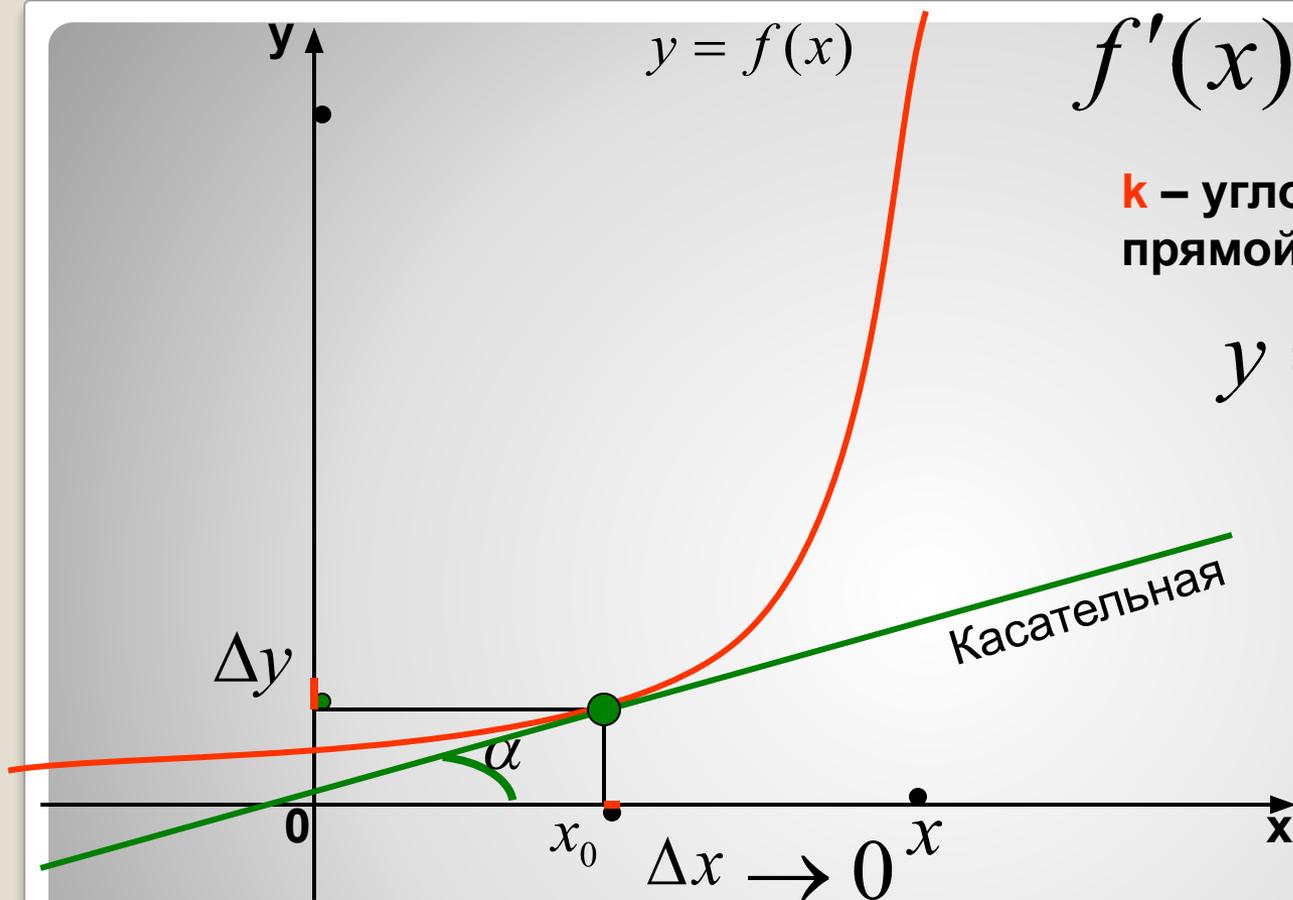


# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ И ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

Мерзлякова Оксана Александровна  
Учитель высшей категории  
МБОУ СОШ № 49  
г. Краснодар  
2012 г.



$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

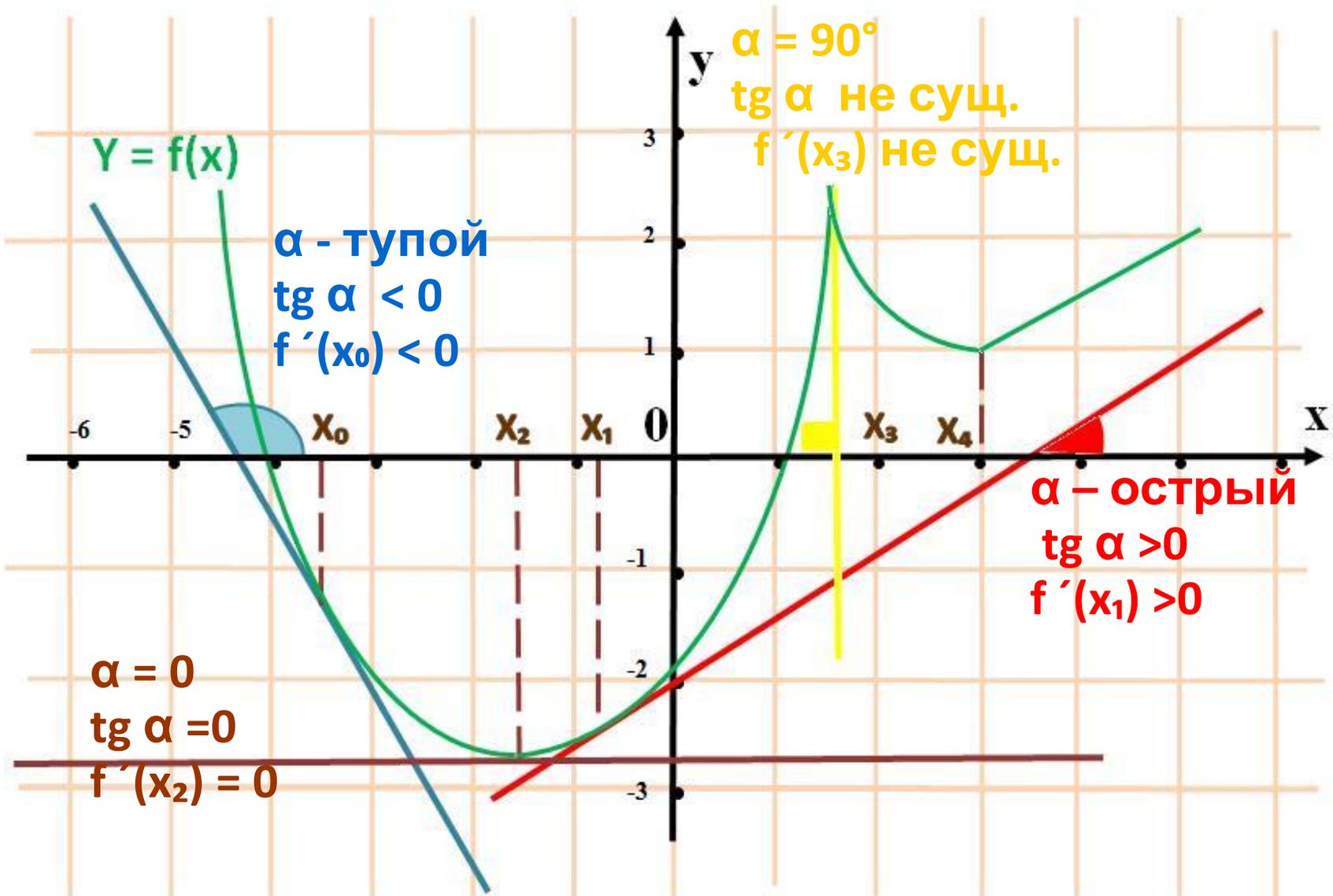
$k$  – угловой коэффициент  
прямой (касательной)

$$y = kx + b$$

## Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

для дифференцируемых функций :  $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$ ,  $\alpha \neq 90^\circ$



# Физический смысл производной функции в данной точке

$$V_{\text{ср.}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Или, если  $\Delta x$  – перемещение тела, а  $\Delta t$  – промежуток времени, в течении которого выполнялось движение, то

$\frac{\Delta x}{\Delta t}$  – средняя скорость движения на промежутке времени  $t$ .

При  $\Delta t \rightarrow 0$   $V_{\text{ср.}} \rightarrow$  к мгновенной скорости  $V(t)$ ,

следовательно,  $V(t) = S'(t)$ .

$$S'(t) = V(t) \quad \text{или} \quad x'(t) = V(t)$$

Производная от функции в данной точке – это скорость изменения функции.  $f'(x) = V(x)$

# формулы из физики и экономики, где используется производная.

$v(t) = x'(t)$  – скорость

$a(t) = v'(t)$  - ускорение

$J(t) = q'(t)$  - сила тока

$C(t) = Q'(t)$  - теплоемкость

$d(l) = m'(l)$  - линейная плотность

$K(t) = l'(t)$  - коэффициент линейного расширения

$\omega(t) = \varphi'(t)$  - угловая скорость

$a(t) = \omega'(t)$  - угловое ускорение

$N(t) = A'(t)$  - мощность

$\Pi(t) = v'(t)$  - производительность труда,

где  $v(t)$  - объем продукции

$J(x) = y'(x)$  - предельные издержки производства,

где  $y$  – издержки производства в зависимости от объема выпускаемой продукции  $x$ .

1 Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $y = 9 - 4x$  в его точке с абсциссой  $x = 1$ .

- 2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции в его точке с абсциссой  $x^2$ .

**Решите задачи.**

$$y = -0,5x^2$$

$$x_0 = -3$$

1. $C$	2. $\sqrt{x}$	3. $x$	4. $-\frac{1}{\sin^2 x}$	5. $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	6. $\frac{1}{1+x^2}$
7. $e^x$	8. $\arcsin x$	9. $a^x$	10. $\sin x$	11. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	12. $a^x \ln a$
13. $x^2$	14. $\operatorname{tg} x$	15. $\operatorname{lg} x$	16. $\cos x$	17. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$	18. $\arccos x$
19. $1$	20. $\frac{1}{x \ln 10}$	21. $\frac{1}{x}$	22. $nx^{n-1}$	23. $\log_a x$	24. $-\sin x$
25. $\operatorname{arctg} x$	26. $-\frac{1}{1+x^2}$	27. $0$	28. $\frac{1}{\cos^2 x}$	29. $\operatorname{arctg} x$	30. $\frac{1}{x}$
31. $\cos x$	32. $\ln x$	33. $\operatorname{ctg} x$	34. $\frac{1}{x \ln a}$	35. $e^x$	36. $-\frac{1}{x^2}$

Найти соответствие между функцией и её производной.

- 1. Пусть  $Q(t)$  количество теплоты, которое необходимо для нагревания тела массой 1 кг от  $0^{\circ}\text{C}$  до температуры  $t^{\circ}$  (по Цельсию), известно, что в диапазоне  $0^{\circ} \leq t \leq 95^{\circ}$ , формула  $Q(t) = 0,396t + 2,081 \cdot 10^{-3}t^2 - 5,024 \cdot 10^{-7}t^3$  дает хорошее приближение к истинному значению. Найдите, как зависит теплоёмкость воды от  $t$ .

- 7. Высота снежка, брошенного вертикально вверх со скоростью  $U_0$  с начальной высоты  $h_0$  меняется по закону  $h = h_0 + U_0 * t - gt^2/2$ , где  $g \gg 10 \text{ м/с}^2$  – ускорение силы тяжести. Покажите, что энергия камня  $E = \tau v^2 / 2 + mgh$ , где  $\tau$  – масса снежка, не зависит от времени.

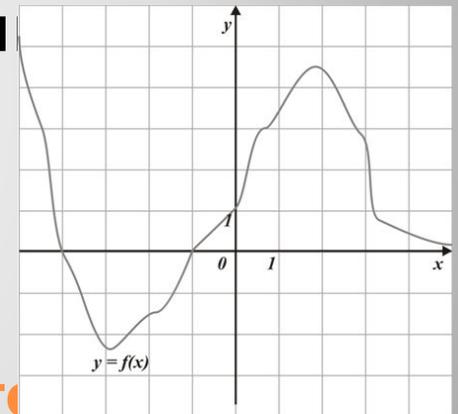
- 6. Количество электричества, протекающее через проводник, задаётся формулой а)  $q(t) = t - 3t^{3/2} + 1$ : б)  $q(t) = t + 4/t$ . В какой момент времени ток в цепи равен нулю?

$$h(x) = 1 - 2\sin^2 x$$

- 4. На рисунке изображен график производной. Найдите точки максимума функции.

$$y = f(x)$$

$$y = f'(x)$$



3. Определите абсциссы точек, в которых угловой коэффициент касательной к графику функции равен 2.

5. Найдите скорость и ускорение изменения функции

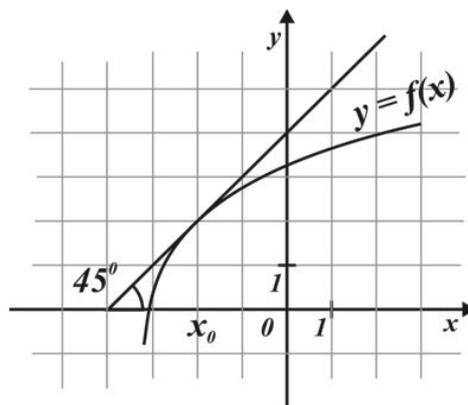
$$y = x^3 - 5x + 4$$

в точке  $x = 5$

6. Найдите производную функции  $h(x) = \sin x - 3x^4 + 5$

В точке  $x_0 = \pi/2$

7. Найдите значение производной  
функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$



$$y = 2x^2 - 6x + 8 + 3$$

**Найти наименьшее значение  
функции**

- Повторить теорию : пункт 28,29
- № 29.8, 29.21

**Домашнее задание**