

# Лекция 13

## 3. Электричество

### 3.1. Электростатика

Проводники в электрическом поле. Электростатическая индукция. Диэлектрики (полярные и неполярные). Ориентационная и электронная поляризация. Вектор поляризации. Диэлектрическая восприимчивость. Диэлектрическая проницаемость. Электрическое смещение. Электроемкость. Емкость конденсатора. Соединение конденсаторов. Энергия заряженного конденсатора. Плотность энергии электрического поля.

# Проводники в электрическом поле

## Проводники

Проводниками называются вещества, в которых имеется значительное число свободных зарядов, т.е. электрически заряженных частиц, которые могут без особой затраты энергии перемещаться по всему объему проводника.

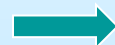
Это металлы, электролиты и ионизированные газы.

В металлах свободными зарядами являются электроны, которые перемещаются между узлами кристаллической решетки, образованной ионами металла. Эти свободные электроны образуют так называемый электронный газ. Они участвуют в тепловом движении подобно молекулам газа и могут перемещаться по всему объему металла.

## Незаряженный проводник

В незаряженном проводнике отрицательный заряд электронного газа скомпенсирован положительным зарядом кристаллической решетки, поэтому напряженность электрического поля равна нулю (поле внутри проводника отсутствует).

$$\sum_{i=1}^n q_i = 0 \quad \longrightarrow \quad E = \text{grad} \varphi = 0$$



$$\varphi = \text{const}$$

## **Заряженный проводник**

Внутри заряженных проводников отсутствует электростатическое поле, так как в противном случае свободные заряды двигались бы под действием сил этого поля.

Отсутствие электростатического поля внутри проводника приводит к тому, что нескомпенсированные заряды могут размещаться только на его поверхности.

1. В равновесном состоянии проводник, а также его поверхность, эквипотенциальны, независимо от того, нейтрален ли он в целом, или в нем имеется избыточный заряд того или иного знака.

$$\varphi = const = \varphi_{\text{поверхности}}$$

## **Нейтральный проводник в электрическом поле**

Если в электрическое поле внести электрически нейтральный проводник, то на находящиеся в нем электрические заряды будут действовать силы, которые для зарядов разного знака направлены в противоположные стороны. Эти заряды станут накапливаться на противоположных поверхностях проводника, создавая свое поле, направленное навстречу внешнему полю.

Перемещение зарядов будет происходить до тех пор, пока внешнее электростатическое поле не скомпенсируется полем, возникающим внутри проводника.

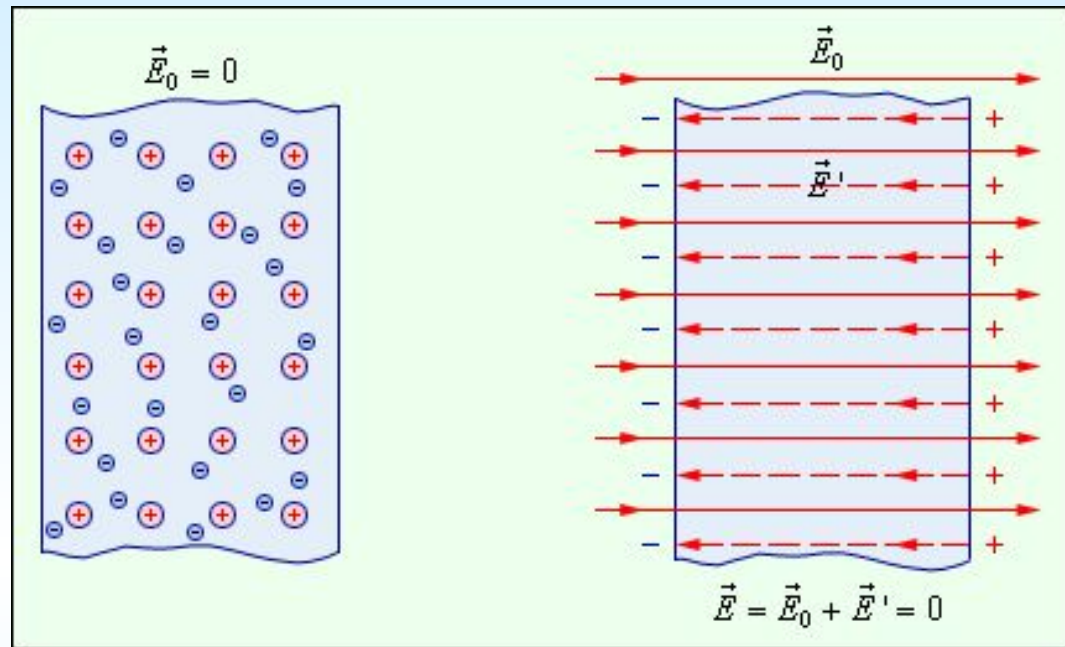
$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$$

## Электростатическая индукция

Явление, состоящее в электризации нейтрального проводника во внешнем электростатическом поле

путем разделения уже имеющихся в этом проводнике в равных количествах положительных и отрицательных зарядов, называется электризацией через влияние или электростатической индукцией.

2. На поверхности проводника вектор напряженности везде направлен по нормали к этой поверхности, иначе под действием тангенциальной (касательной к поверхности) составляющей напряженности заряды перемещались бы по проводнику, что противоречит их статическому распределению.



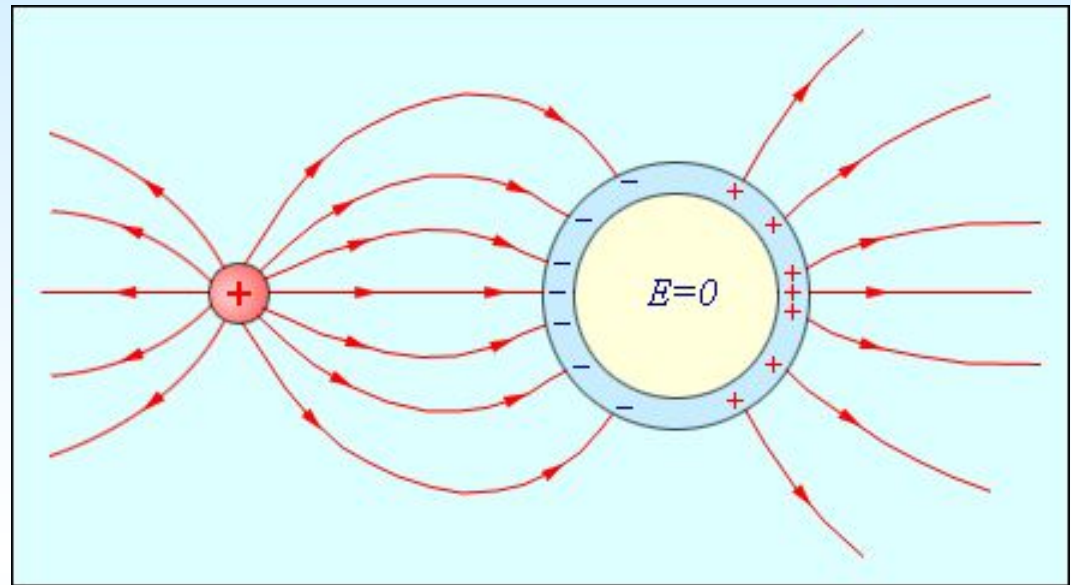
Перемещение зарядов будет происходить до тех пор, пока внешнее электростатическое поле не скомпенсируется полем, возникающим внутри проводника.

$$E = E_n \quad (E_\tau = 0)$$

### Электростатическая защита (экранизация)

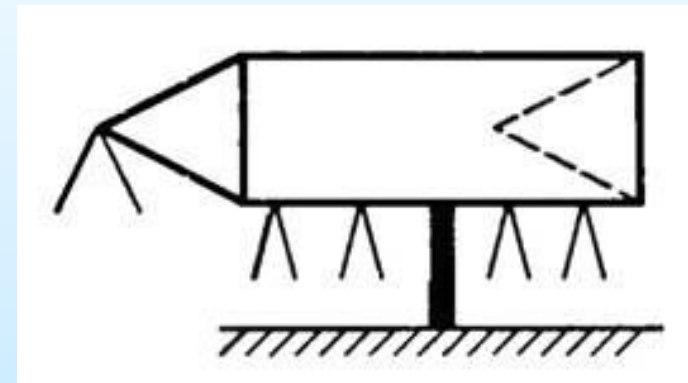
Внешнее поле компенсируется внутри экрана возникающими на его

поверхности индуцированными (наведенными) зарядами.



3. Во всех точках внутри проводника напряженность электрического поля равна нулю (внутри проводника поле отсутствует) .

4. Плотность заряда растет с увеличением положительной кривизны (выпуклости) поверхности и убывает с увеличением отрицательной кривизны (вогнутости). Особенно велика плотность заряда на остриях.



# Диэлектрики в электрическом поле

## Диэлектрики

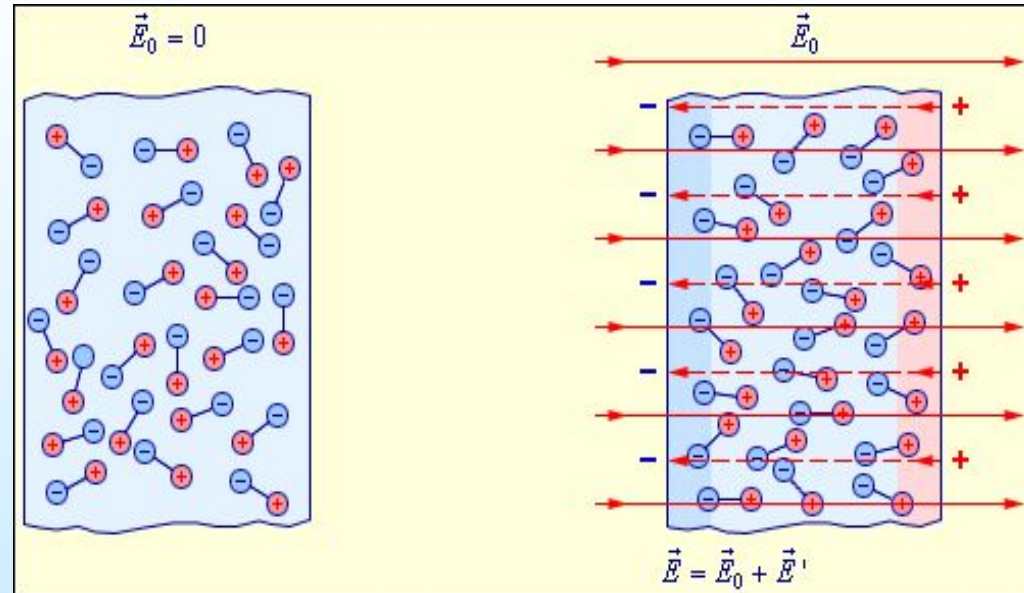
Диэлектриками или изоляторами называются вещества, в которых отсутствуют свободные заряды, способные перемещаться по всему объему проводника.

## Поляризация диэлектриков

Тем не менее, при внесении диэлектрика в электрическое поле обнаруживаются серьезные изменения как в поле, так и в самом диэлектрике. Изменение состояния диэлектриков под действием внешнего поля называется их поляризацией.

## Полярные диэлектрики

Полярными называются такие диэлектрики, молекулы которых представляют собой электрические диполи — центр тяжести положительного заряда в молекуле сдвинут относительно центра тяжести отрицательного заряда.



## **Электрический диполь**

Электрический диполь – система двух одинаковых по модулю разноименных точечных зарядов  $+q$  и  $-q$ , находящихся на некотором расстоянии  $l$  друг от друга .

$$\vec{p} = ql$$

## **Собственный дипольный момент диполя**

Собственный дипольный момент диполя – вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному.

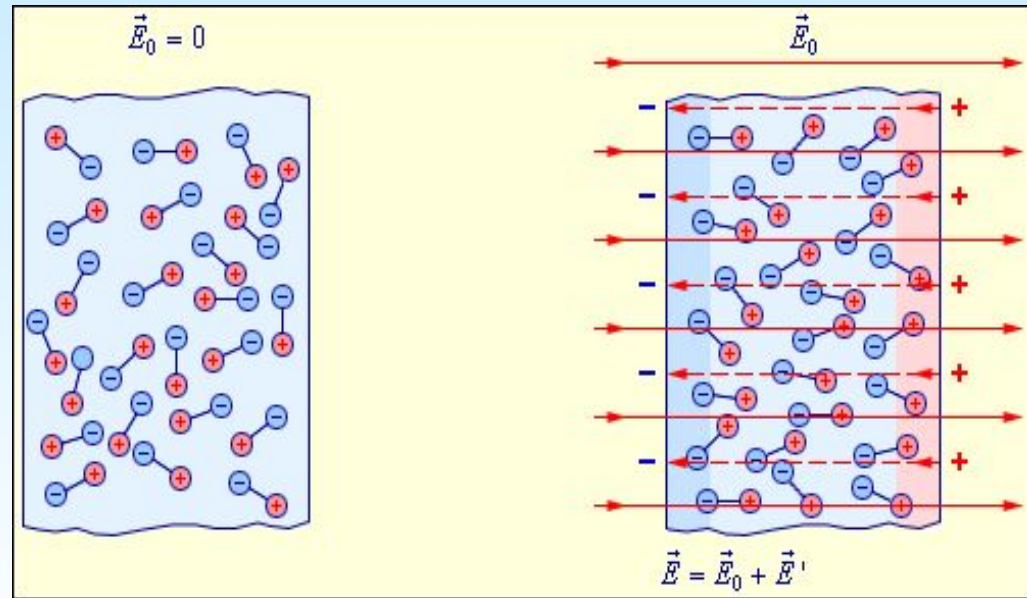
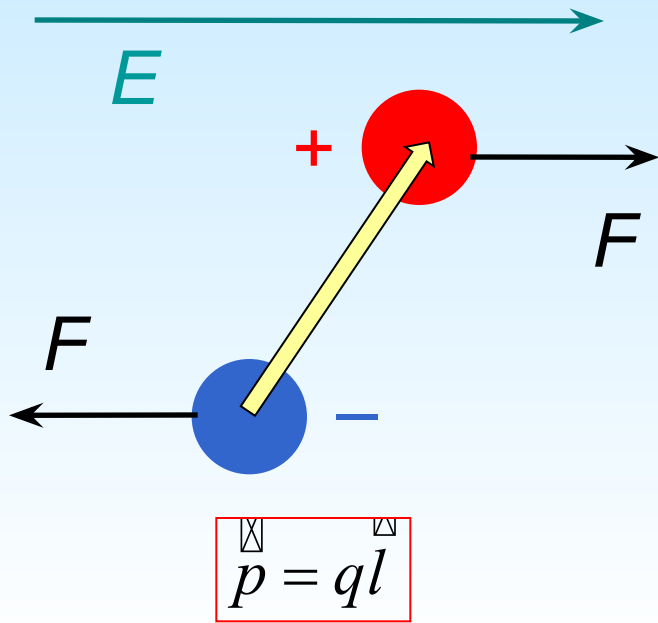
## **Электрическое поле полярного диэлектрика**

Каждая дипольная молекула создает собственной электрическое поле даже в отсутствии внешнего поля.

Несмотря на это, суммарное электрическое поле дипольного диэлектрика равно нулю при отсутствии внешнего поля, так как тепловое движение молекул создает полный беспорядок в ориентации дипольных моментов молекул.

## **Ориентационная поляризация полярного диэлектрика**

При внесении диэлектрика с полярными молекулами во внешнее электрическое поле дипольные моменты стремятся повернуться вдоль направления внешнего поля. Этот процесс и называется ориентационной поляризацией диэлектрика.



Вращающий момент пары сил равен произведению силы на плечо:

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$M = pE \sin \alpha = qEl \sin \alpha$$

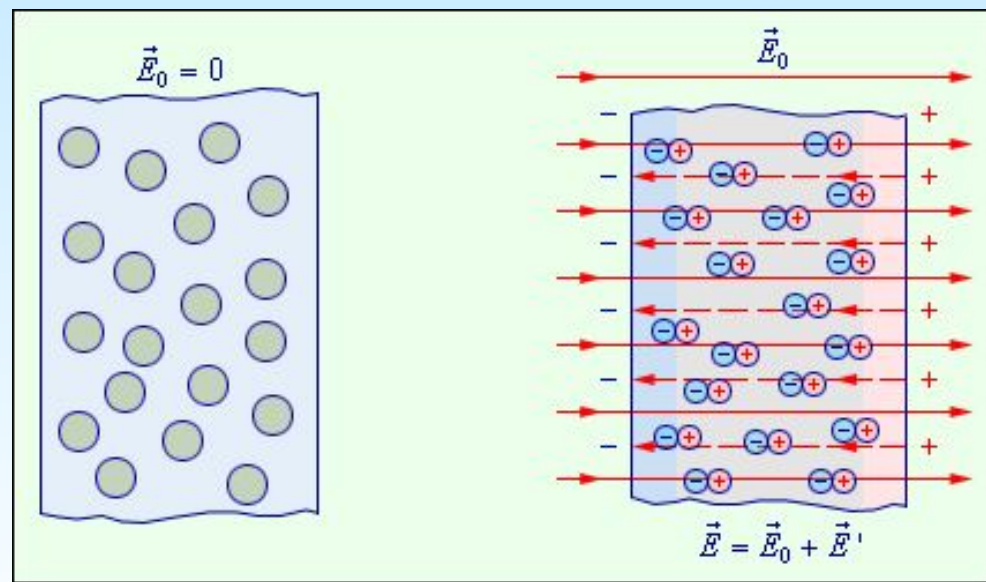
### Преимущественная ориентация

Тепловое движение молекул препятствует их ориентационной поляризации и хаотически разбрасывает диполи. В результате конкуренции двух механизмов возникает преимущественная ориентация молекул вдоль поля, степень которой пропорциональна напряженности поля и тем меньше, чем больше температура тела.



## Неполярные диэлектрики

Неполярными называются такие диэлектрики, которые собственным дипольным моментом не обладают – центры тяжести положительного и отрицательного заряда в молекуле совпадают.

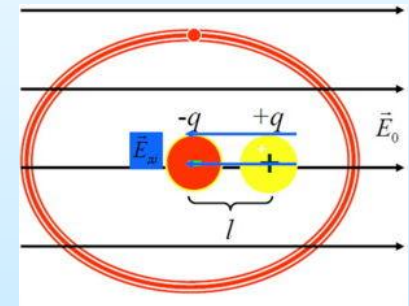
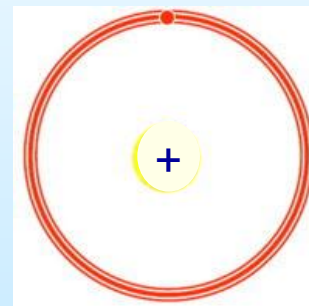


Неполярные диэлектрики не создают собственного электрического поля при отсутствии внешнего!

## Электронная поляризация неполярного диэлектрика

При внесении диэлектрика с неполярными молекулами во внешнее электрическое поле происходит деформация электронных орбит молекул, т.е. смещение центров тяжести положительных и отрицательных зарядов. Этот процесс и называется электронной поляризацией диэлектрика.

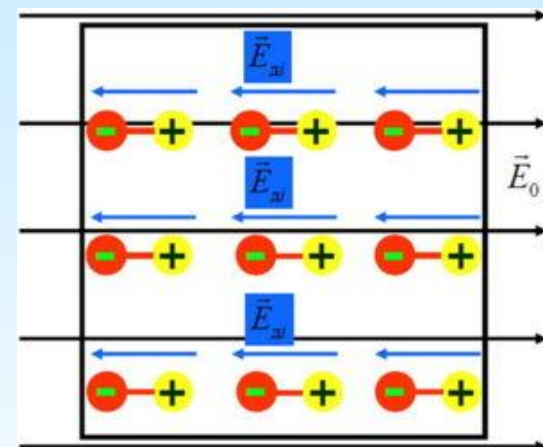
В результате неполярные молекулы приобретают индуцированные (наведенные) дипольные моменты.



Тепловое движение молекул не влияет на смещение центров тяжести + и – зарядов под действием электрического поля.

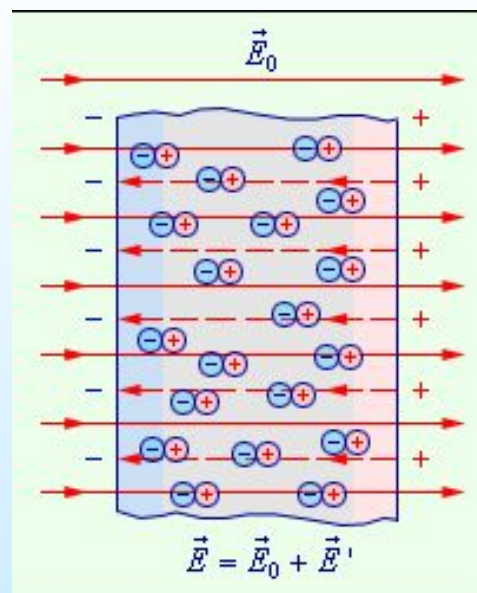
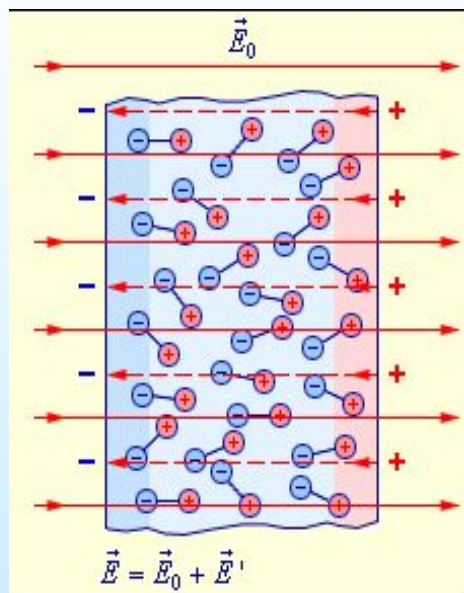
Индукированный дипольный момент пропорционален напряженности внешнего поля.

$$p = ql$$



## Поляризационные (связанные) заряды

В обоих случаях на поверхности диэлектрика с одной его стороны появляется избыток отрицательных зарядов (концов молекул-диполей), а у противоположной поверхности – положительных.



Такие заряды называются поляризационными (связанными).

Этим подчеркивается, что свобода их перемещения ограничена – они могут смещаться лишь внутри электрически нейтральных молекул.

## **Вектор поляризации**

Вектор поляризации – дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{\Delta V}$$

## **Диэлектрическая восприимчивость**

Диэлектрическая восприимчивость – безразмерный коэффициент пропорциональности, связывающий вектор поляризации с напряженностью поля в той же точке:

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

Для неполярных диэлектриков диэлектрическая восприимчивость не зависит от температуры, для полярных уменьшается с ростом температуры  $\sim 1/T$ .

## **Поверхностная плотность связанных зарядов**

Проекция вектора поляризации на внешнюю нормаль к поверхности равна поверхностной плотности связанных зарядов.

$$q = \sigma ab \quad \longrightarrow \quad p = qc = \sigma abc \quad \longrightarrow \quad P = \frac{p}{\Delta V} = \frac{\sigma abc}{abc} = \sigma$$

## **Поле внутри диэлектрика**

Поле внутри диэлектрика равно сумме напряженностей полей создаваемых свободными (внешнее поле) и связанными зарядами.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$$E = E_0 - E'$$

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\chi \varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E$$

$$E_0 = (1 + \chi)E \quad \longrightarrow \quad \frac{E_0}{E} = (1 + \chi) = \varepsilon \quad \longrightarrow \quad \boxed{\varepsilon = 1 + \chi}$$

## Диэлектрическая проницаемость вещества

Диэлектрическая проницаемость вещества – безразмерная физическая величина, показывающая во сколько раз ослабляется поле внутри диэлектрика.

$$\boxed{\vec{D} \equiv \varepsilon_0 \vec{E}_0 = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}}$$

## Электрическое смещение

Электрическое смещение (электрическая индукция) – векторная физическая величина, характеризующая поле свободных зарядов (не зависящая от свойств среды) и численно равная ...

## Теорема Гаусса для электрического смещения

Поток электрического смещения через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме свободных зарядов, заключенных внутри этой поверхности.

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \sum_{i=1}^n q_i \quad \longrightarrow$$

$$\boxed{\Phi_D = \oint D_n dS = \sum_{i=1}^n q}$$

# Электрическая емкость

## Емкость уединенного проводника

Емкостью (или просто емкостью) уединенного проводника называется скалярная физическая величина, характеризующая способность проводника накапливать заряды, и численно равная величине заряда, который необходимо сообщить проводнику, чтобы изменить его потенциал на единицу.

$$q = C \varphi$$

Емкость зависит от формы и размеров тела, диэлектрической проницаемости среды, в которой находится проводник, но не зависит от материала проводника, его агрегатного состояния, а также не зависит от заряда и потенциала.

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

## Взаимная емкость двух проводников

Взаимной емкостью двух проводников называется величина, численно равная заряду, который необходимо перенести с одного проводника на другой, чтобы разность потенциалов (напряжение) между ними изменилась на единицу.

$$q = CU$$

Емкость системы из двух проводников, не являющихся уединенными, зависит еще и от взаимного расположения проводника и окружающих его тел.

## **Единица электроемкости**

Емкость проводника равна одной фараде, если при перенесении на него заряда в один кулон его потенциал возрастает на один вольт.

$$C = \frac{q}{\varphi} = \left[ \frac{\text{Кл}}{\text{В}} \right] = [\Phi]$$

## **Емкость уединенного шара**

Поскольку потенциал на поверхности шара радиуса  $R$  (там где заряды,  $r = R$ ) равен:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{R} \quad \longrightarrow \quad C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R$$

Например, емкость земного шара радиусом 6400 км:

$$C = \frac{64 \cdot 10^5}{9 \cdot 10^9} = 7 \cdot 10^{-4} \Phi = 700 \text{ мк}\Phi$$

## **Конденсатор**

Конденсатором называется система из двух или более проводников, разделенных диэлектриком.

**Важное условие:** толщина диэлектрика мала по сравнению с размерами (площадью) проводников (обкладок конденсатора).

Простейший пример — плоский конденсатор. Заряды обкладок равны по величине и противоположны по знаку, поэтому силовые линии начинаются на положительной обкладке и заканчиваются на отрицательной. В результате все электрическое поле сосредоточено внутри конденсатора, оно однородно.

Под зарядом конденсатора понимают абсолютное значение заряда одной из его обкладок.

Для зарядки конденсатор необходимо подключить к источнику напряжения.

## **Емкость конденсатора**

Емкость конденсатора не зависит от материала обкладок, а определяется только площадью обкладок, расстоянием между ними и диэлектрической проницаемостью диэлектрика.

Напряженность поля, создаваемого двумя бесконечными разноименно заряженными плоскостями:

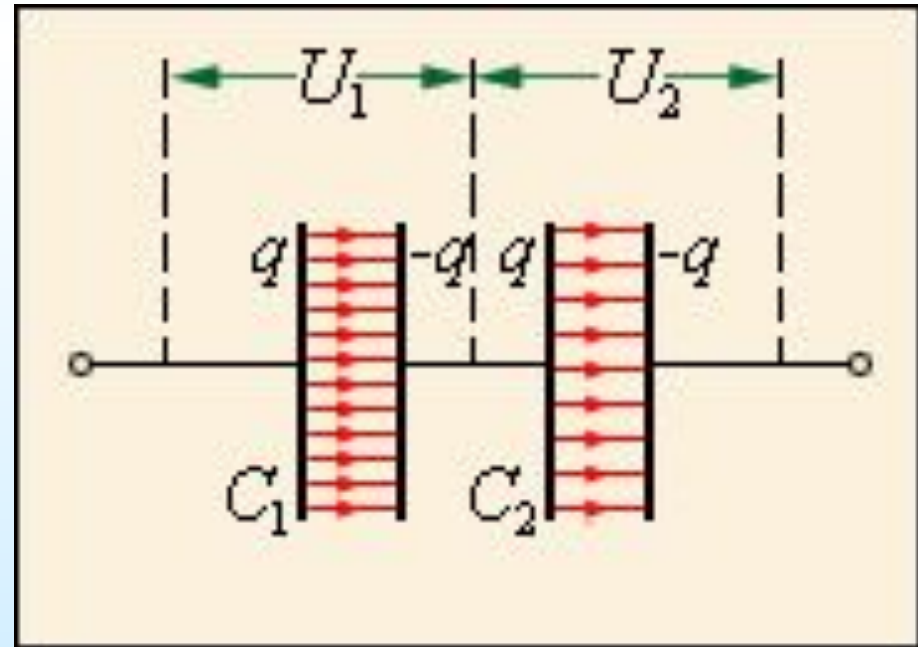
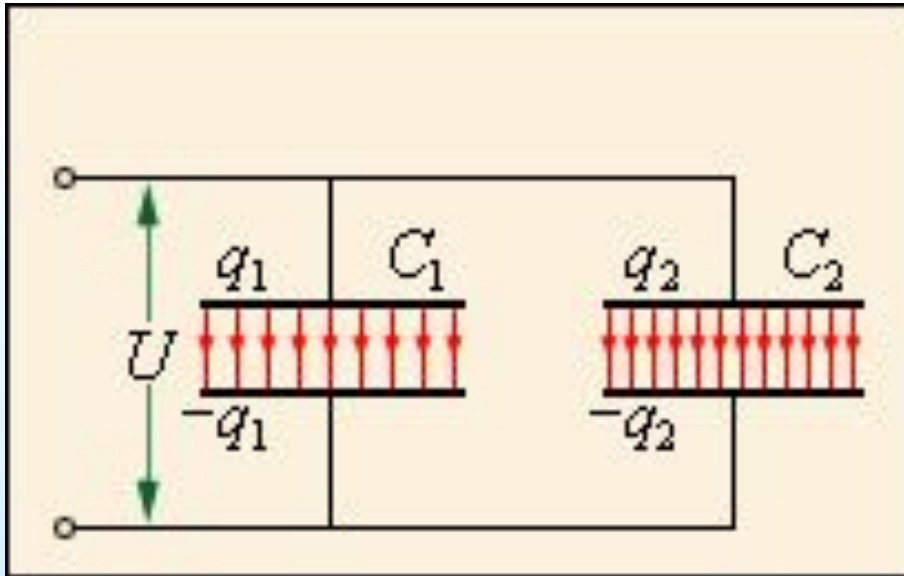
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \frac{q}{S}$$



$$U = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} d = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0} \frac{d}{S}$$

$$C = \frac{q}{U} = \epsilon \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

Например, для конденсатора в 1 ф при  $d = 1$  мм потребуется  $S = 100$  км<sup>2</sup>.





## Параллельное соединение конденсаторов

Параллельным называется такое соединение конденсаторов, когда соединяют между собой отдельно все положительные и все отрицательные обкладки.

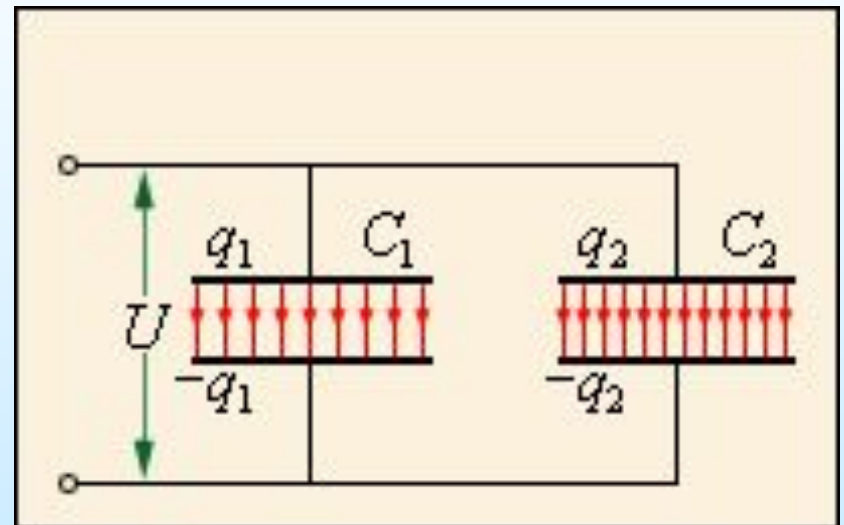
При таком соединении у всех конденсаторов одинаковое напряжение  $U$ , поэтому, если емкости разные ( $C_1$ ,  $C_2$  и т.д.), то и заряды конденсаторов будут разными:

$$q_1 = C_1 U \quad q_2 = C_2 U \quad q_3 = C_3 U$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots = C_1 U + C_2 U + C_3 U + \dots = (C_1 + C_2 + C_3 + \dots) U = CU$$

Емкость группы параллельно соединенных конденсаторов равна арифметической сумме емкостей отдельных конденсаторов.

$$C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots = \sum_{i=1}^n C_i$$



## Последовательное соединение конденсаторов

Последовательным называется такое соединение конденсаторов, при котором положительная пластина 1-го соединяется с отрицательной пластиной 2-го, положительная пластина 2-го соединяется с отрицательной пластиной 3-го и т.д.

При таком соединении у всех конденсаторов на всех пластинах одинаковый заряд  $q$ , поэтому, если емкости разные ( $C_1$ ,  $C_2$  и т.д.), то напряжение на каждом определяется его емкостью:

$$U_1 = \frac{q}{C_1} \quad U_2 = \frac{q}{C_2} \quad U_3 = \frac{q}{C_3}$$

Суммарное напряжение всей группы конденсаторов:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} + \dots = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \right)$$

Емкость группы последовательно соединенных конденсаторов всегда меньше, чем емкость каждого из этих конденсаторов в отдельности.

$$\frac{1}{C} = \frac{U}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

## Энергия заряженного конденсатора

Процесс зарядки конденсатора можно представить так, что от одной обкладки последовательно отнимаются очень малые порции заряда и переносятся на другую обкладку. Совершаемая работа:

$$dA = (\varphi_1 - \varphi_2) dq = U dq = \frac{q}{C} dq$$

$$A = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = W$$

## Энергия электрического поля

Плотностью энергии электрического поля называется энергия, заключенная в единице объема:

$$w = \frac{W}{V}$$

Для плоского конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \frac{S}{d} (Ed)^2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} E^2 Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} E^2 V \quad \longrightarrow \quad w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} E^2$$