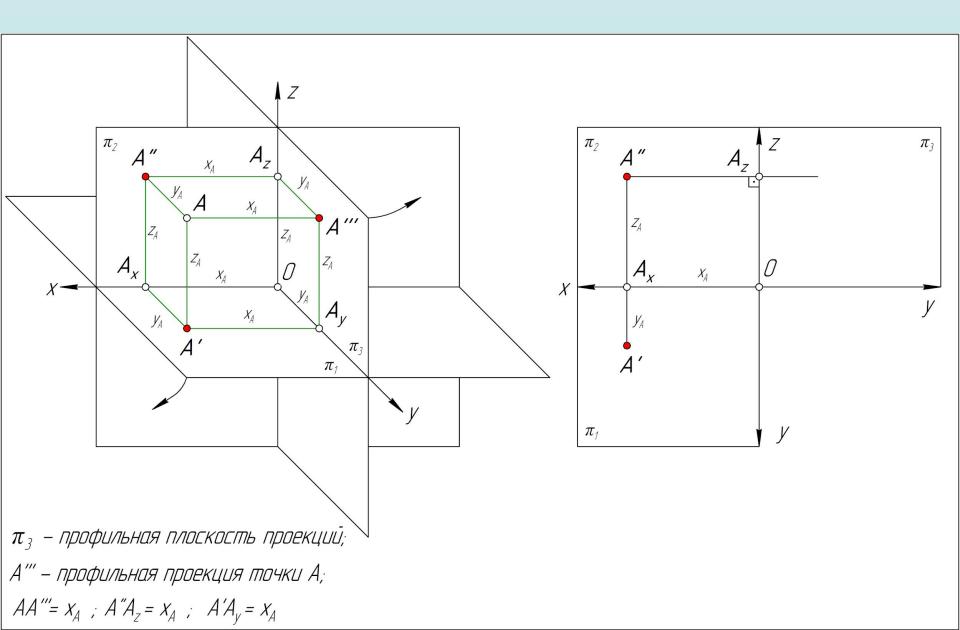


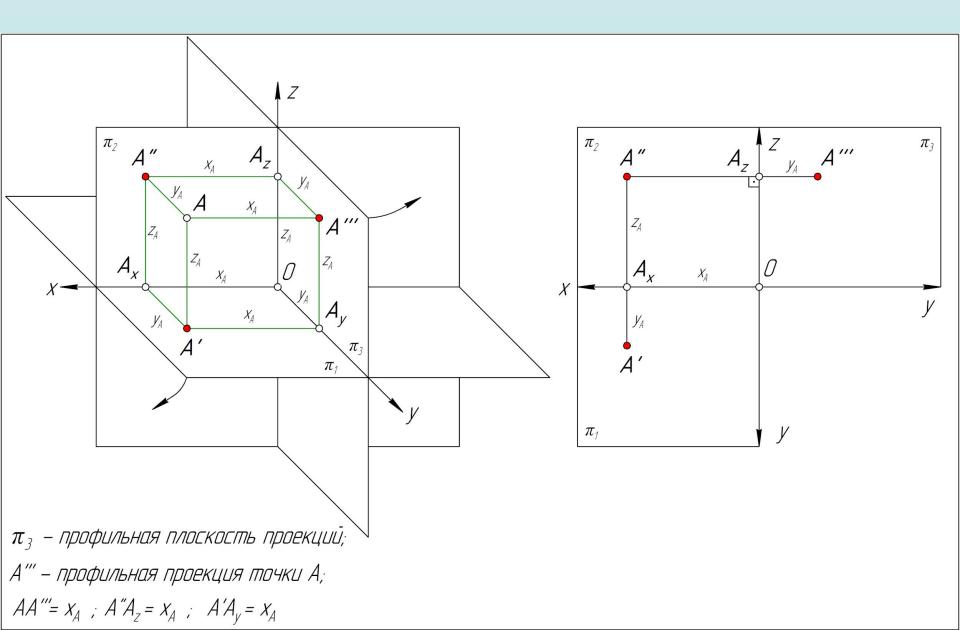


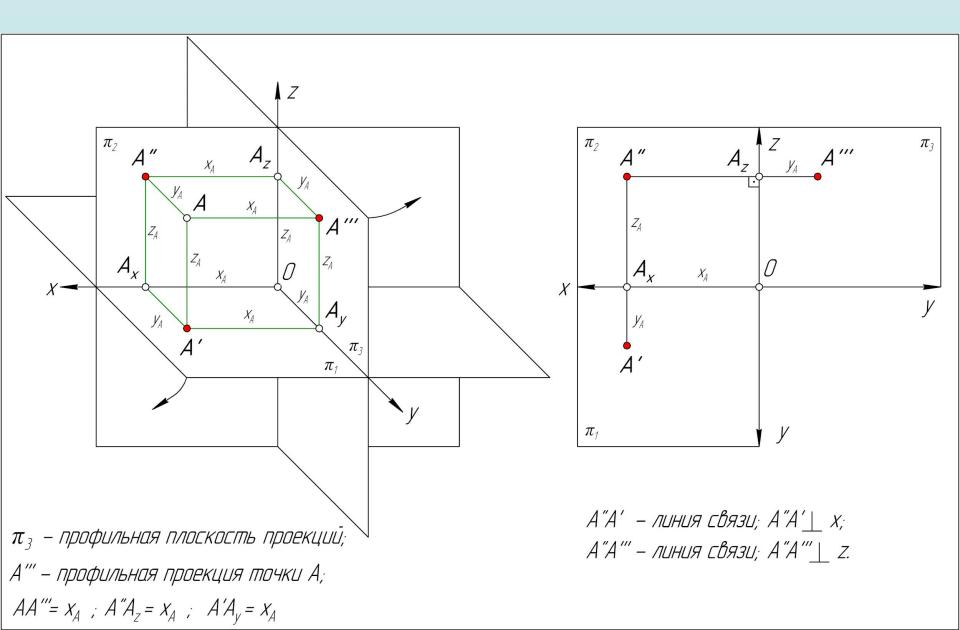






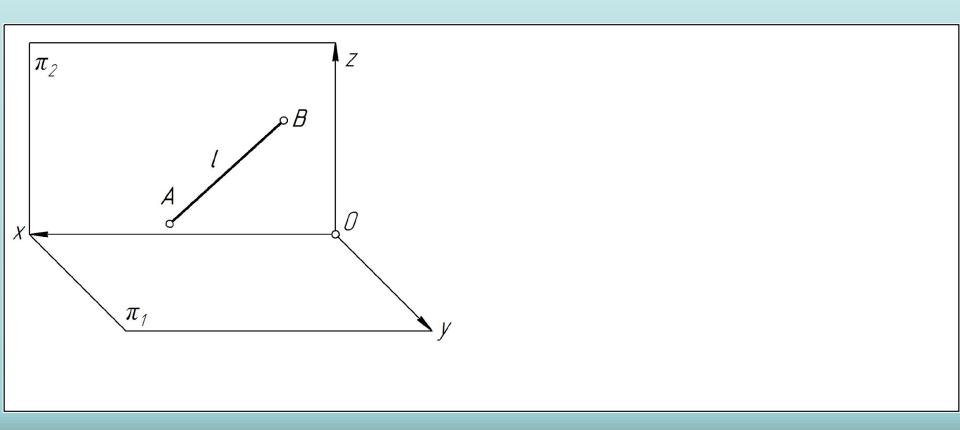






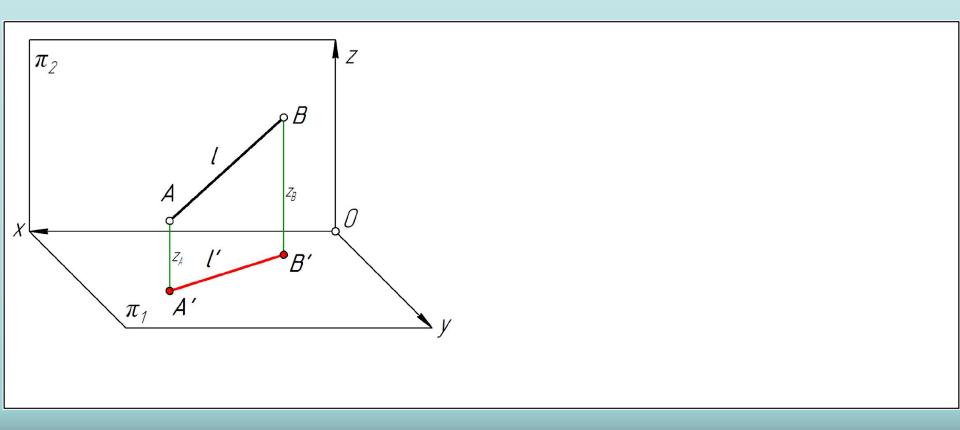
# 2. Задание прямой линии на чертеже

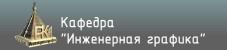
Прямые общего положения (рис. 7)



# 2. Задание прямой линии на чертеже

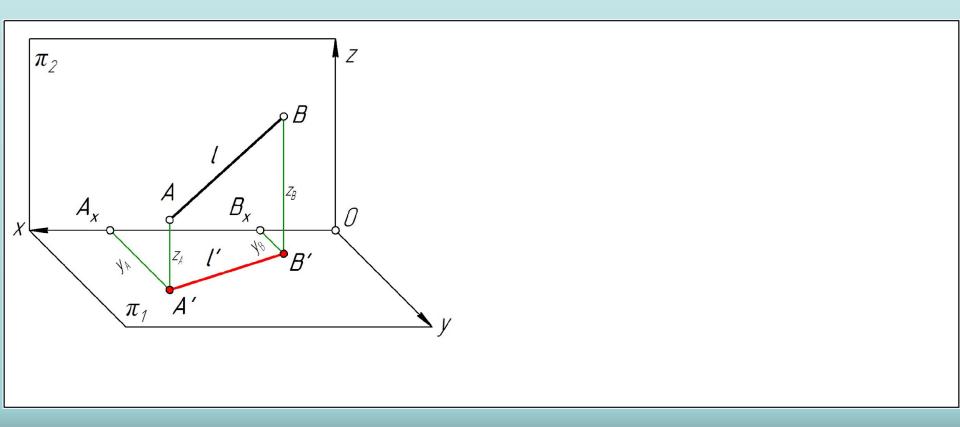
Прямые общего положения (рис. 7)

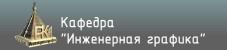


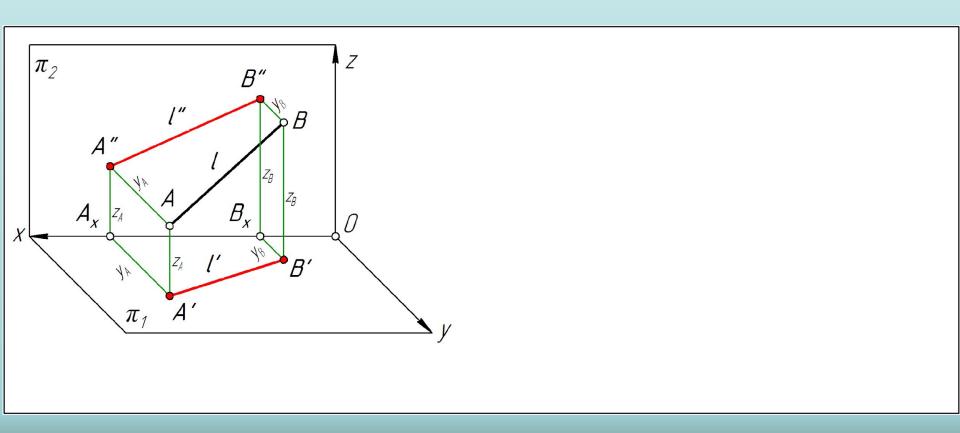


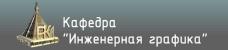
# 2. Задание прямой линии на чертеже

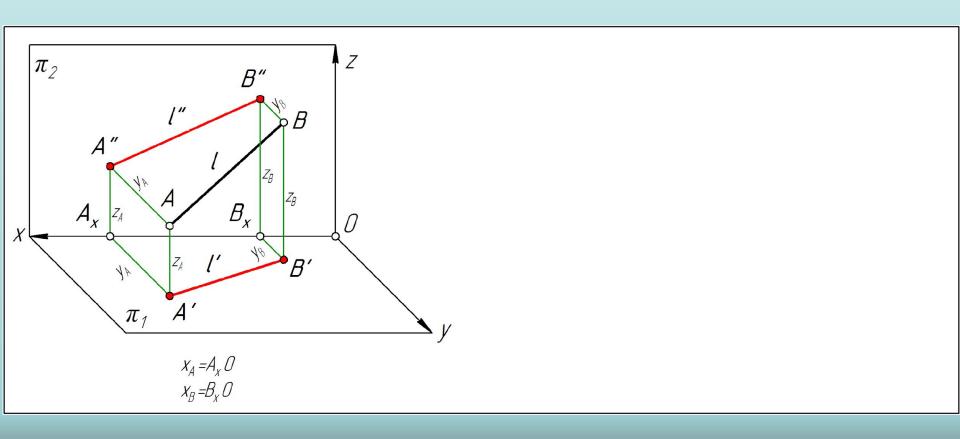
Прямые общего положения (рис. 7)

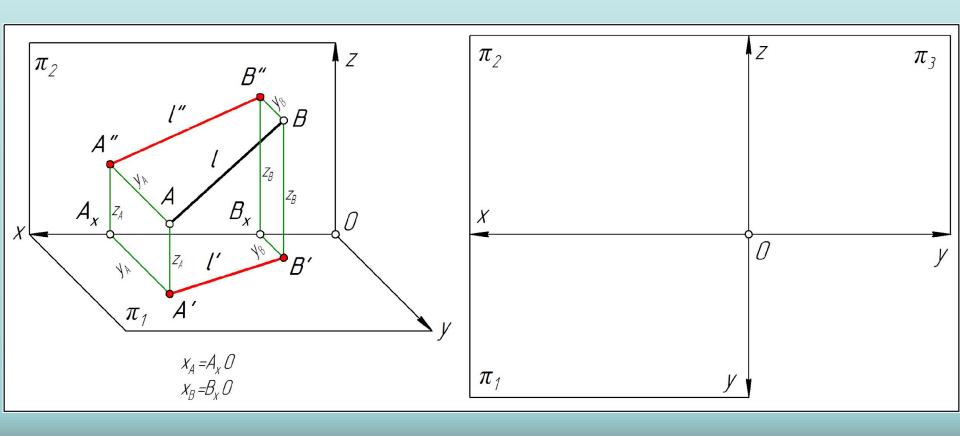


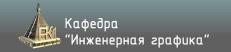


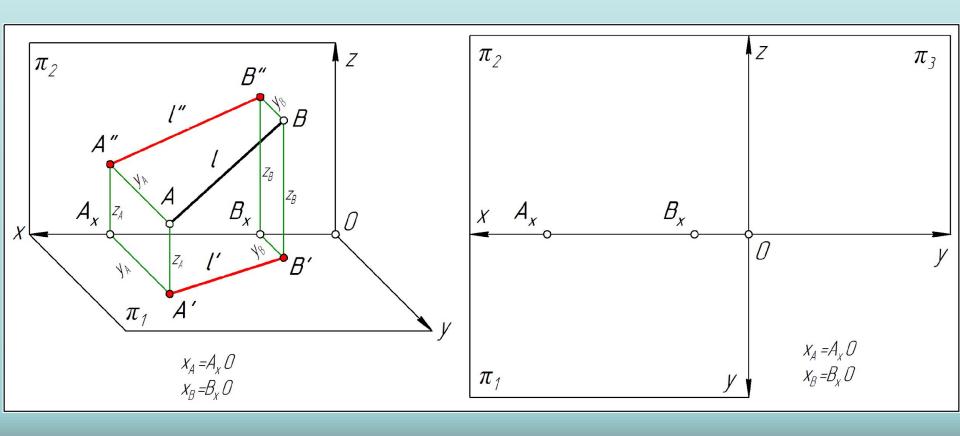


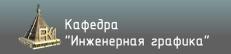


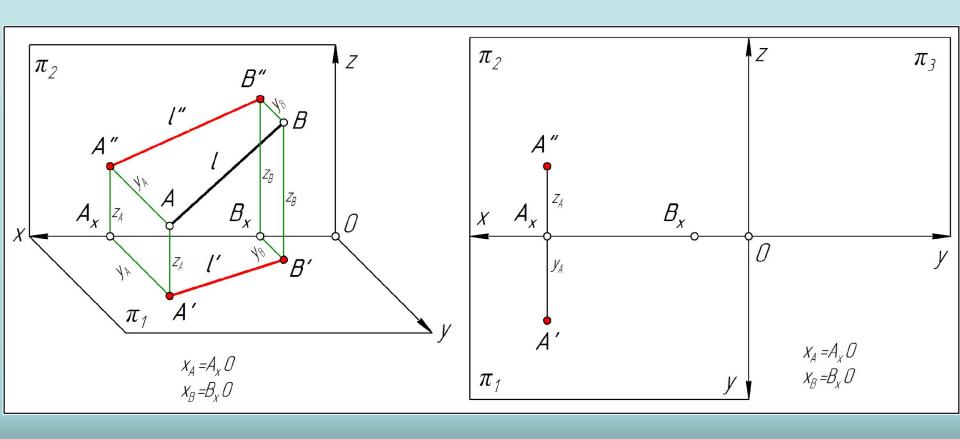


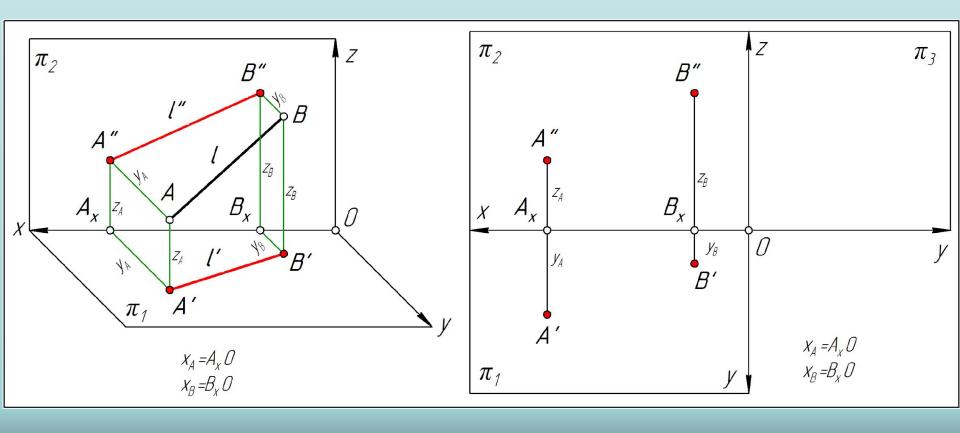


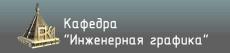


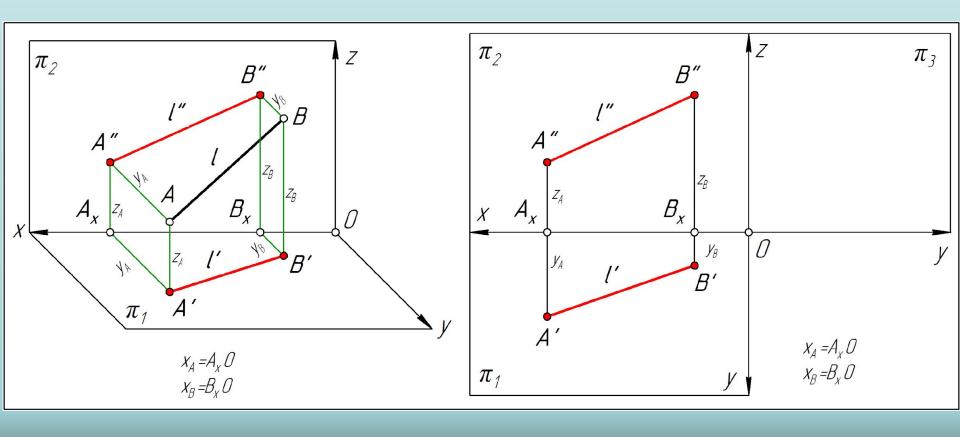


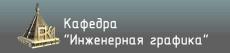


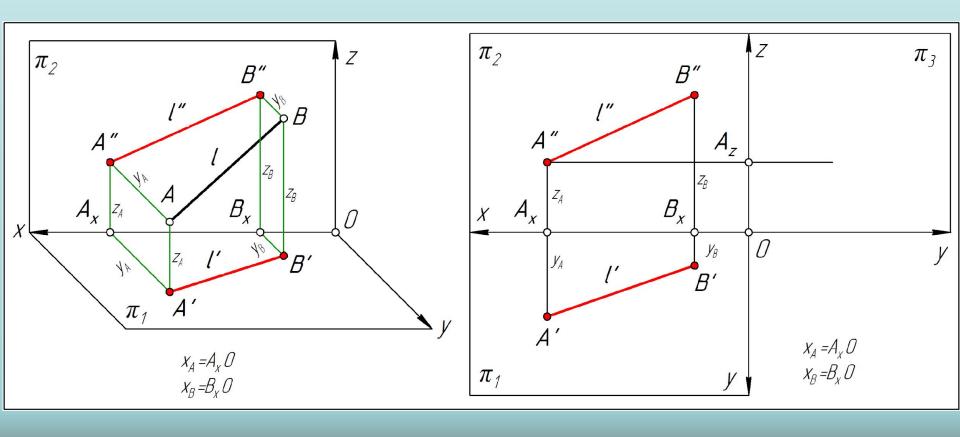


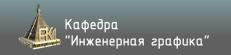


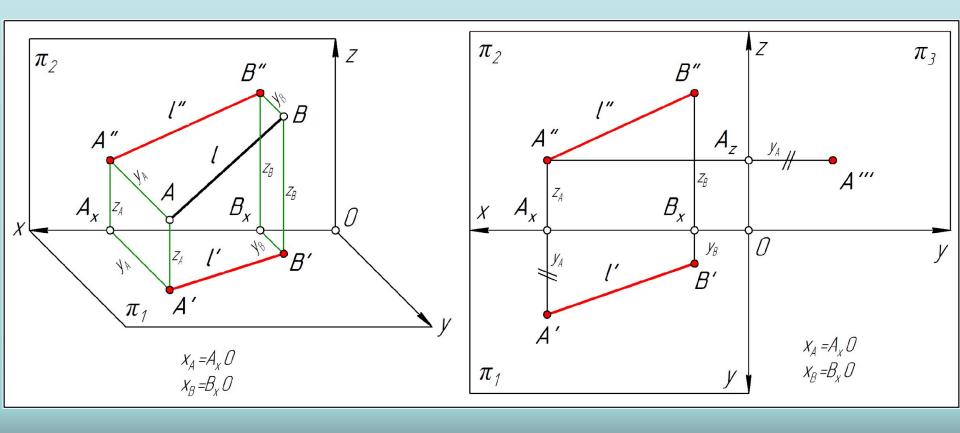


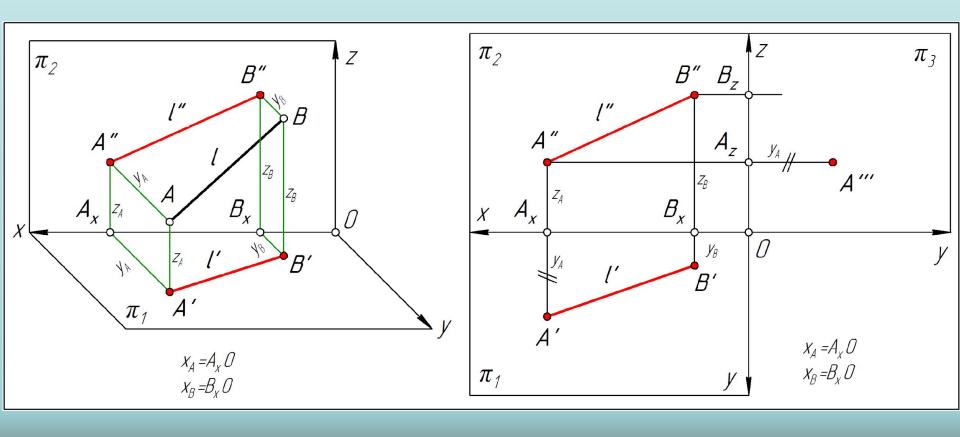


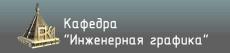


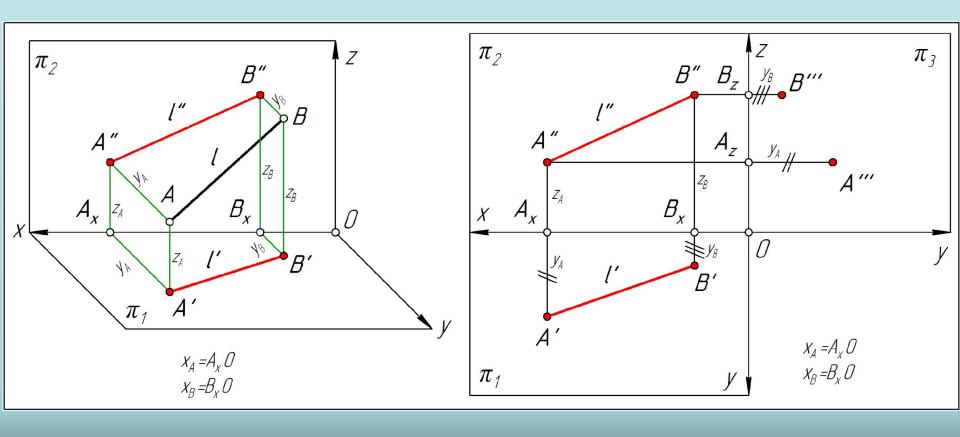


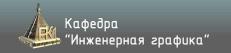


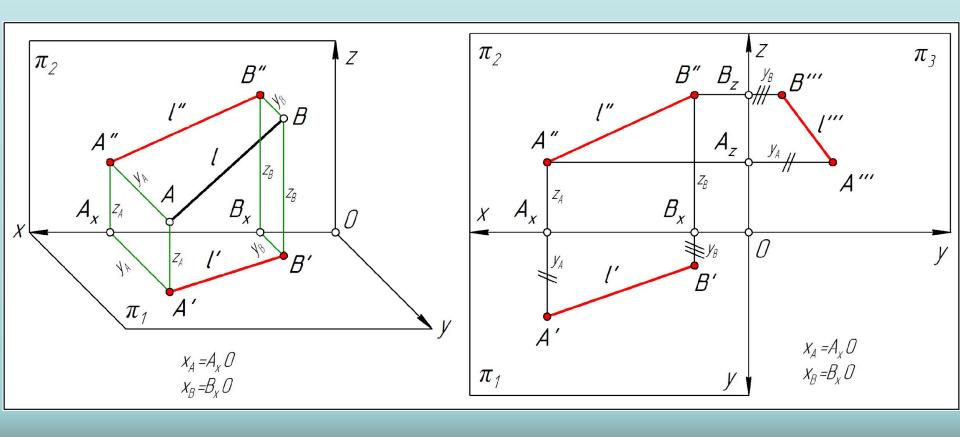


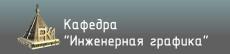


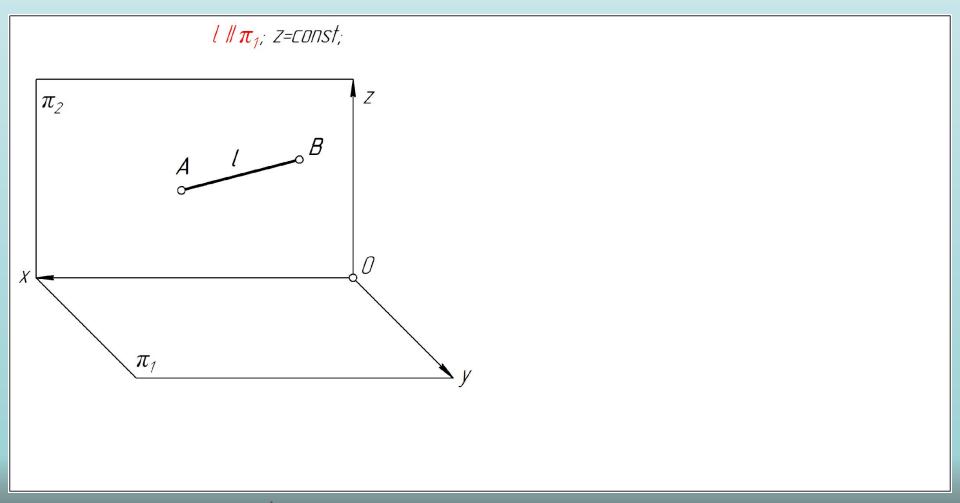


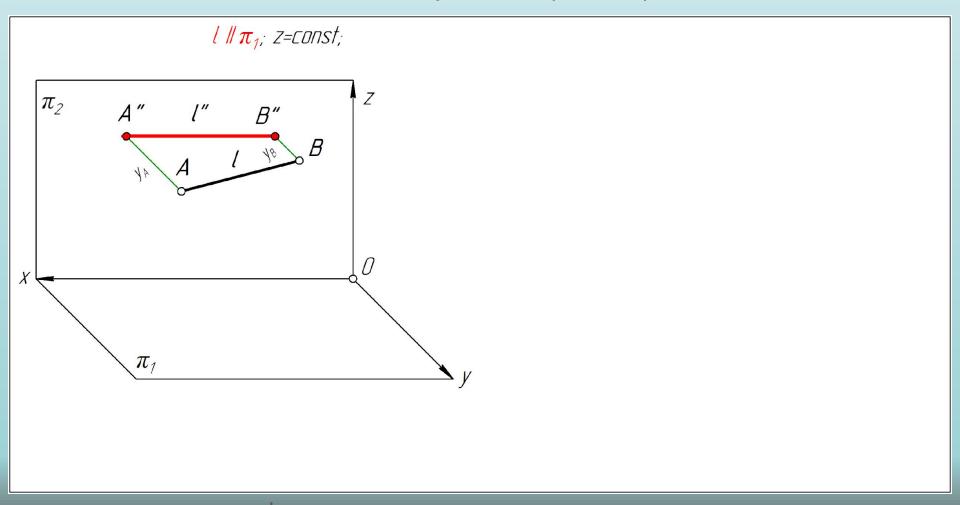


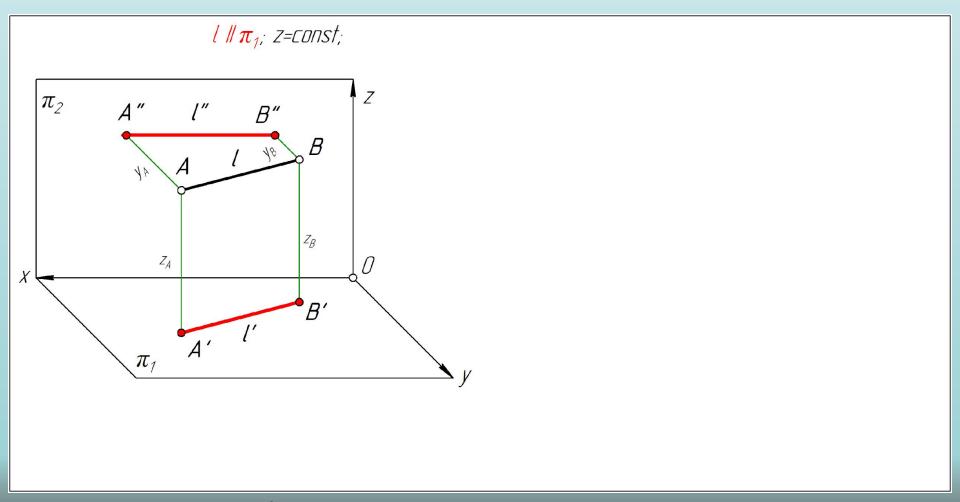


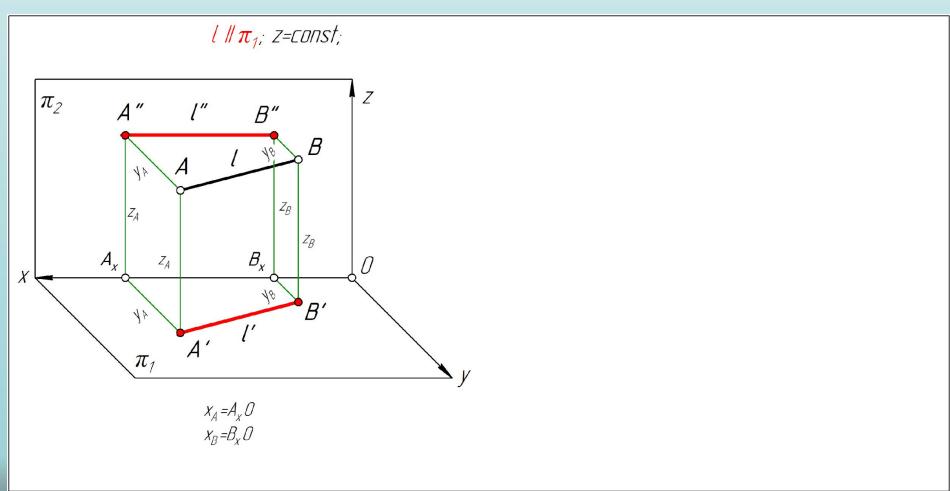


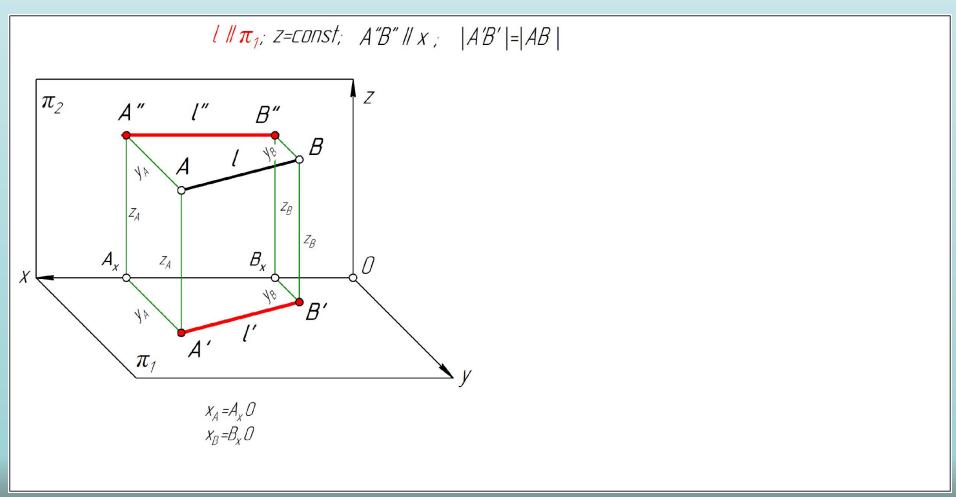


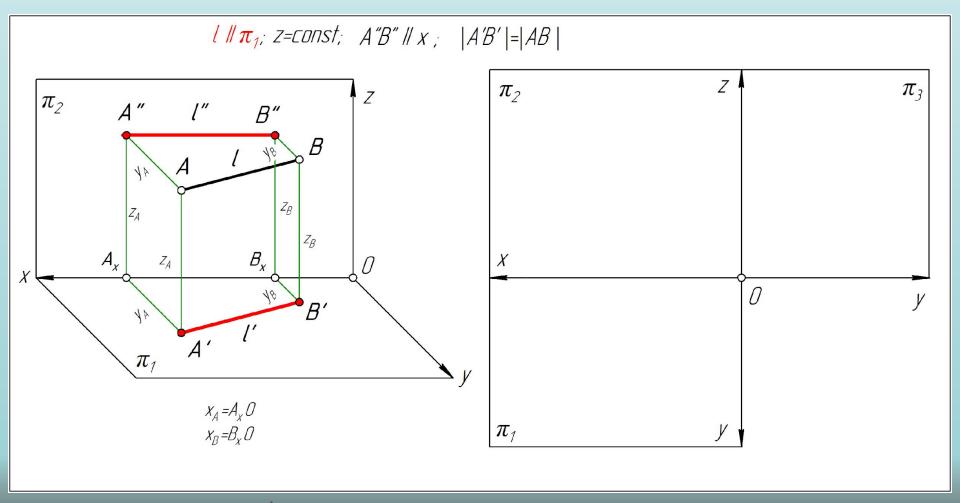


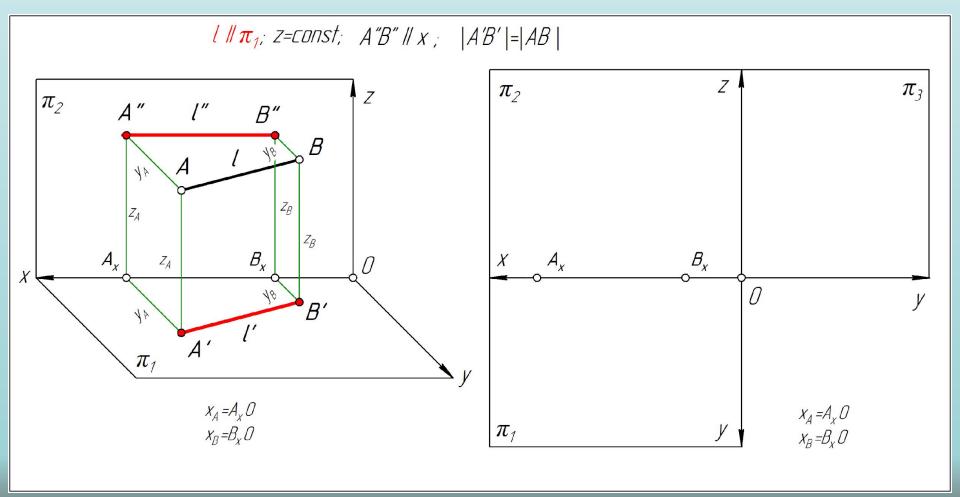


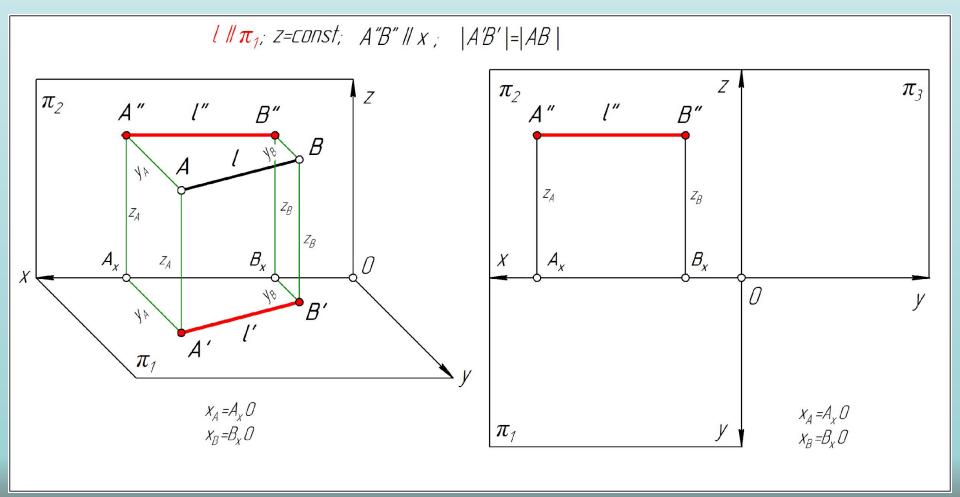


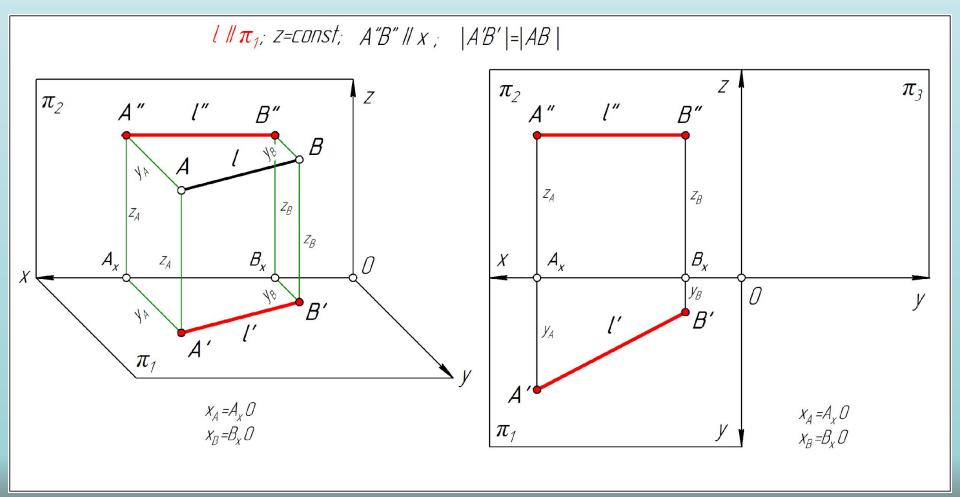


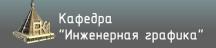


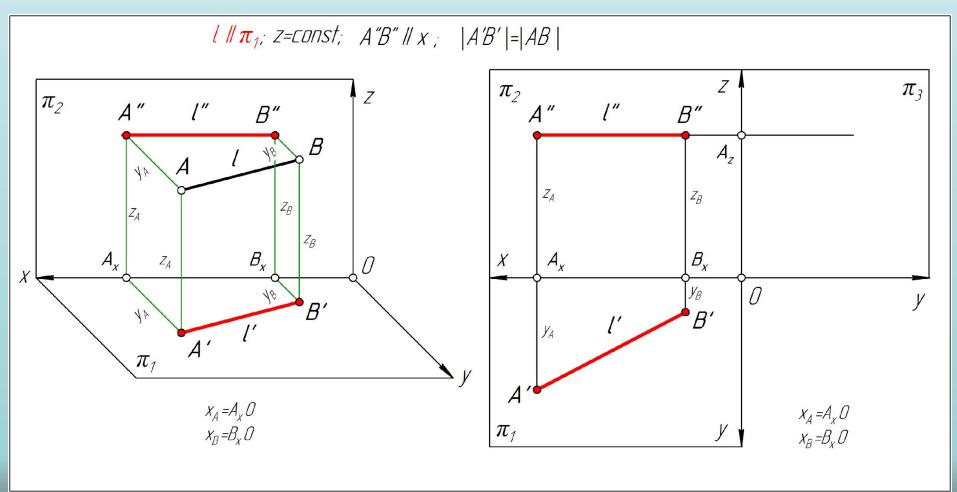


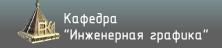


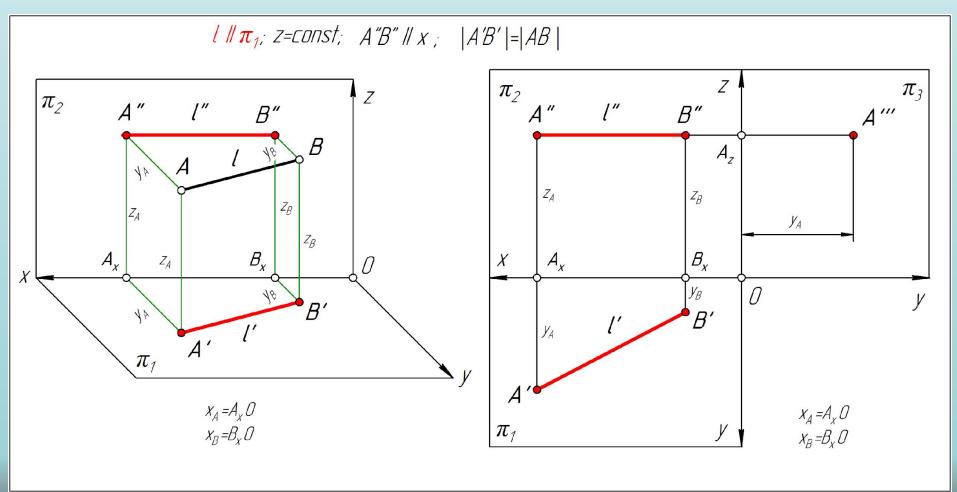


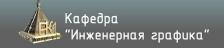


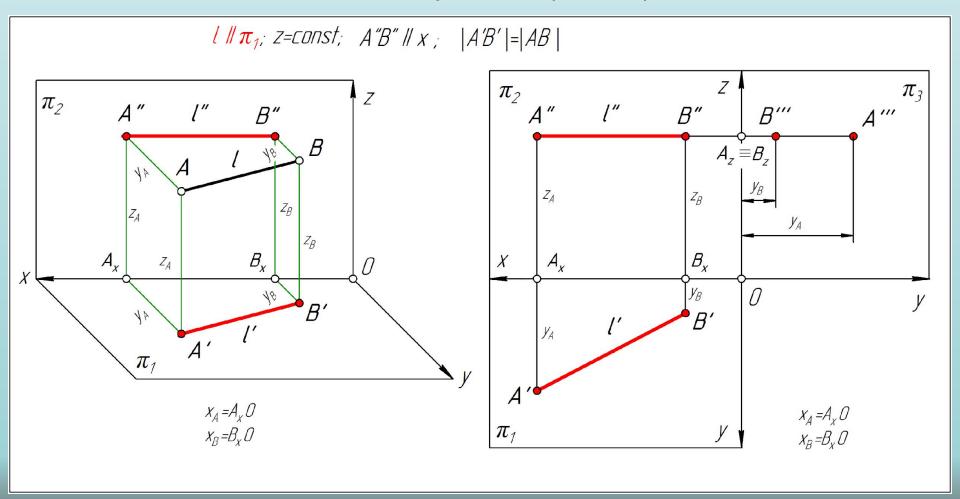


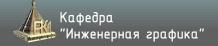


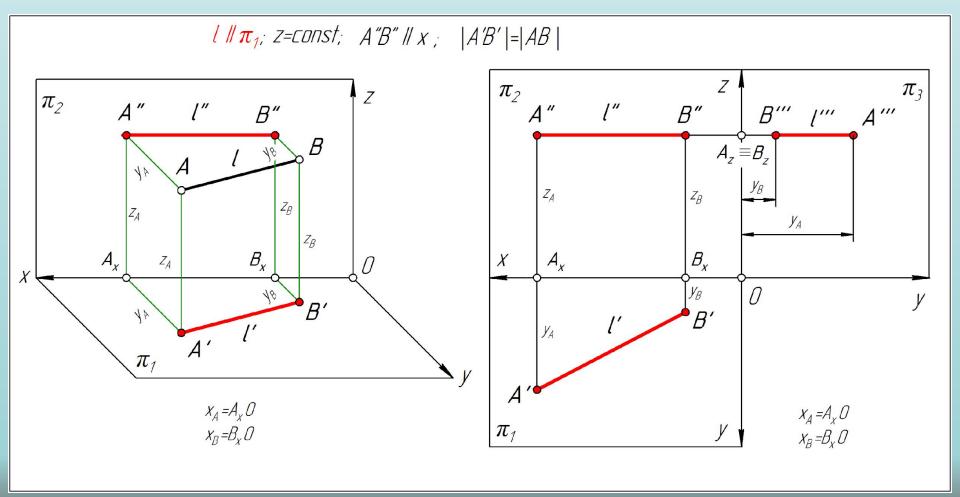


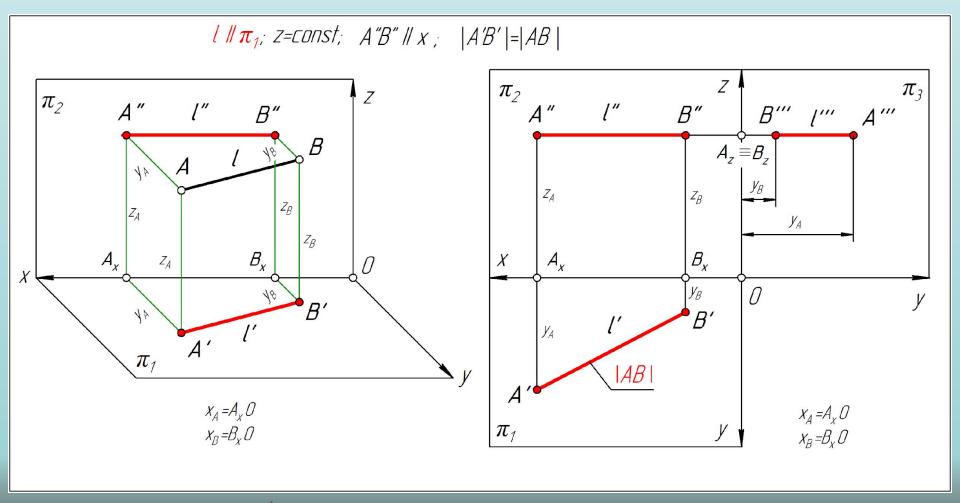


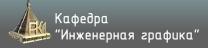


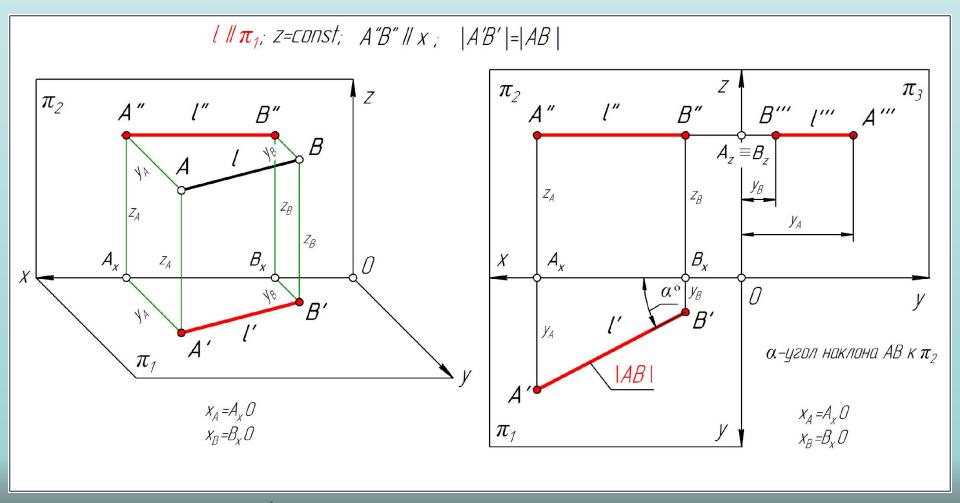


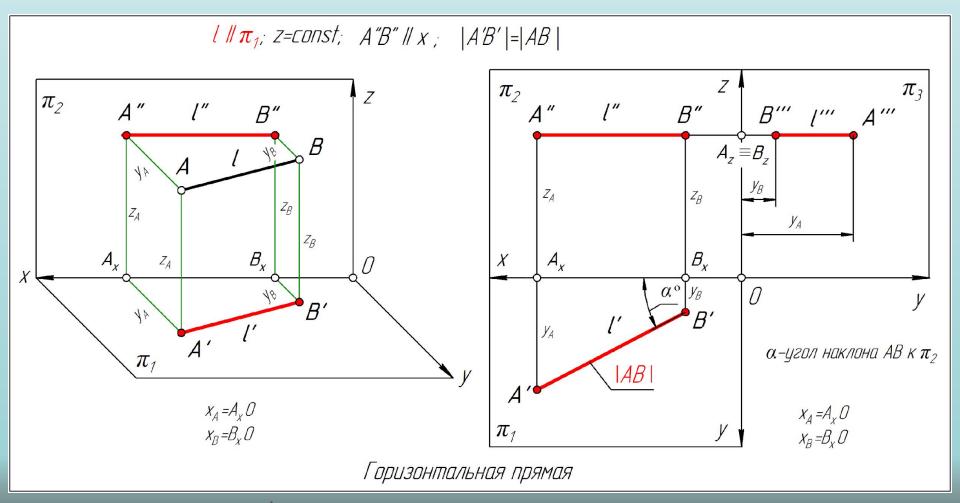


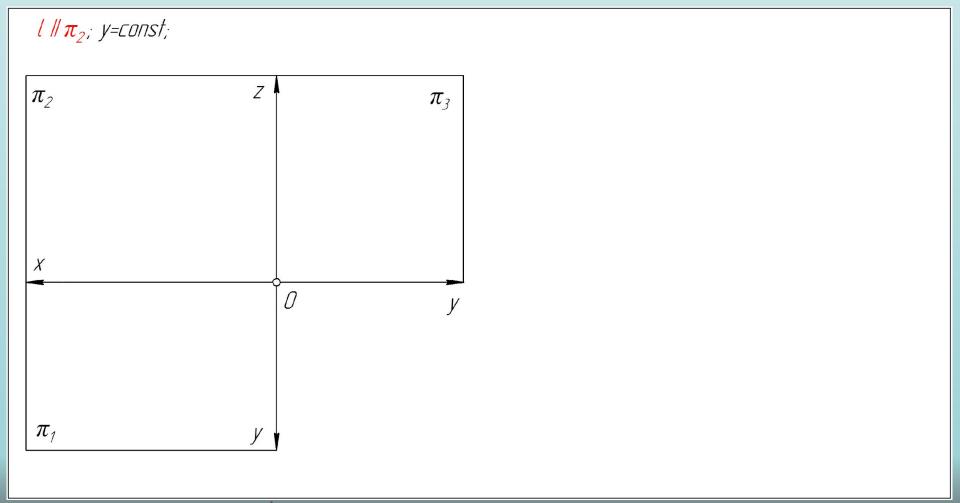


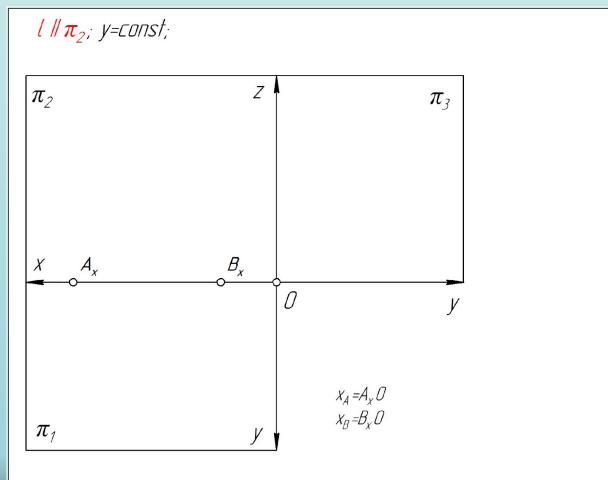








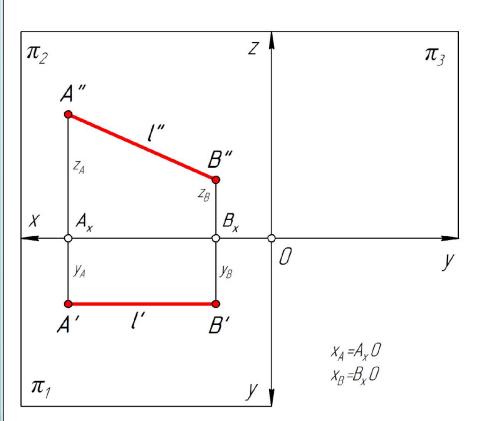


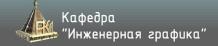


1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)

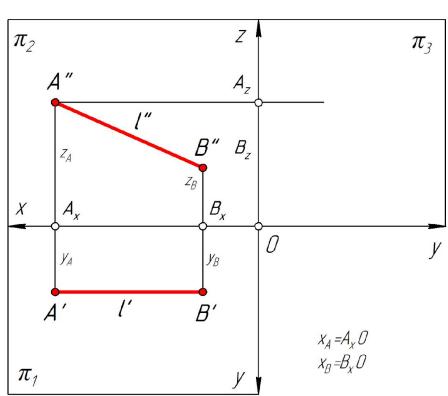
 $l \parallel \pi_2$ ; y=const;  $\pi_2$  $\pi_{3}$ 0  $X_A = A_X O$  $X_B = B_X O$  $\pi_{1}$ 

1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)

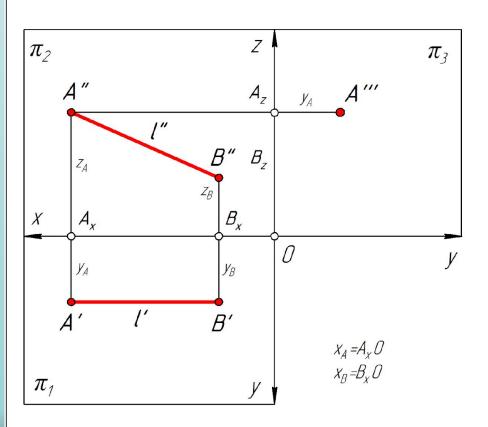




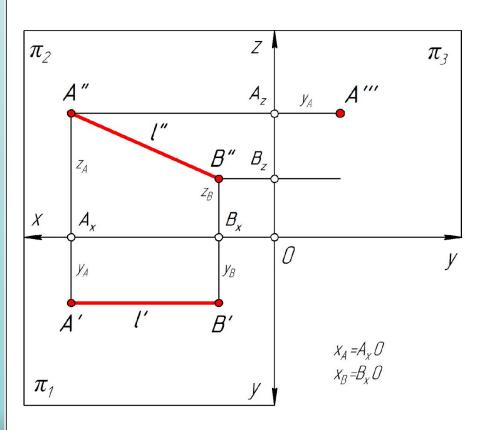
1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)



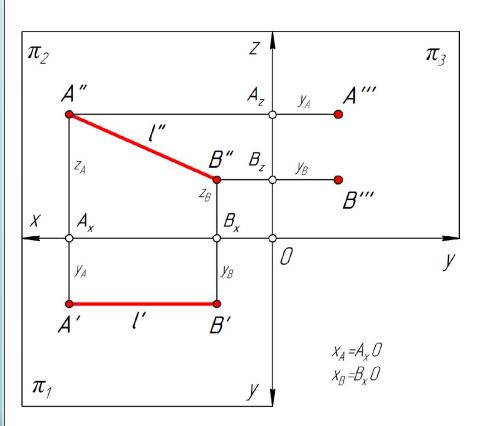
1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)



1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)

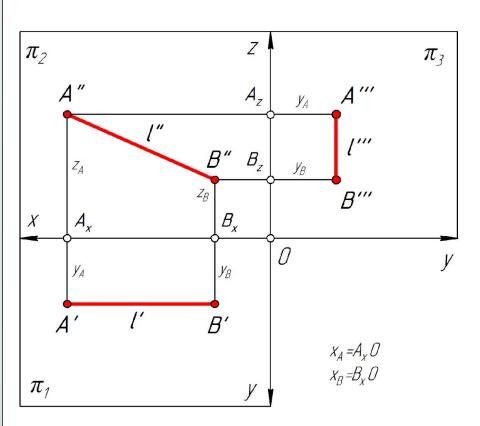


1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)



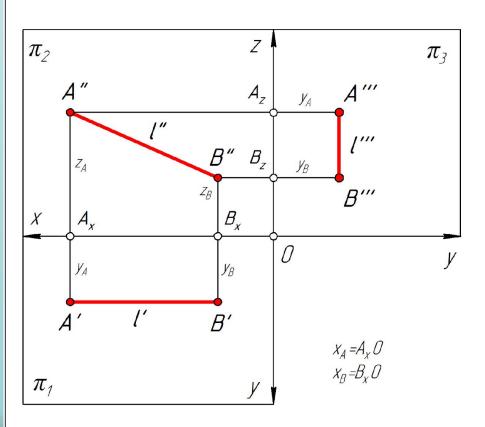
1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)

 $l \parallel \pi_2$ ; y=const;

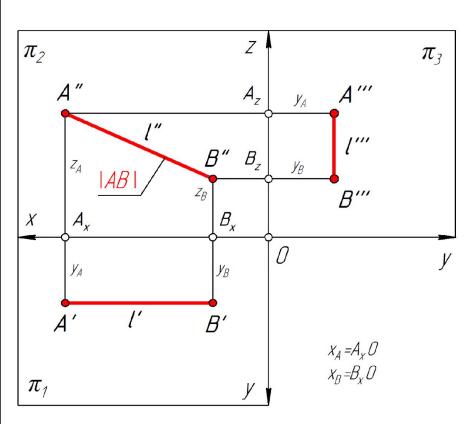


1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)

 $|||\pi_2|| y = const;$  ||A''B''|| = ||AB||

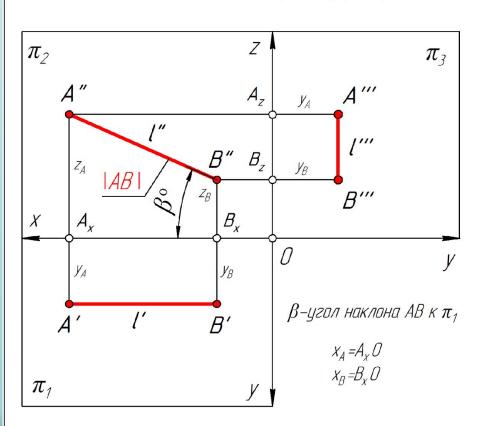


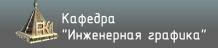
1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)



1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)

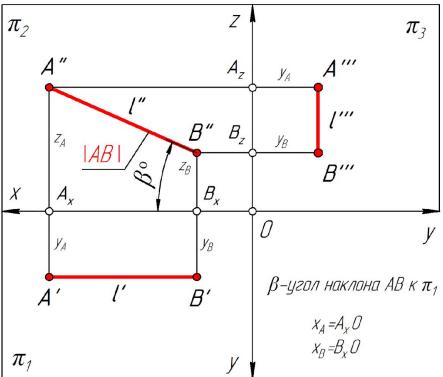
 $|||\pi_2||$ , y=const; |A'B'||x|, |A''B''|=|AB|



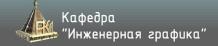


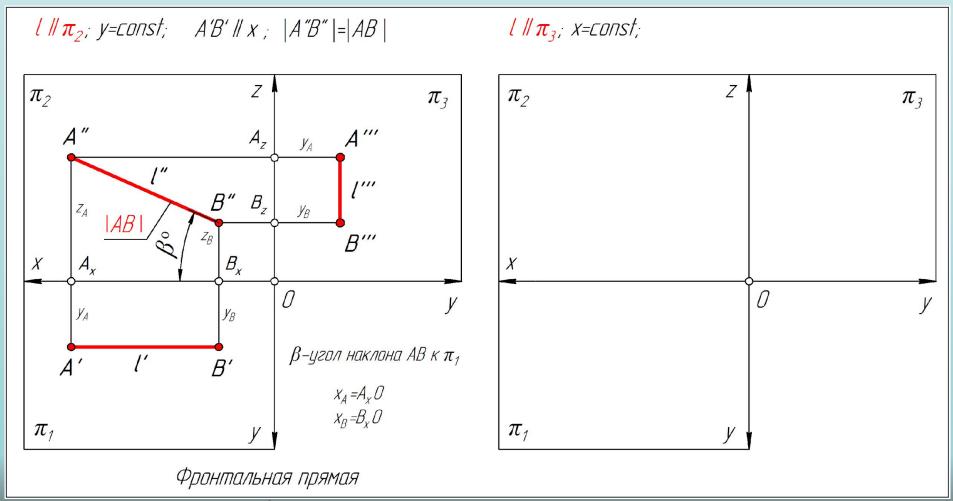
1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)

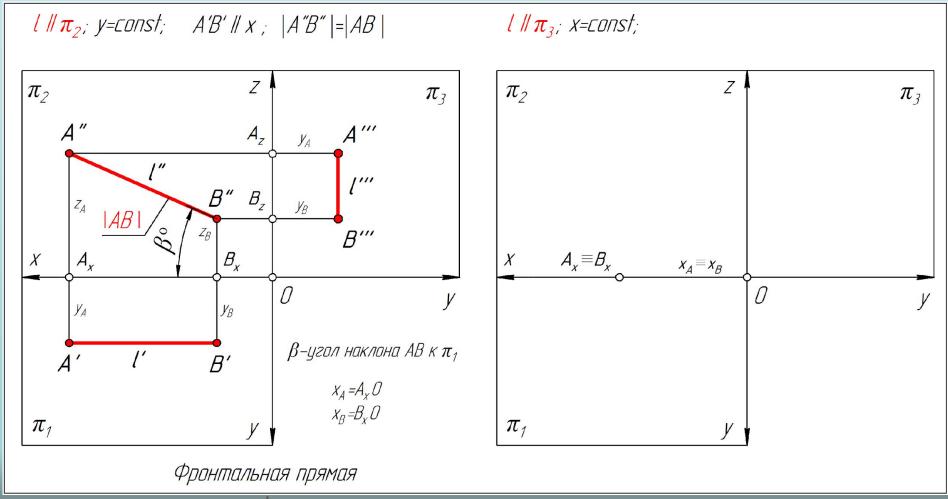
 $l \parallel \pi_2$ ; y=const;  $A'B' \parallel x$ ; |A''B'' |=|AB|

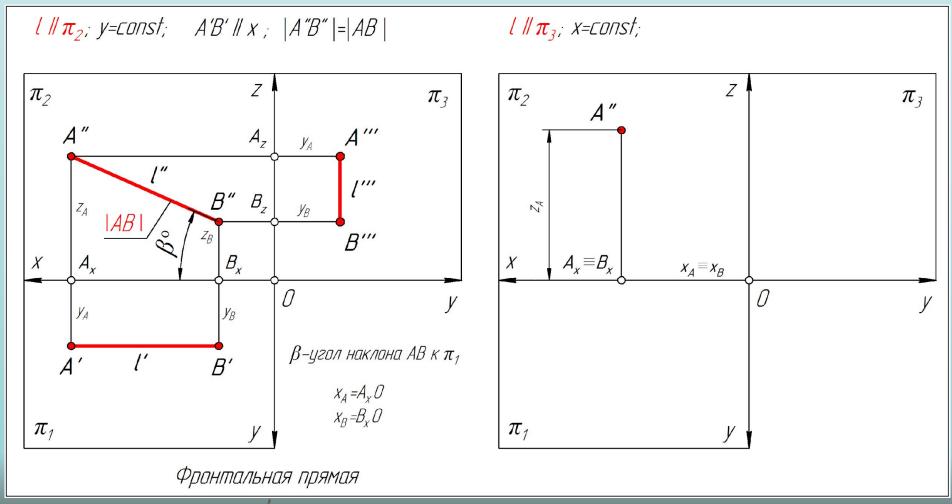


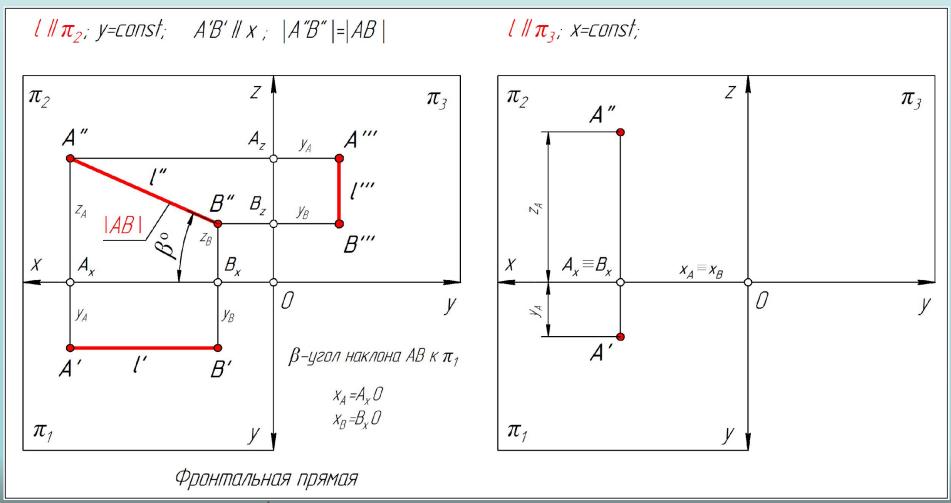
Фронтальная прямая

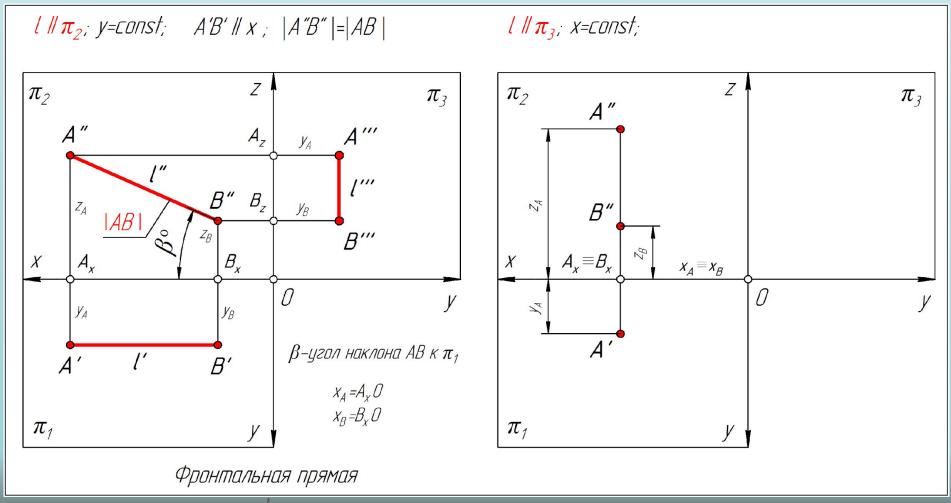


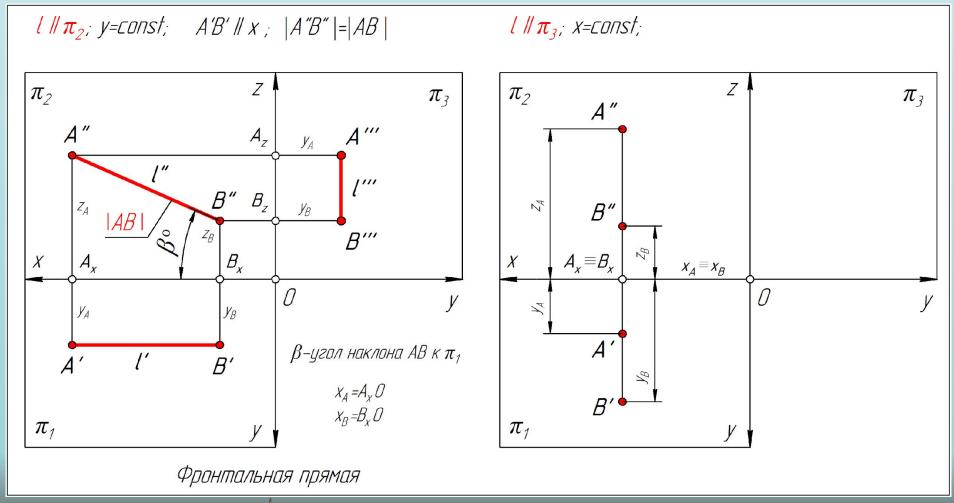


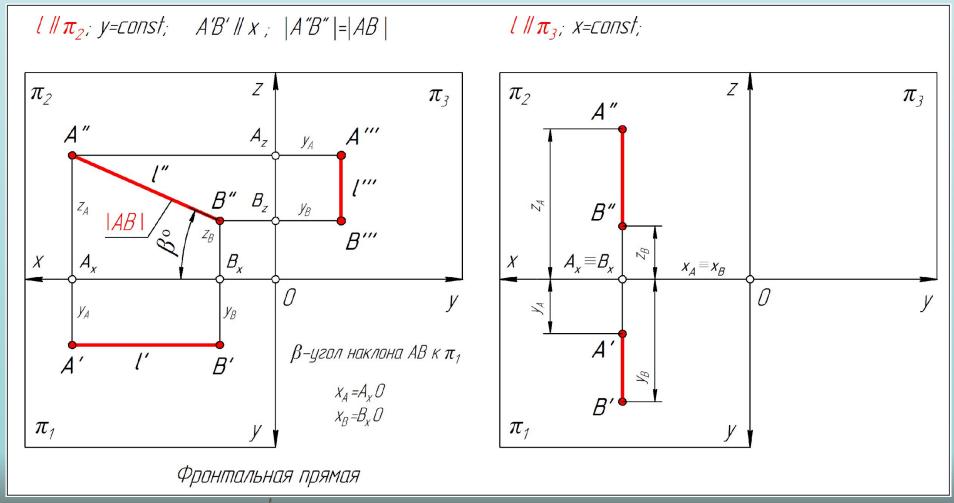


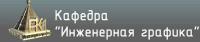


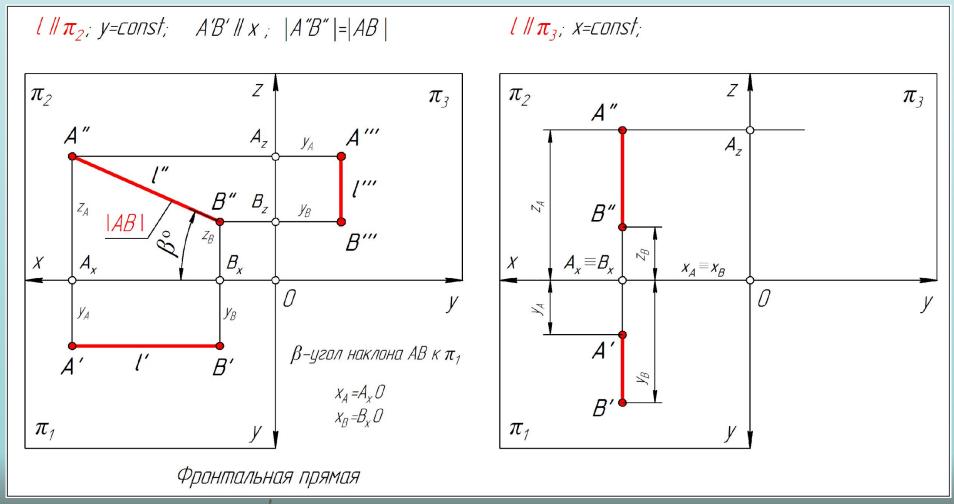


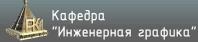


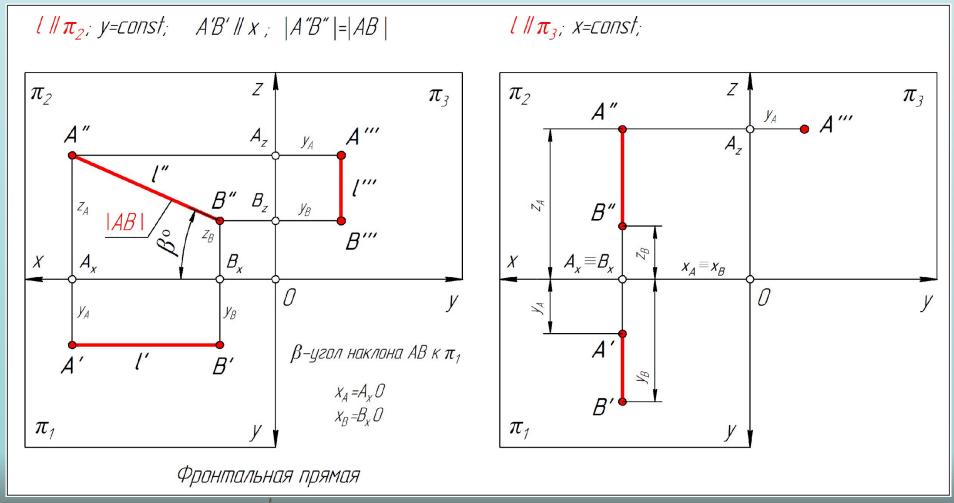


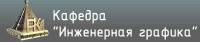


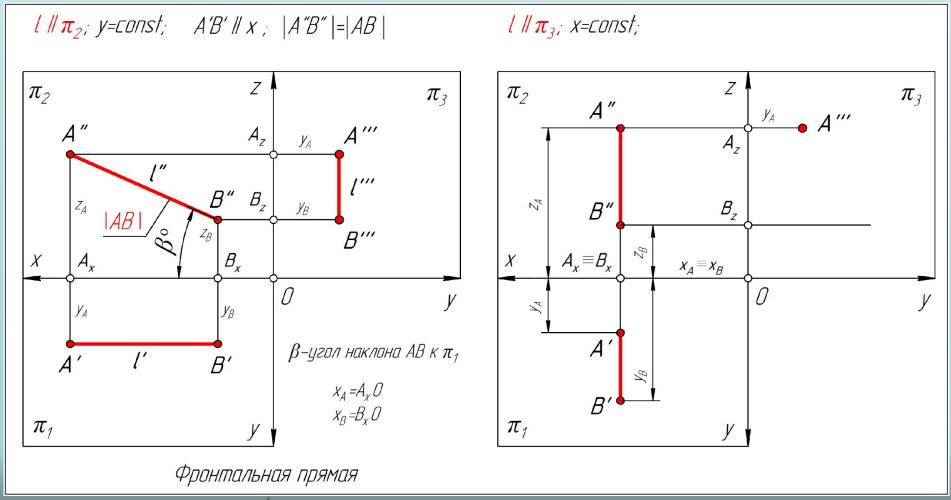


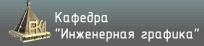


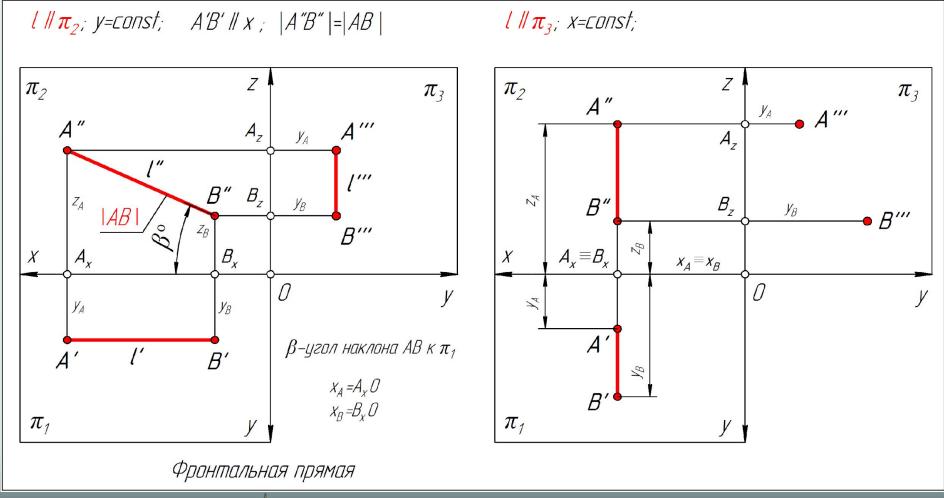


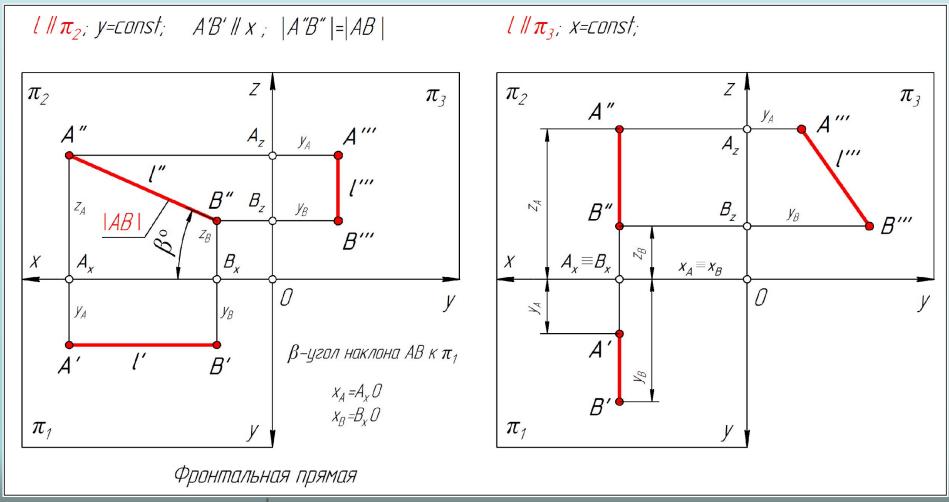


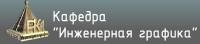


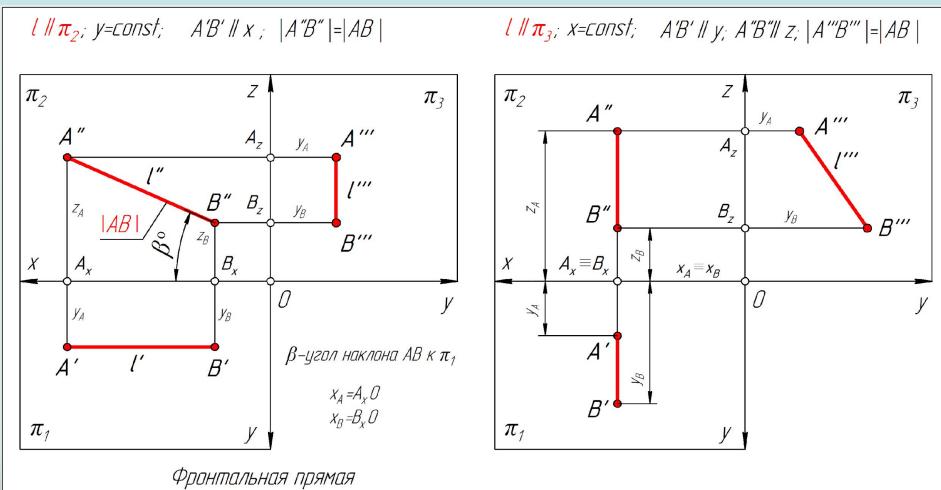


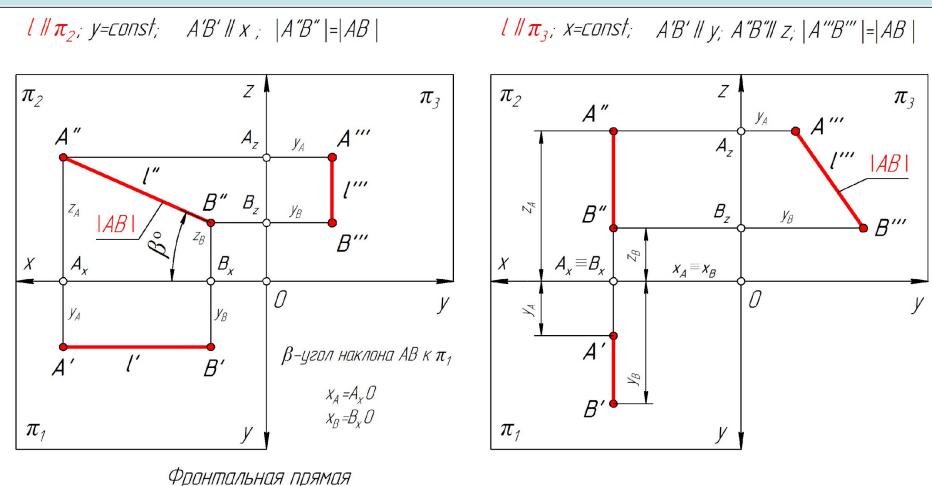




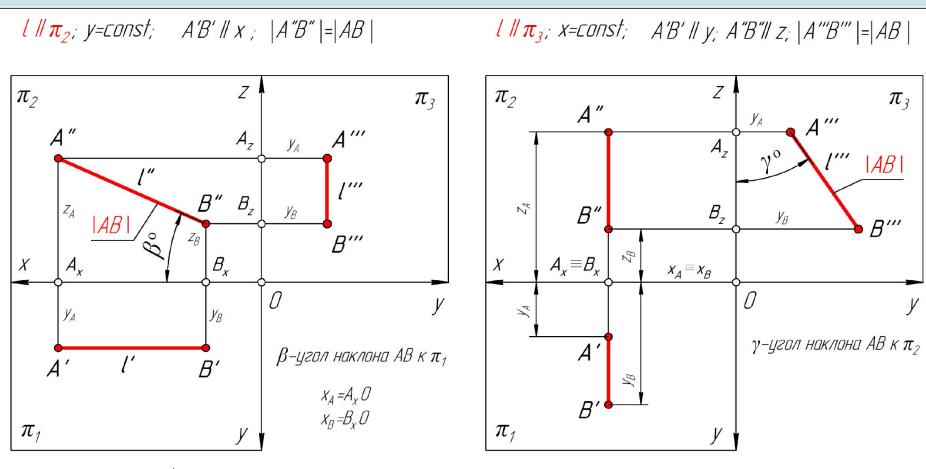






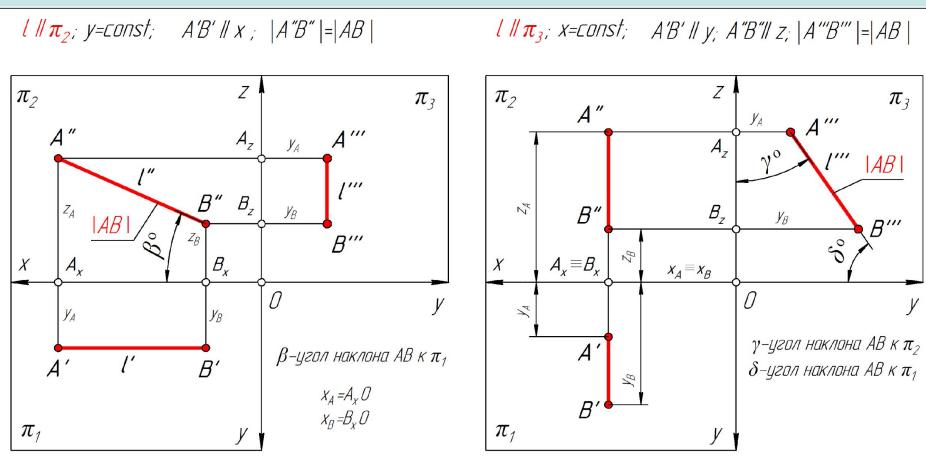


# 1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)

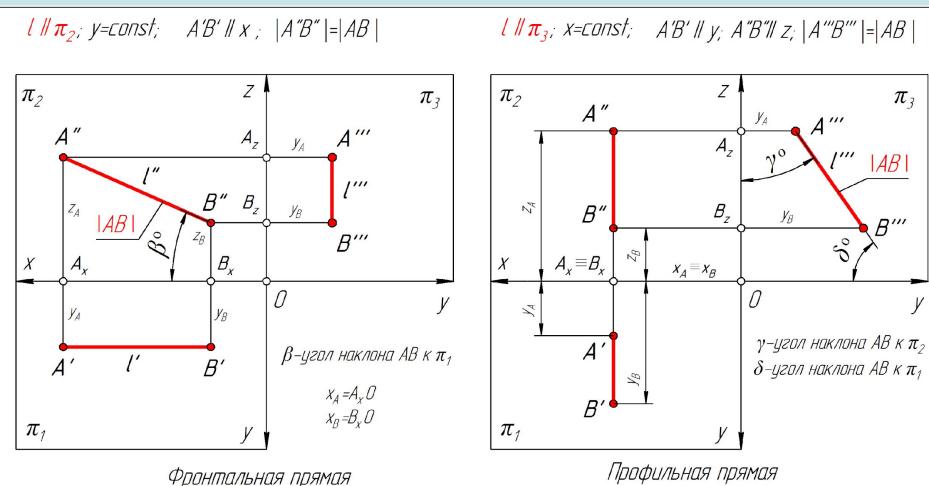


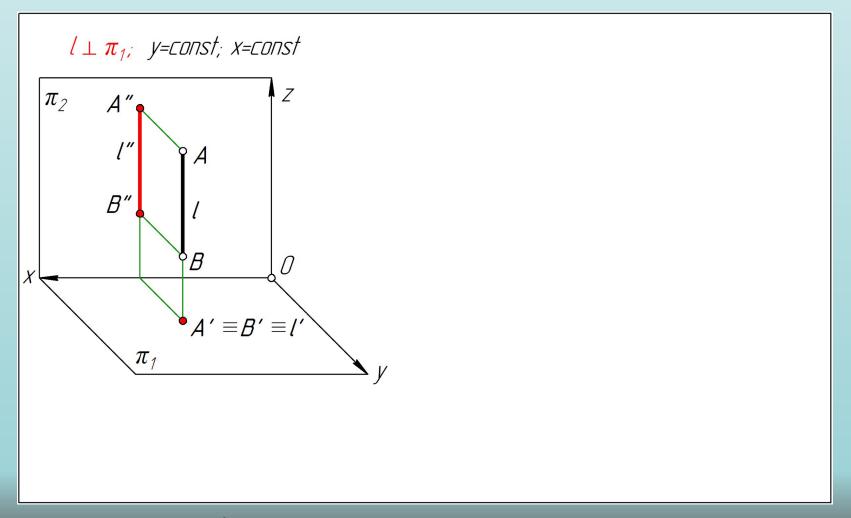
Фронтальная прямая

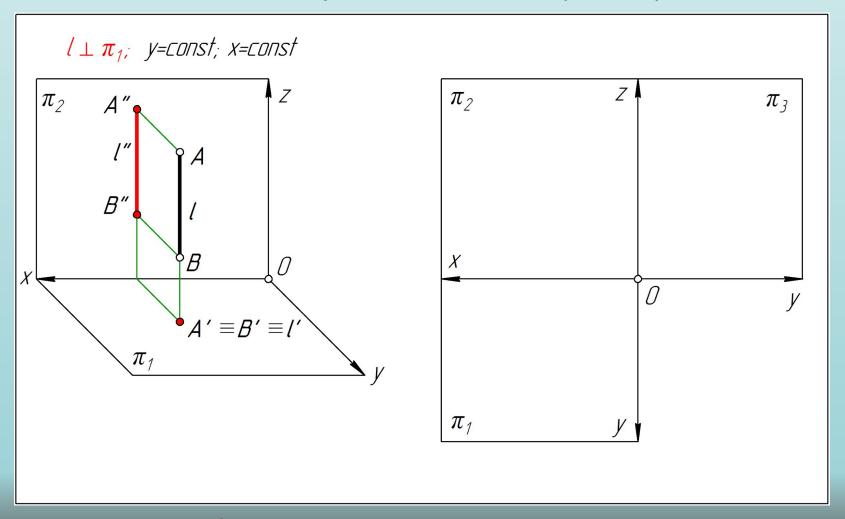
# 1. Прямые, параллельные одной плоскости проекций – прямые уровня (рис. 8)

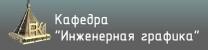


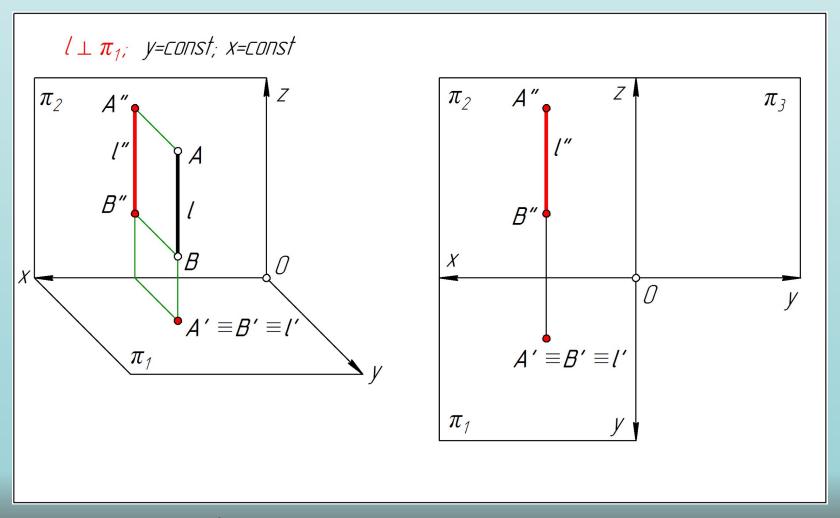
Фронтальная прямая

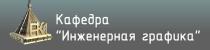


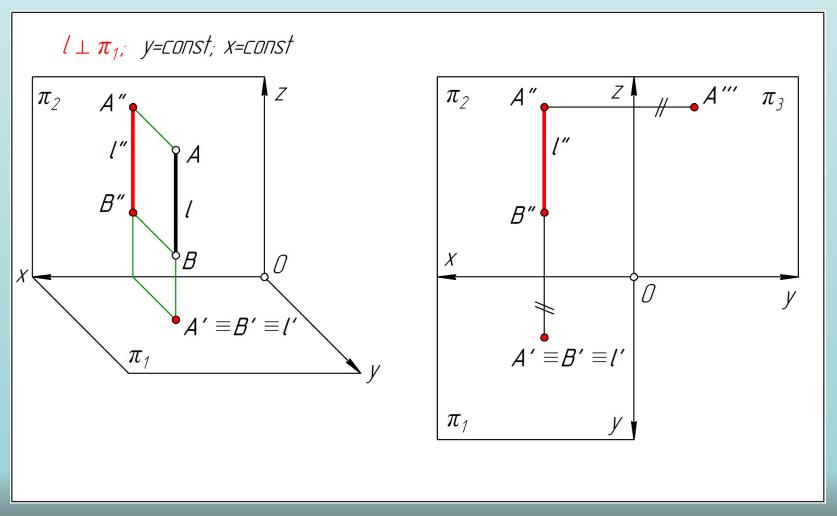


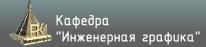


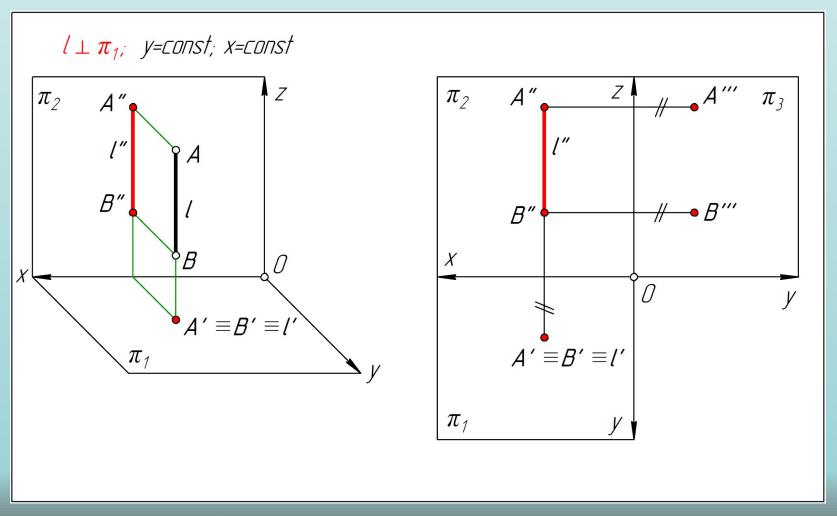


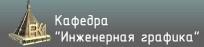


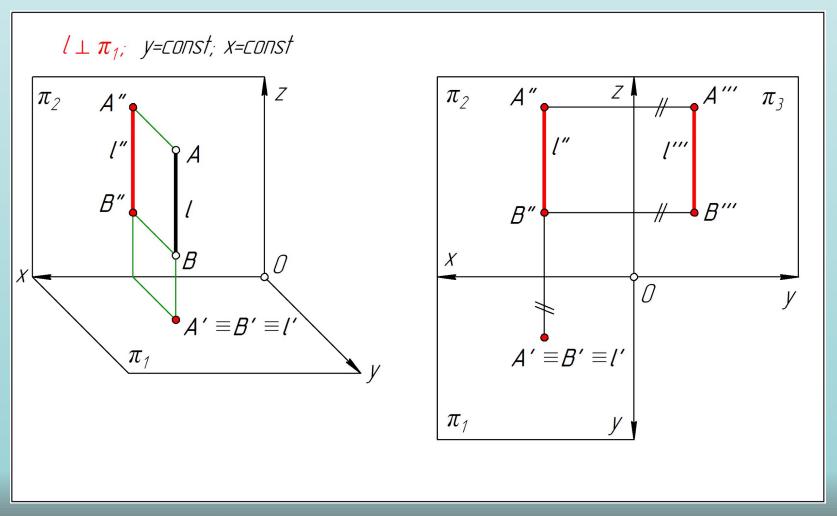


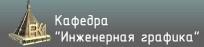


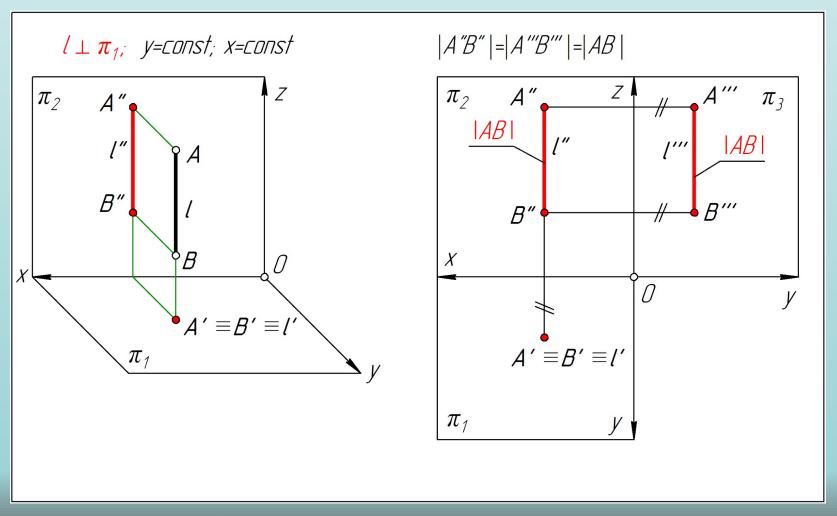


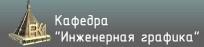


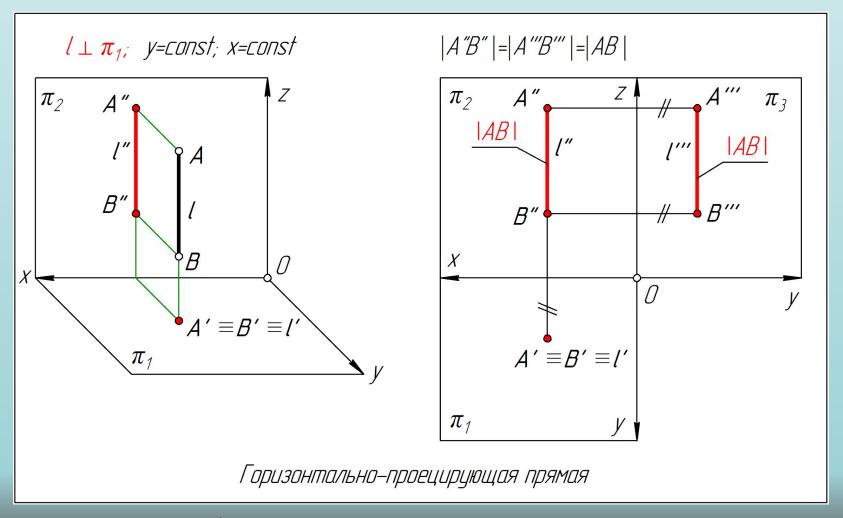


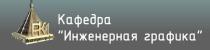


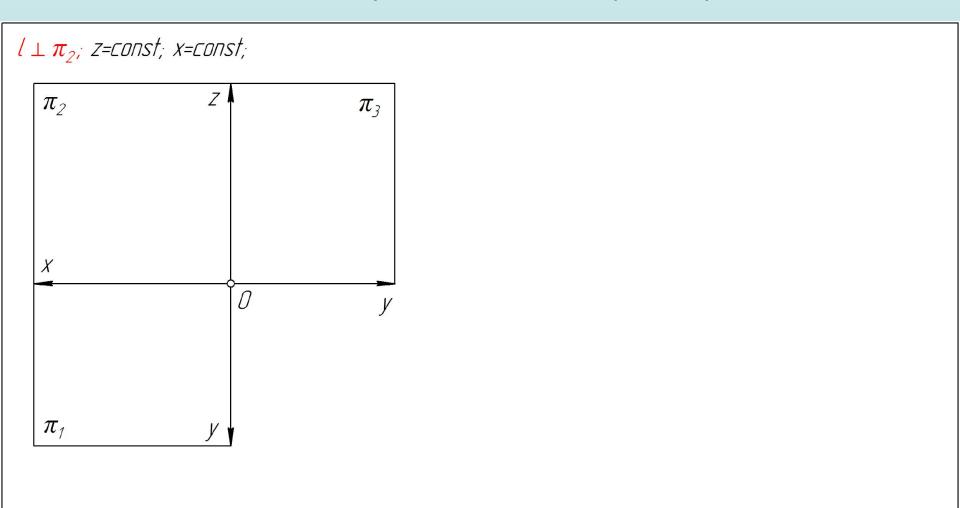


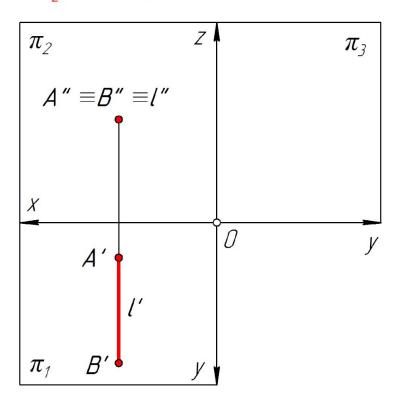


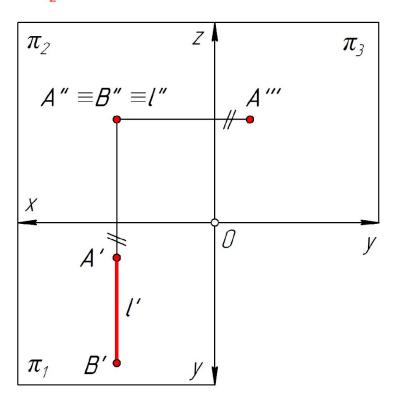


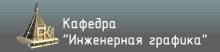


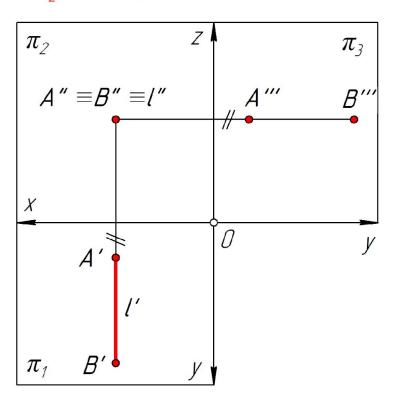


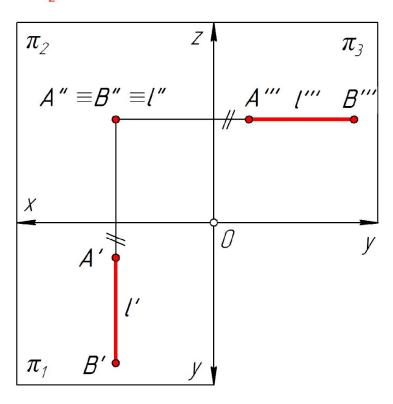


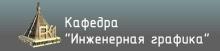




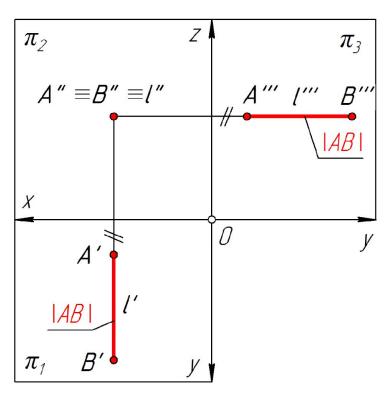


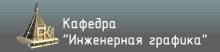




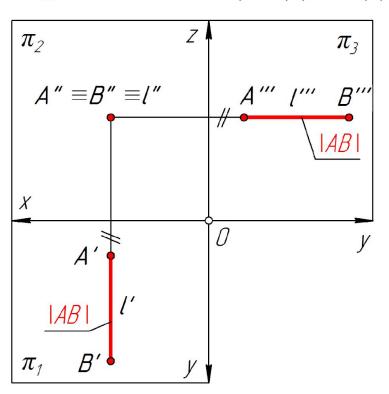


 $l \perp \pi_2$ ; z=const; |A'B'| = |A'''B'''| = |AB|

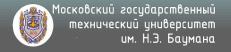


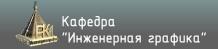


 $l \perp \pi_2$ ; z=const; |A'B'| = |A'''B'''| = |AB|

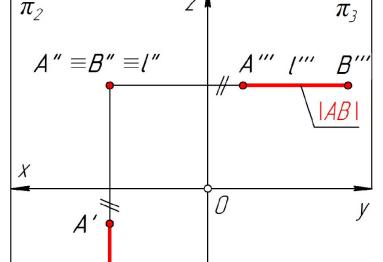


Фронтально-проецирующая прямая



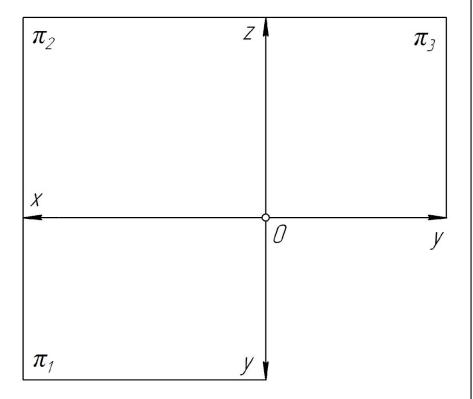


 $l \perp \pi_{2}$ ; z=const; |A'B'| = |A''B'''| = |AB|



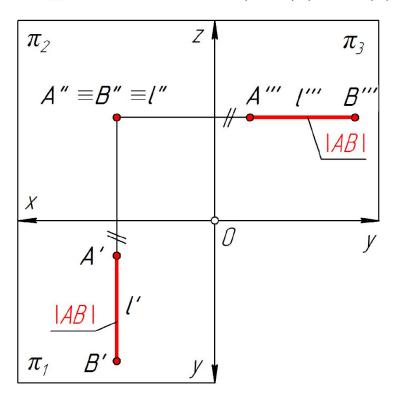
Фронтально-проецирующая прямая





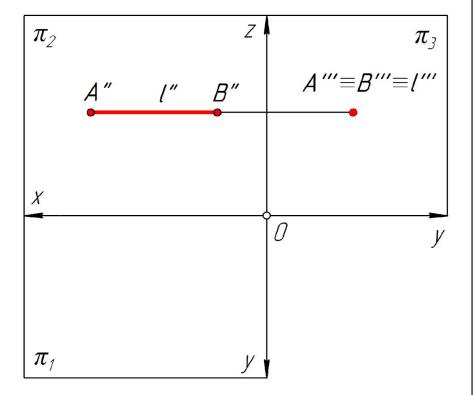
 $\pi_1$ 

 $l \perp \pi_2$ ; z=const; |A'B'| = |A'''B'''| = |AB|

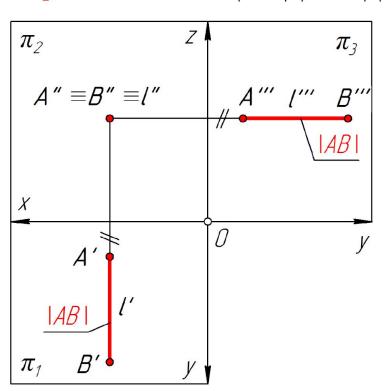


Фронтально-проецирующая прямая



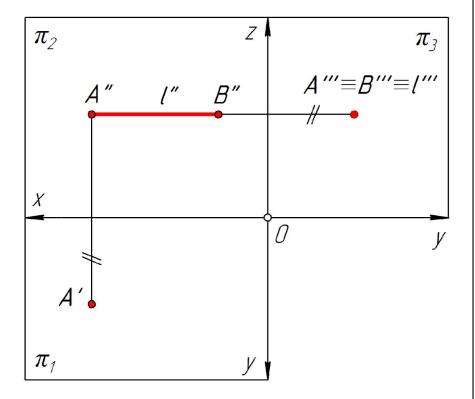


 $l \perp \pi_2$ ; z=const; |A'B'| = |A'''B'''| = |AB|

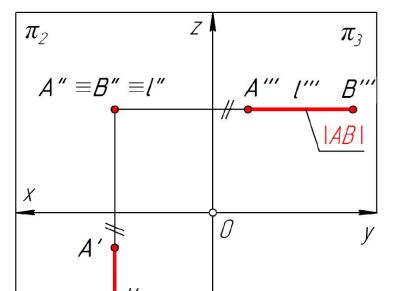


Фронтально-проецирующая прямая



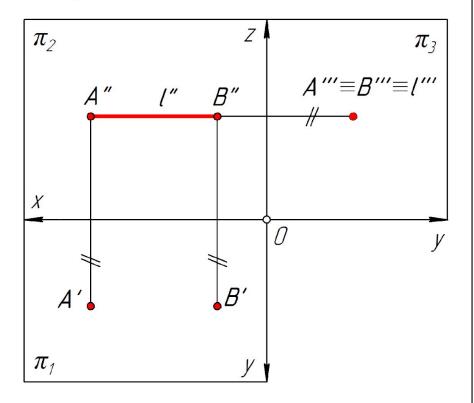


 $l \perp \pi_2$ ; z=const; |A'B'| = |A'''B'''| = |AB|



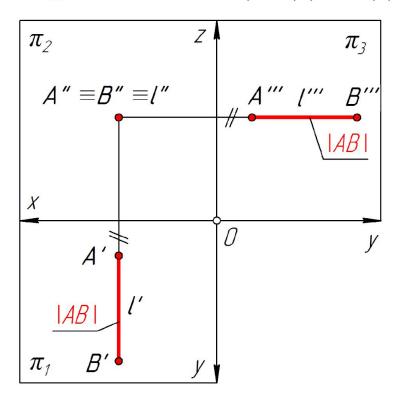
Фронтально-проецирующая прямая





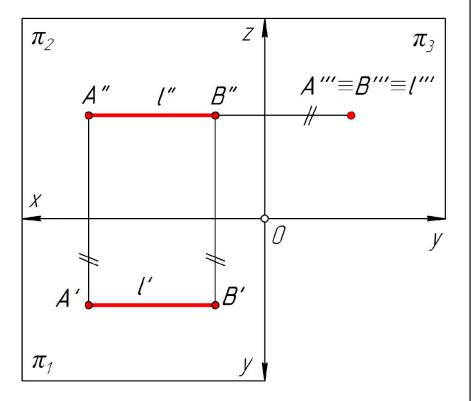
 $\pi_1$ 

 $l \perp \pi_2$ ; z=const; |A'B'| = |A'''B'''| = |AB|

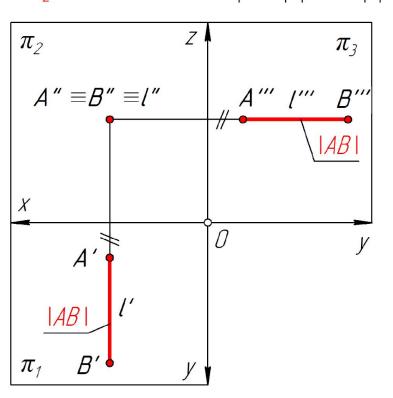


Фронтально-проецирующая прямая



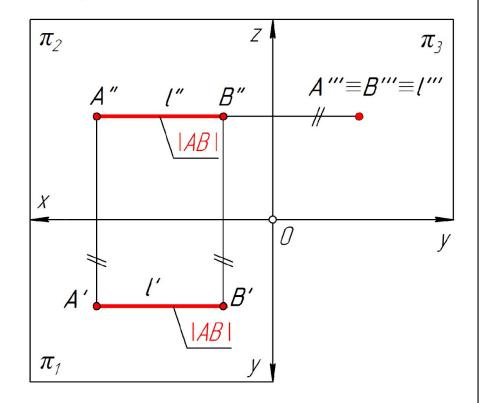


 $l \perp \pi_2$ ; z=const; |A'B'| = |A'''B'''| = |AB|

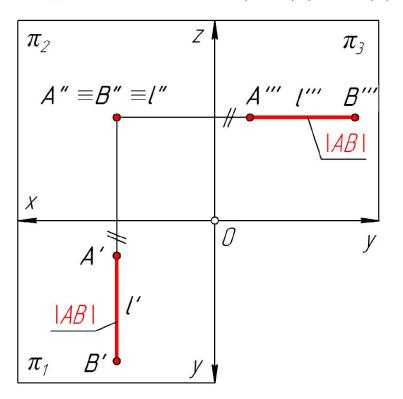


Фронтально-проецирующая прямая

 $l \perp \pi_3$ ; z=const; y=const; |A'B'| = |A''B''| = |AB|

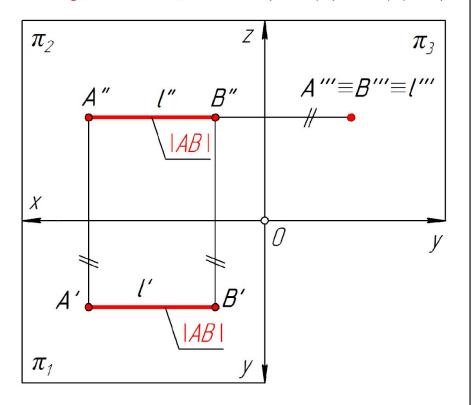


 $l \perp \pi_2$ ; z=const; |A'B'| = |A'''B'''| = |AB|

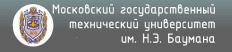


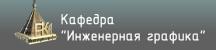
Фронтально-проецирующая прямая

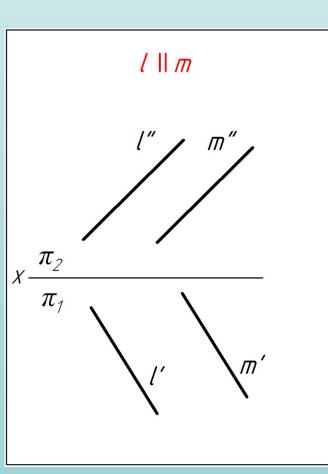
 $l \perp \pi_3$ ; z=const; y=const; |A'B'| = |A''B''| = |AB|

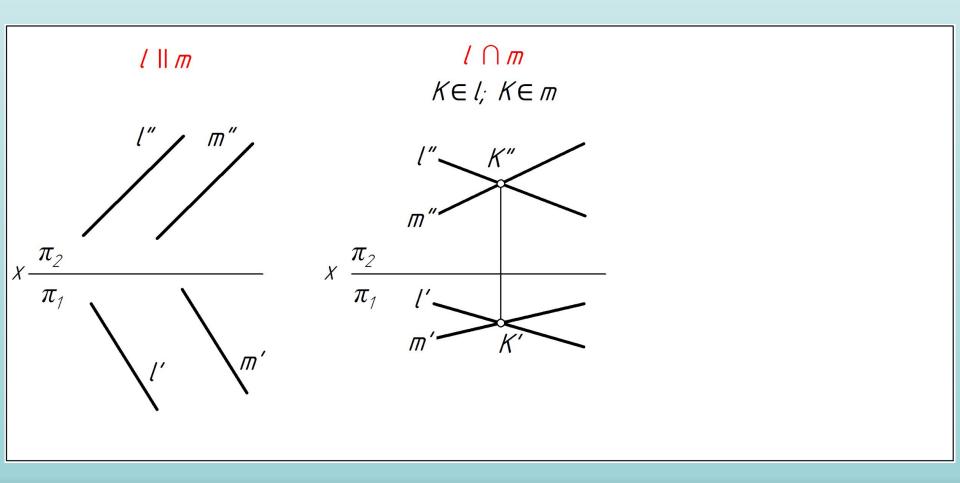


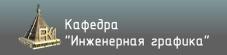
Профильно-проецирующая прямая

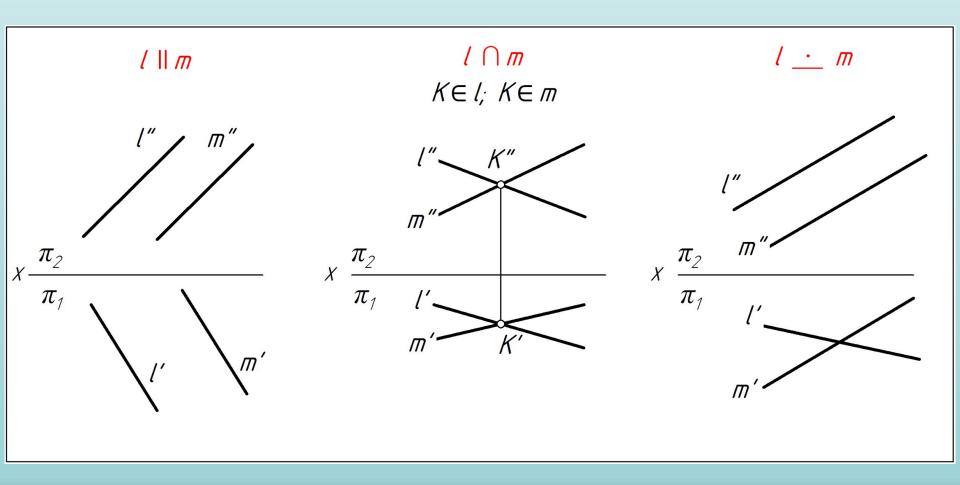


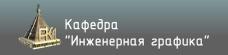


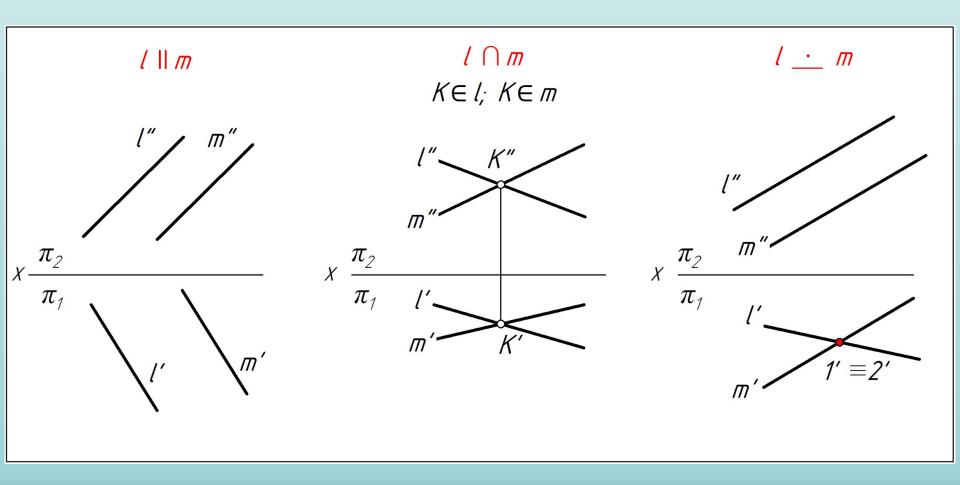


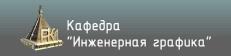


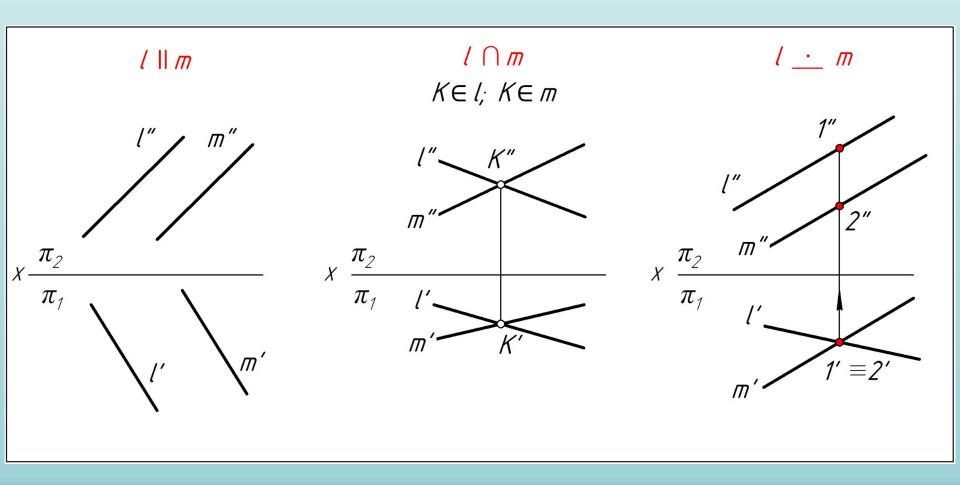


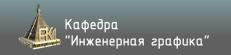


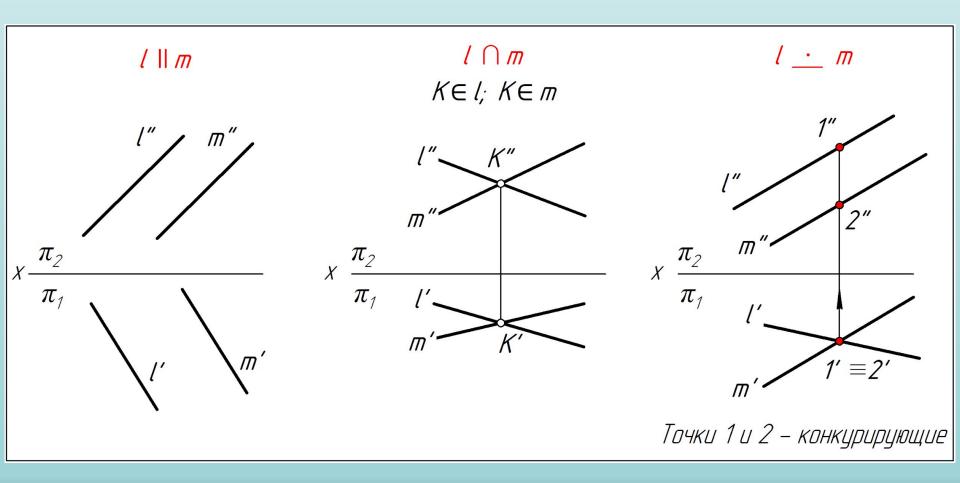


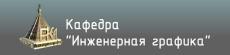












## Теорема о проекциях прямого угла (рис. 11)

