Представление рациональных чисел в виде десятичной дроби

(продолжение)

Теорема: для того , чтобы несократимая дробь $\frac{m}{n}$ была равна десятичной, необходимо и достаточно, чтобы в разложении ее знаменателя n на простые множители входили лишь числа 2 и 5.

- Заметим, что в данной теореме речь идет о конечной десятичной дроби.

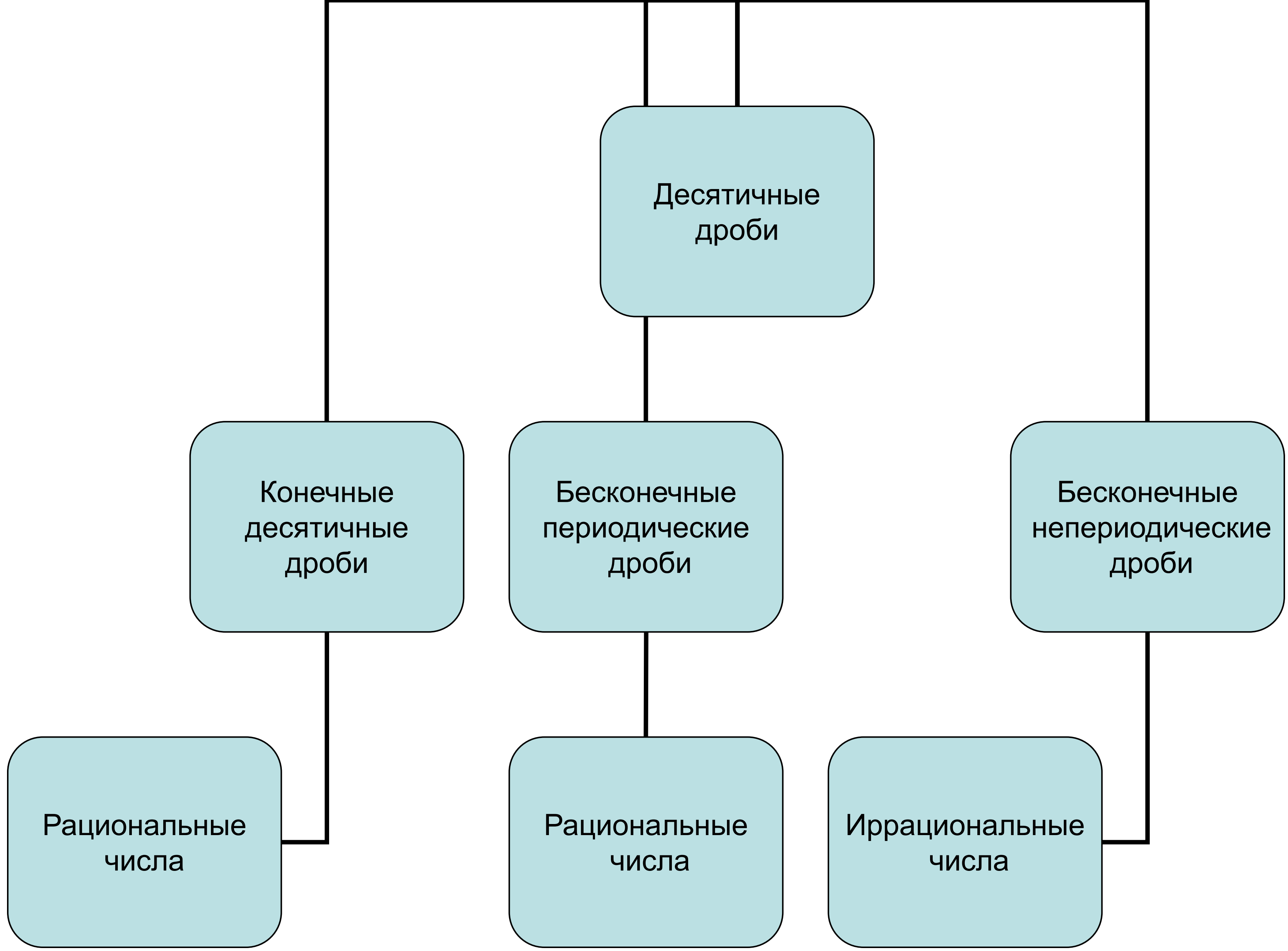
- Рассмотрим два числа

$$\frac{3}{20} \quad \text{и} \quad \frac{8}{27}$$

- Конечная десятичная дробь – дробь, возникающая при делении числителя на знаменатель, когда найдется остаток, равный нулю.

- Любая конечная десятичная дробь может быть представлена в виде бесконечной десятичной дробью.

- 0,25=0,250=0,250000…0


Десятичные дроби
Конечные десятичные дроби
Бесконечные периодические дроби
Бесконечные непериодические дроби
Рациональные числа
Рациональные числа
Иррациональные числа

- Теорема: Любое положительное рациональное число представимо бесконечной периодической десятичной дробью.

$$\frac{3}{20} = 0{,}15$$

$$\frac{8}{27} = 0{,}(296)$$

$$\pi = 0{,}314159265358 97\ldots$$

- Число, которое можно записать в виде бесконечной непериодической дроби, называют иррациональным числом.

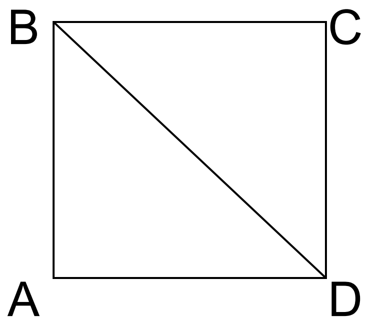
- Все такие числа составляют множество иррациональных чисел.

- Источником возникновения иррациональных чисел связано с измерением отрезков.

- Существуют отрезки, длины которых нельзя выразить рациональным числом при выбранной единице измерения.

- Теорема: если единицей длины является длина стороны квадрата, то длина диагонали этого квадрата не может быть выражена положительным рациональным числом.

Доказательство:



Предположим, длина BD выражается несократимой дробью $\dfrac{m}{n}$

- По теореме Пифагора имеем:

$$1^2 + 1^2 = \frac{m^2}{n^2}$$

$$m^2 = 2n^2$$

m-четное число, так как квадрат нечетного числа не может быть четным

- Пусть m=2p.

$$m^2 = 2n^2 \qquad 4p^2 = 2n^2$$

$$2p^2 = n^2$$

Значит, и n – четное число, тогда дробь $\dfrac{m}{n}$ сократима

Противоречие. Значит наше предположение не верно.

$$Q_{+} \cup J_{+} = R_{+}$$

Натуральное число как мера величины

Положительные скалярные величины

- Определение: положительной скалярной величиной называется свойство предмета, которое проявляется при сравнении и для обозначения которого существуют стандартные единицы измерения

- Например: длина (расстояние, ширина, протяженность)
- масса
- площадь,
- время,
- объем,
- стоимость,
- количество товара.

- Величины, которые выражают одно и тоже свойство объектов, называются величинами одного рода.

  (однородными величинами)

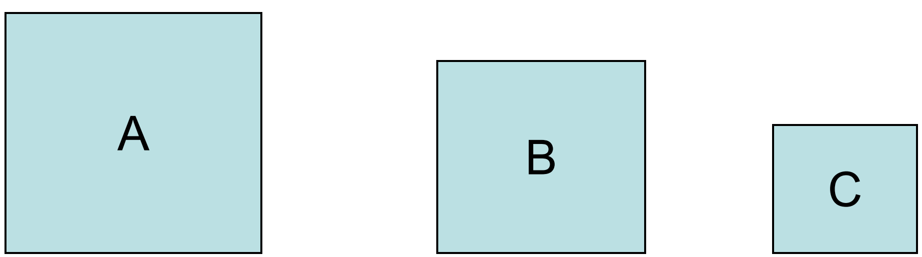
Свойства однородных величин

- 1. Однородные величины можно сравнивать.

- Для любых однородных величин А и В имеет место только из отношений
- $A>B$ или $A=B$ или $A<B$.

- 2. Отношение «меньше» для однородных величин транзитивно.

- Если A<B, B<C, то A<C.



- 3. Величины одного рода можно складывать, в результате получается величина того же рода.

- Сложение однородных величин, коммутативно и ассоциативно.

- 4. Величины одного рода можно вычитать, в результате получается величина того же рода.
- Определяют вычитание через сложение: если $C=A-B$, то $A=B+C$

- 5. Величину можно умножать на положительное действительное число, в результате получают величину того же рода.

$$B = x \cdot A$$

- 6. величины одного рода можно делить, получая в результате число.

- Частным величин A и B называется такое положительное действительное число $x = A:B$, что $A = x \cdot B$.

Измерение величин

- Измерить величину А –это значит найти такое положительное действительное число х, что $A = x \cdot E$.

- Число х называется численным значением величины А при единице измерения величины Е.

- Замечание:
- Величина, которая определяется одним численным значение, называется скалярной величиной.

- Если при выбранной единице измерения скалярная величина принимает только положительные численные значения, то ее называют положительной скалярной величиной

- Измерение величин позволяет переходить от сравнения величин к сравнению чисел, от действий над величинами к соответствующим действиям над числами.

- 1. Если величиныА и В измерены при помощи единицы величины Е, отношение между величинами А и В будут такими же. Как и отношения между их численными значениями и наоборот:
- $A=B \rightleftarrows m(A)=m(B)$;
- $A<B \rightleftarrows m(A)<m(B)$
- $A>B \rightleftarrows m(A)>m(B)$

- 2. Если величины А и В измерены при помощи единицы величины Е, то для нахождения численного значения суммы А+В достаточно сложить численные значения величин А и В.
- $A+B=C \rightleftarrows m(A+B)=m(A)+m(B)$

- 3. Если величины А и В таковы, что $B=x\cdot A$, где х – положительное действительное число, и величина А измерена при помощи единицы величины Е, то чтобы найти численное значение величины В при единице Е, достаточно число х умножить на число m(A).
- $B=x\cdot A \longrightarrow m(A)=x\cdot m(B)$

- Пешеход прошел 3 км.

- Объект: расстояние,
- Свойство объекта – длина
- Единица измерения –километр
- Численное значение величины равно 3.

Спасибо за внимание!