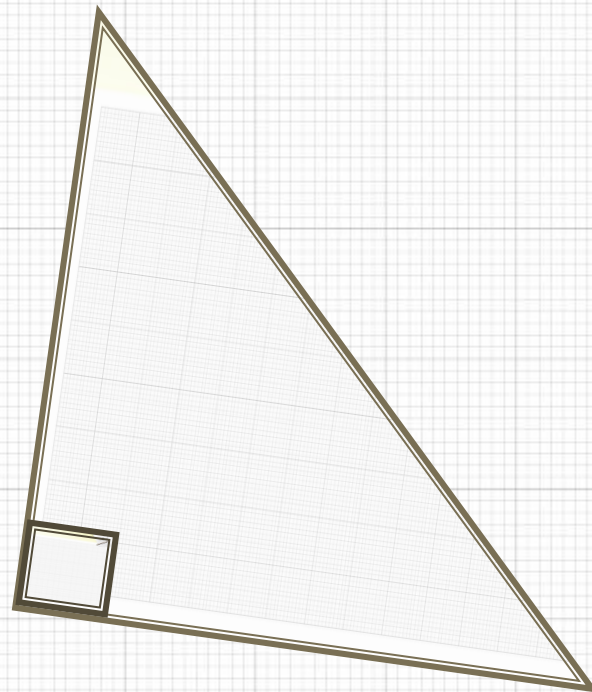


Прямоугольный треугольник

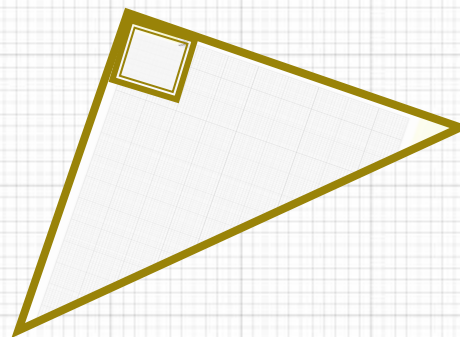
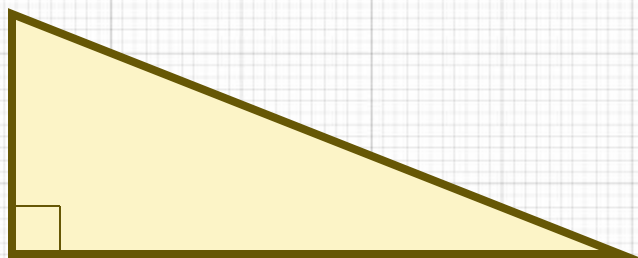
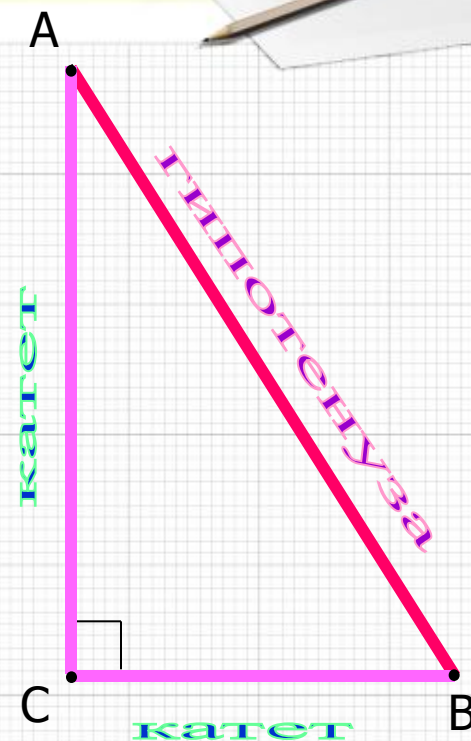


Что такое треугольник ?

Треугольник – это геометрическая фигура, состоящая из трёх точек, не лежащих на одной прямой, и трёх отрезков, соединяющих эти точки.

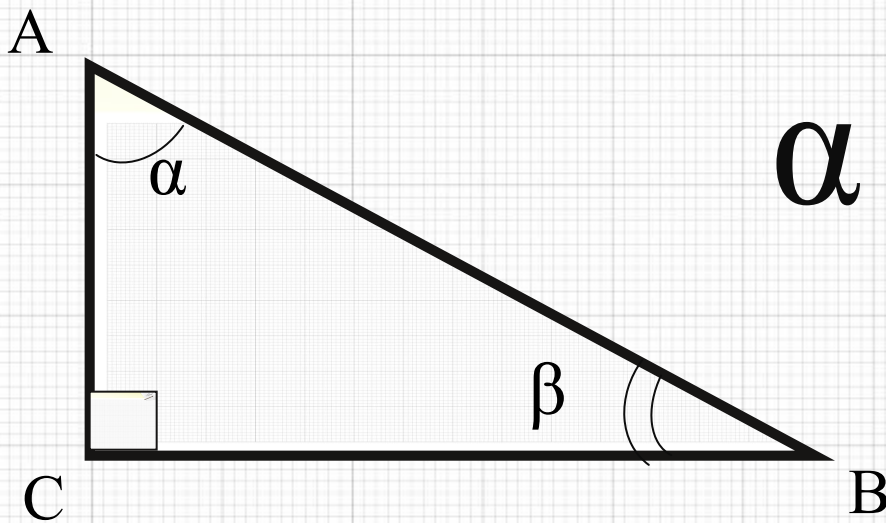
Если один из углов треугольника прямой, то треугольник называется прямоугольным.

Сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла, называется **гипотенузой**, а две другие – **катетами**.



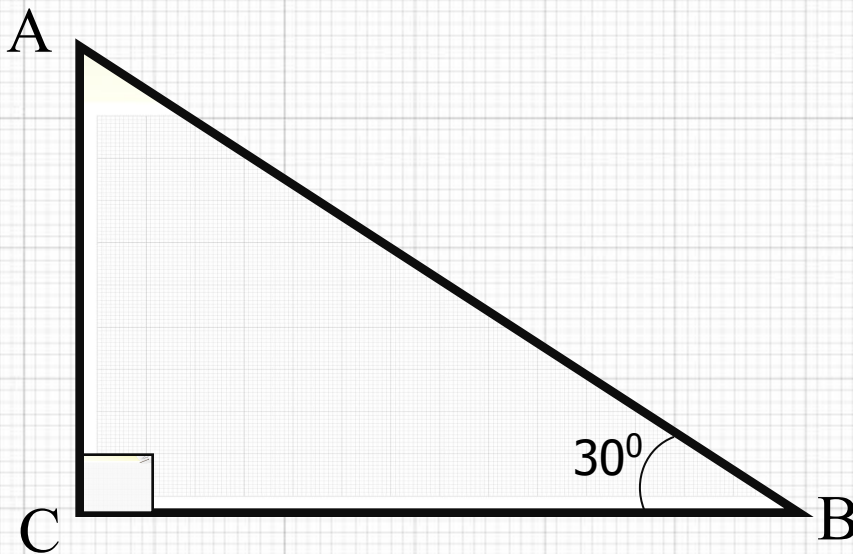
Свойства прямоугольного треугольника

1. Сумма двух острых углов
прямоугольного треугольника
равна 90^0 .



$$\alpha + \beta = 90^0$$

2. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла 30° , равен половине гипотенузы, и наоборот: если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30° .

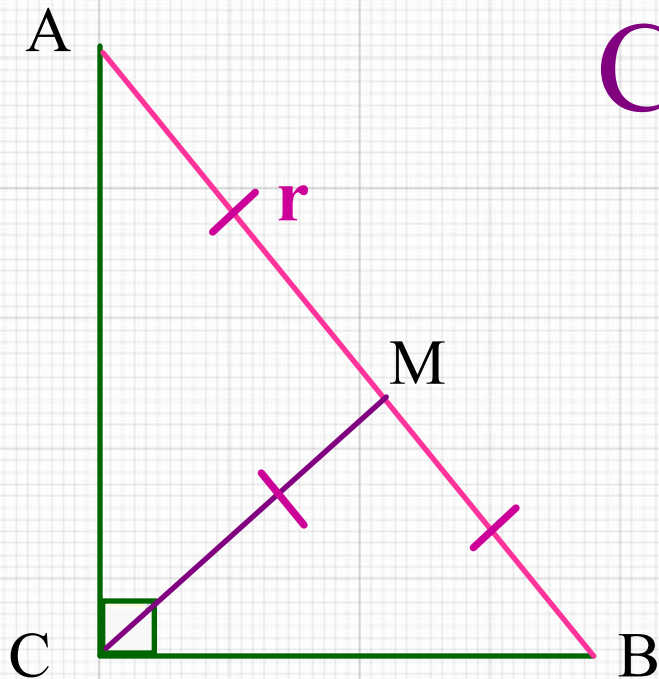


$$AC = \frac{1}{2} AB$$

3. Медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы (равна радиусу описанной окружности).

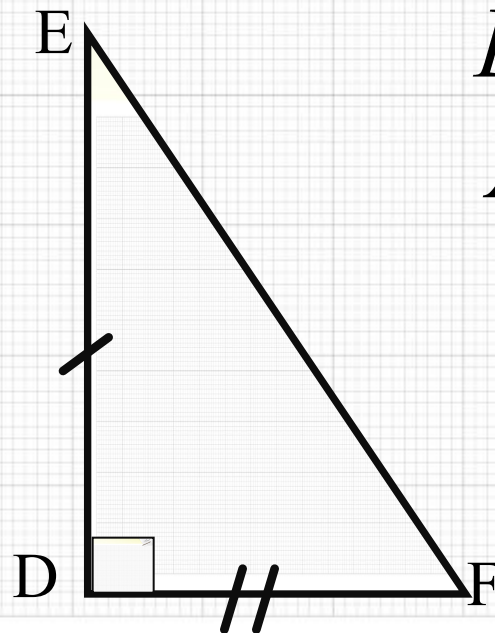
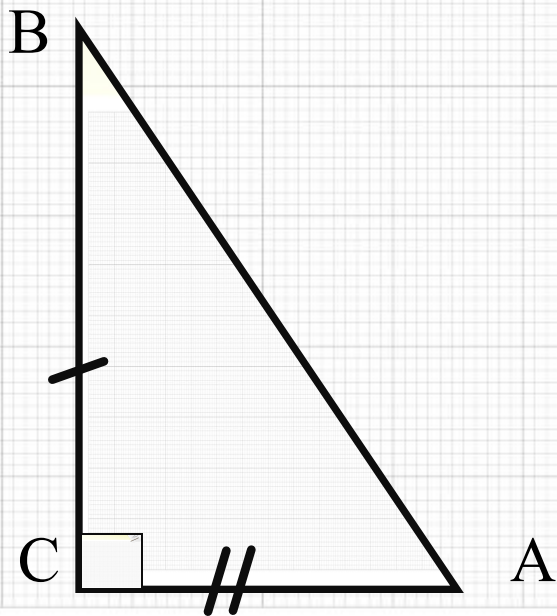
Медиана отсекает равнобедренные
треугольники

$$CM = AM = BM = r$$



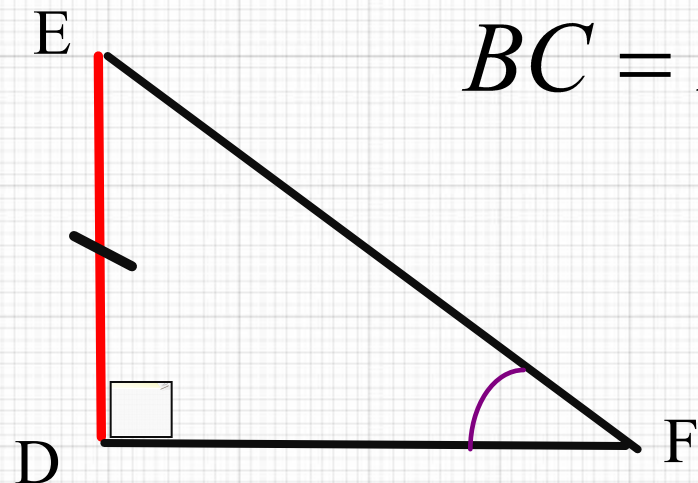
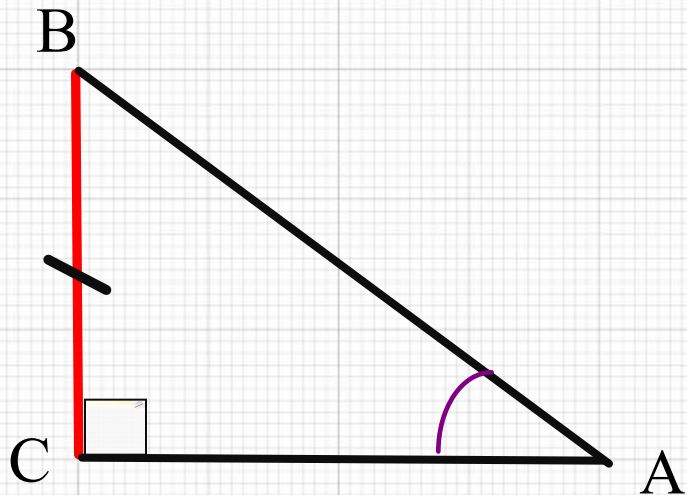
Признаки равенства прямоугольных треугольников

**1. Если катеты одного
прямоугольного треугольника равны
катетам другого, то эти треугольники
равны.**



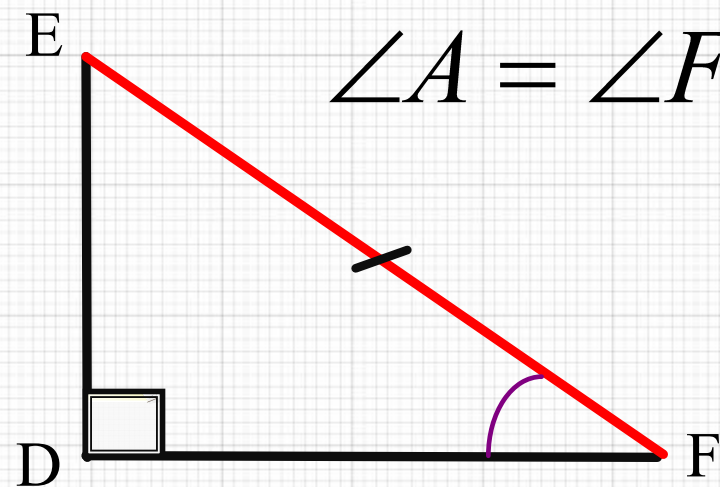
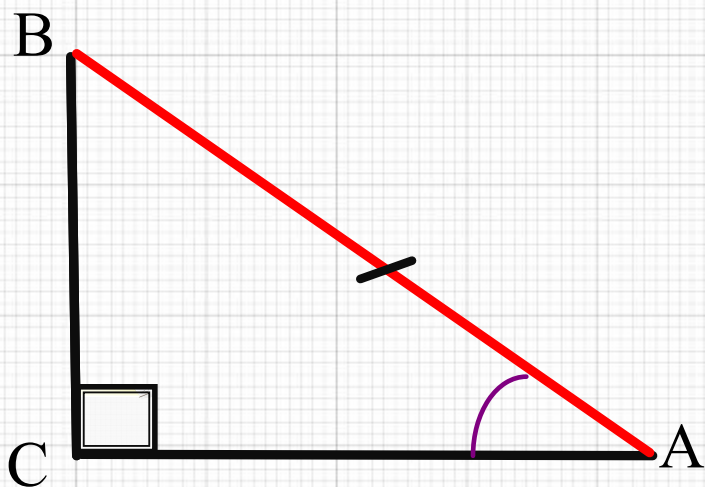
$$BC = ED$$
$$AC = DF$$

2. Если катет и прилежащий к нему острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого, то эти треугольники равны.



$$\angle A = \angle F$$
$$BC = ED$$

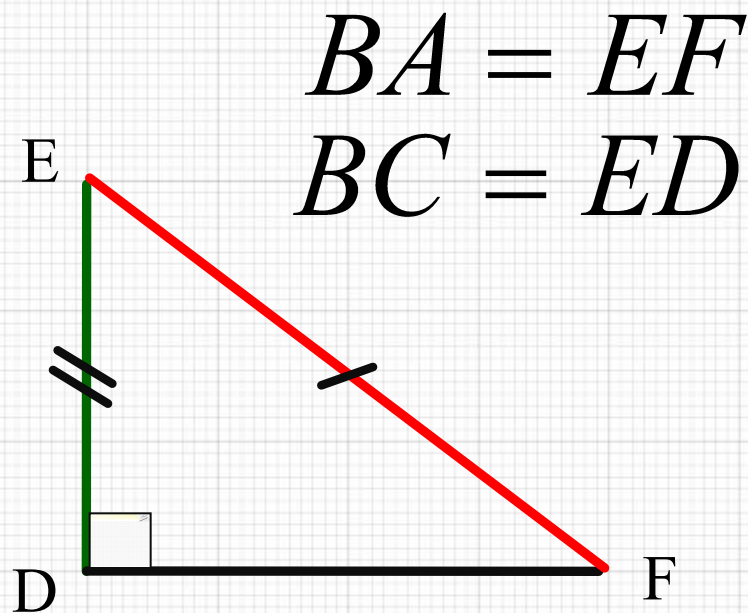
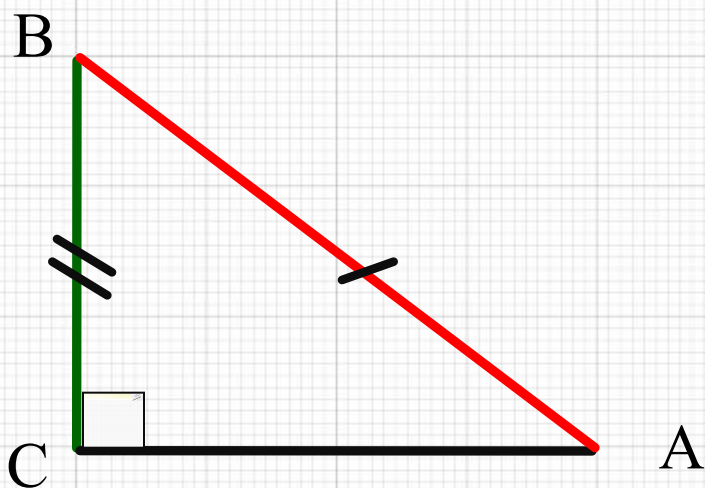
**3. Если гипотенуза и острый угол
одного прямоугольного
треугольника соответственно
равны гипотенузе и острому углу
другого, то эти треугольники
равны.**



$$BA = EF$$

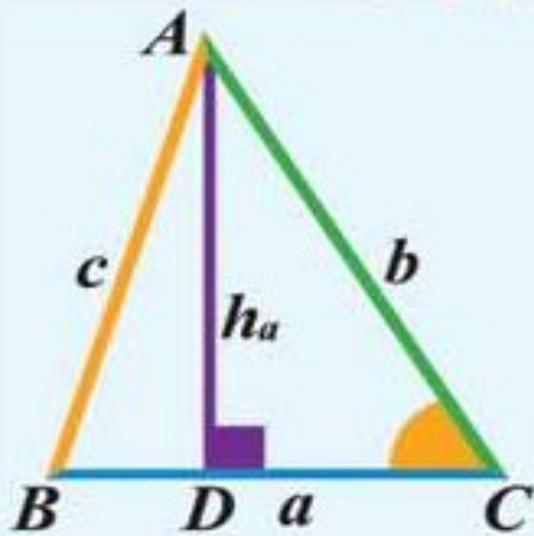
$$\angle A = \angle F$$

**4. Если гипотенуза и катет одного
прямоугольного треугольника
соответственно равны гипотенузе
и катету другого, то эти
треугольники равны**



$$BA = EF$$
$$BC = ED$$

Площади



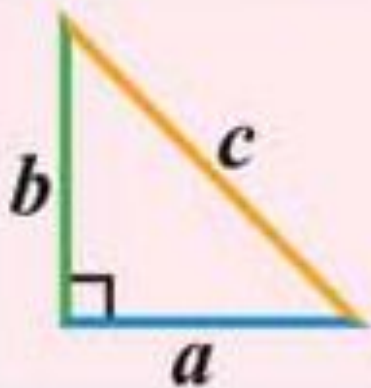
$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C$$

Формула Герона

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} \text{ -- полупериметр}$$

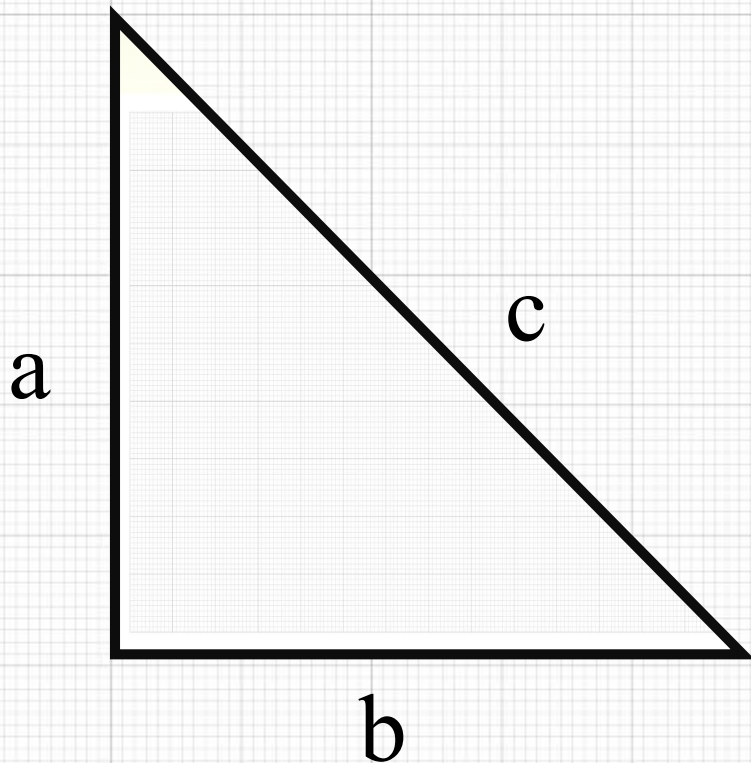


$$S = \frac{1}{2} ab$$

Теорема Пифагора



Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

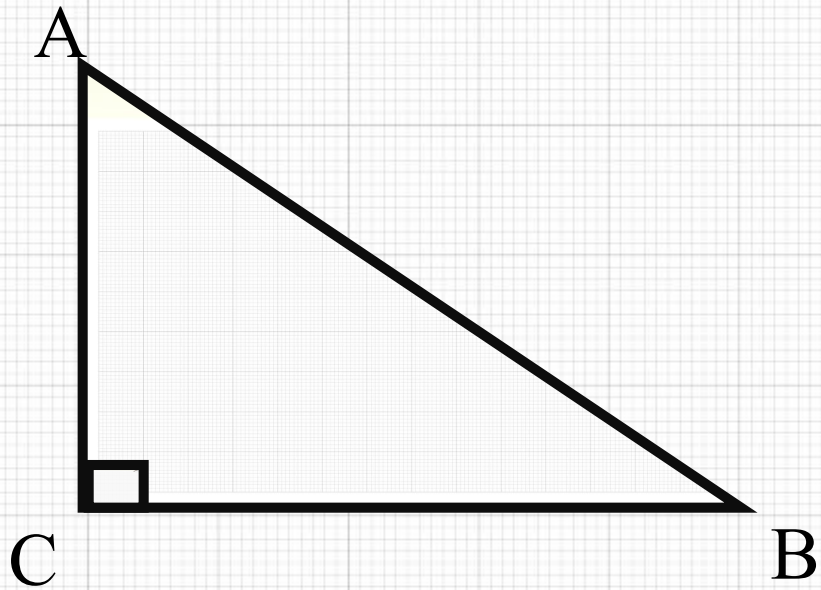


$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

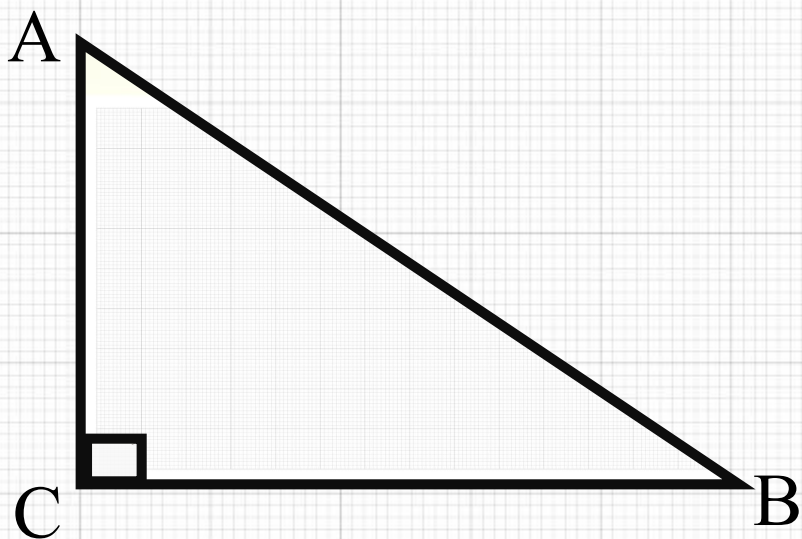
Тригонометрические функции острых углов прямоугольного треугольника

1. Синусом острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.



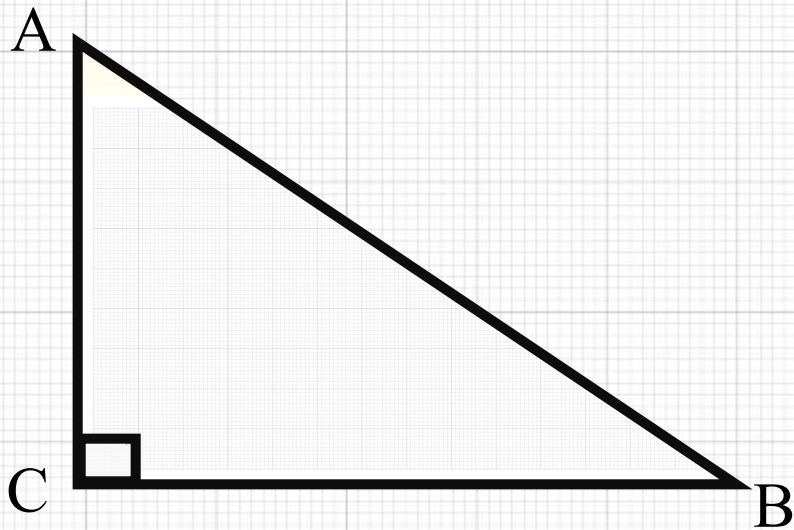
$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

2. Косинусом острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение прилежащего катета к гипотенузе



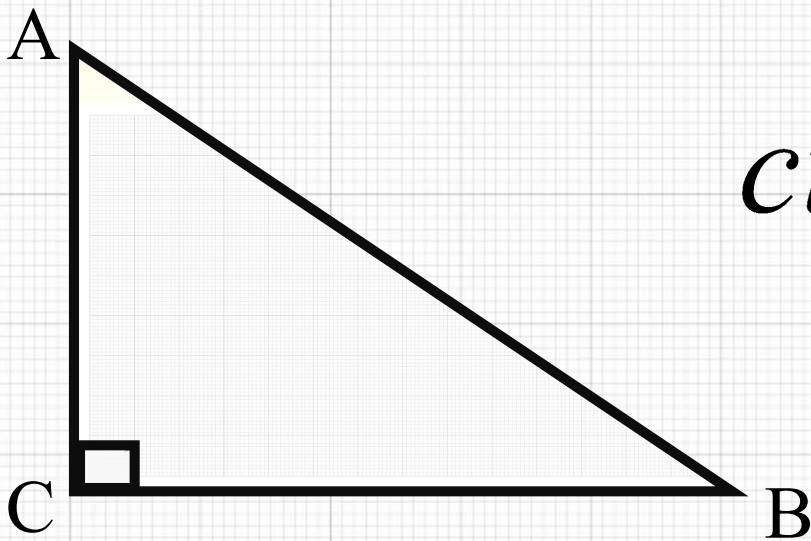
$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

3. Тангенсом острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение противолежащего катета к прилежащему



$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$

4. Котангенсом острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение прилежащего катета к противолежащему.



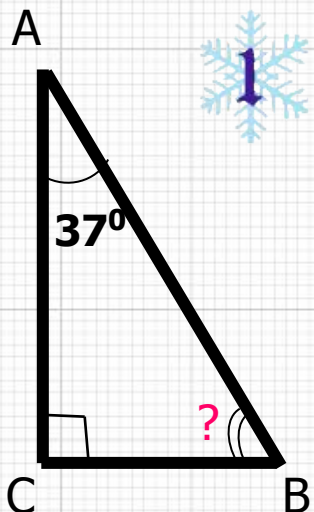
$$\operatorname{ctg} A = \frac{AC}{BC}$$

Значение тригонометрических функций углов

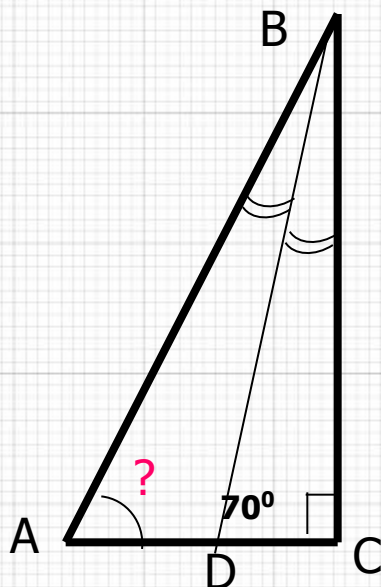


| | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° |
|-----|-------------|----------------------|----------------------|----------------------|--------------|
| sin | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| cos | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| tg | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | - |
| ctg | - | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0 |

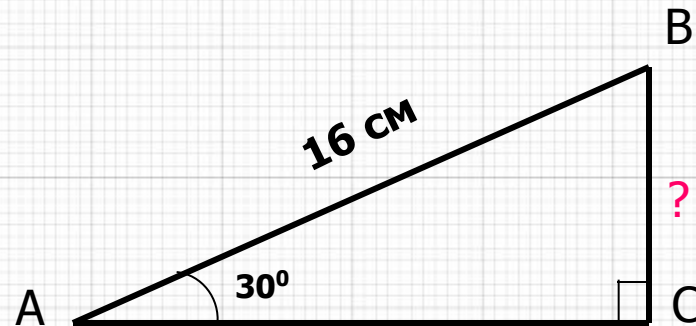
Задачи по готовым чертежам



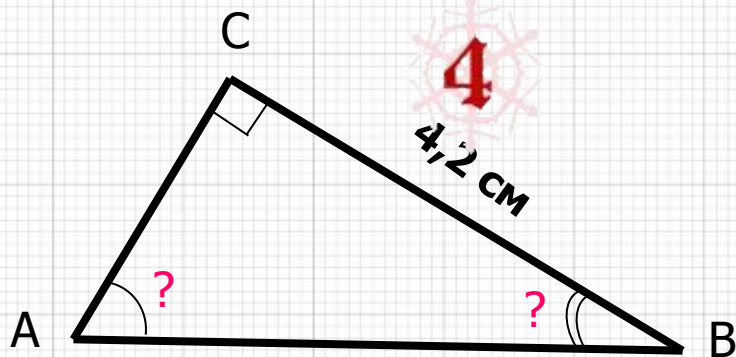
Ответ: 53



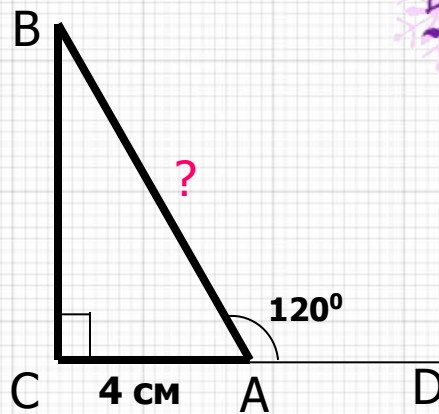
Ответ: 50



Ответ: 8



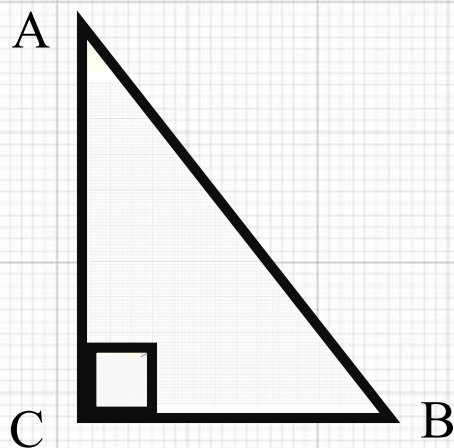
Ответ: 30; 60



Ответ: 8

Задачи

1. В прямоугольном треугольнике ABC, угол C равен 90° , $AB=55$, $\cos B=0.8$. Найдите AC.



Решение

$$1) \cos B = \frac{BC}{AB}$$

$$0,8 = \frac{BC}{55}$$

$$CB = 0.8 * 55$$

$$CB = 44$$

$$2) AB^2 = AC^2 + CB^2 \text{ (по т.Пифагора)}$$

$$55^2 = AC^2 + 44^2$$

$$AC^2 = 55^2 - 44^2$$

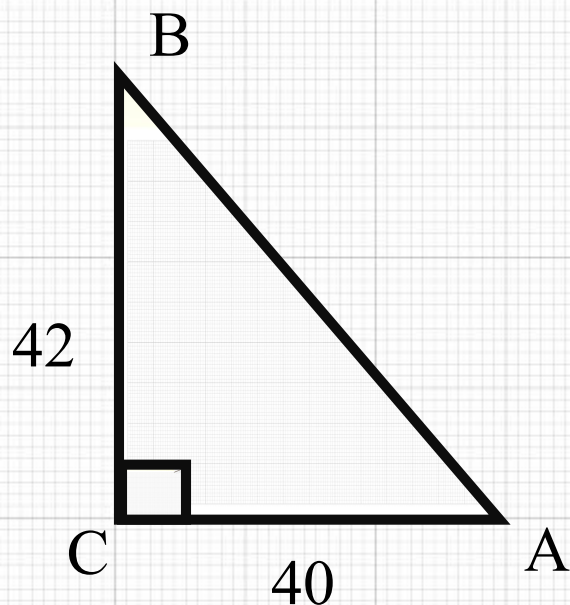
$$AC^2 = (55 - 44)(55 + 44)$$

$$AC^2 = 11 * 99 = 11 * 11 * 9 = 11^2 * 9$$

$$AC = 11 * 3 = 33$$

Ответ:33

2. Катеты прямоугольного треугольника равны 40 см. и 42 см. Найдите радиусы описанной и вписанной окружностей.



Решение

$$1) S_{ABC} = \frac{AC * BC}{2} = \frac{40 * 42}{2} = 840 \text{ см}^2$$

$$2) AB^2 = AC^2 + BC^2 \quad (\text{по т. Пифагора})$$

$$AB = \sqrt{1600 + 1764} = \sqrt{3364} = 58 \text{ см}$$

$$3) S = \frac{BC * AC * AB}{4R}$$

$$R = \frac{BC * AC * AB}{4S} = \frac{40 * 42 * 58}{4 * 840} = 29 \text{ см}$$

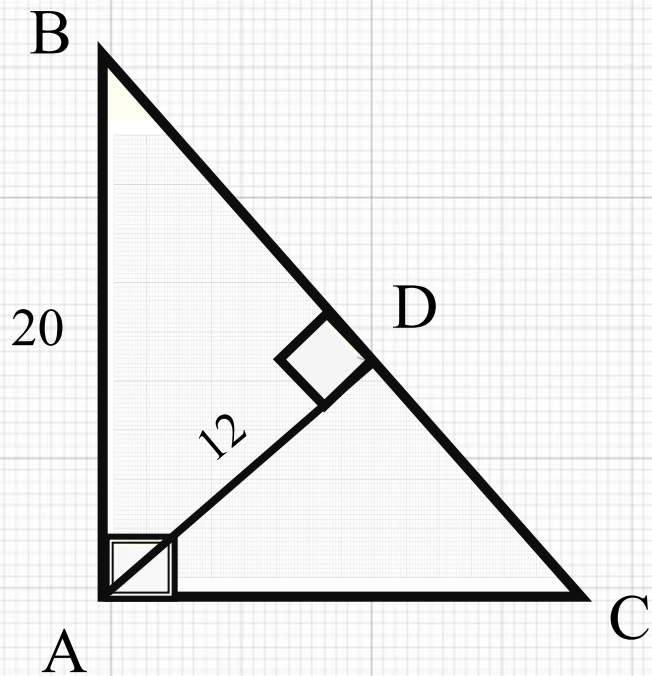
$$4) S = p * r$$

$$p = \frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{40 + 42 + 58}{2} = \frac{140}{2} = 70$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{840}{70} = 12 \text{ см}$$

Ответ: 29; 12

3. В прямоугольном треугольнике ABC, угол A = 90°, AB = 20 см, высота AD = 12 см. Найти AC и cos C?



Решение

1) $\triangle ABD$

$$BD^2 = AB^2 - AD^2$$

$$BD = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256}$$

$$BD = 16$$

2) $\triangle ABC \sim \triangle DBA$

$$\frac{BD}{AB} = \frac{AB}{CB}$$

$$\frac{16}{20} = \frac{20}{CB}$$

$$CB = \frac{20 * 20}{16} = 25$$

3) $\triangle ABC$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$AC = \sqrt{625 - 400} = \sqrt{225}$$

$$AC = 15$$

$$4) \cos \angle C = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0.6$$

Ответ: 15; 0,6