18.5. Сила Лоренца

Как мы говорили, *ток* это совокупность большого числа движущихся зарядов. Найдем силу действующую на один заряд со стороны магнитного поля. По закону Ампера, сила действующая на проводник с током в магнитном поле

$$d\vec{\mathbf{F}} = I[d\vec{\mathbf{l}}, \vec{\mathbf{B}}] \qquad (18.5.1)$$

Но ток $I = j\,S$, причем $j = q\,n\,\vec{\mathbf{v}}_{др}$

Тогда $d\vec{\mathbf{F}} = q \cdot n \cdot S \cdot \vec{\mathbf{v}}\,[\vec{\mathbf{l}}, \vec{\mathbf{B}}] = q \cdot n \cdot S \cdot dl\,[\vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{B}}]$, (18.5.2)

так как ($d\vec{\mathbf{l}} \,||\, \vec{\mathbf{v}}$), но $n \cdot S \cdot dl$ –число зарядов в объёме $S\,dl$, тогда

$$\frac{d\vec{\mathbf{F}}}{nSd\mathbf{l}} = q[\vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{B}}]$$

т. е. для одного заряда

$$\vec{\mathbf{F}}_л = q[\vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{B}}] \qquad (18.5.3)$$

Сила Лоренца – *сила действующая со стороны магнитного поля на движущийся со скоростью $\vec{v}$ положительный заряд $\vec{v}$ (здесь скорость упорядоченного движения носителей положительного заряда).*

Модуль силы Лоренца :

$$F_л = qvB\,sin\alpha \qquad (18.5.4)$$

α – угол между $\vec{v}$ и $\vec{B}$. Следовательно заряд движущийся вдоль линии $\vec{B}$ – не испытывает силы ($\sin 0^0 = 0$).

Направлена сила Лоренца перпендикулярно к плоскости в которой лежат вектора $\vec{v}$ и $\vec{B}$ (к движущимся центральному положительному заряду *применимо правило левой руки или правило правого буравчика*: вращать от $\vec{v}$ к $\vec{B}$ (рис. 18.6) Поступательное движение в направлении силы $\vec{F}$.

Направление действия силы для отрицательного заряда –

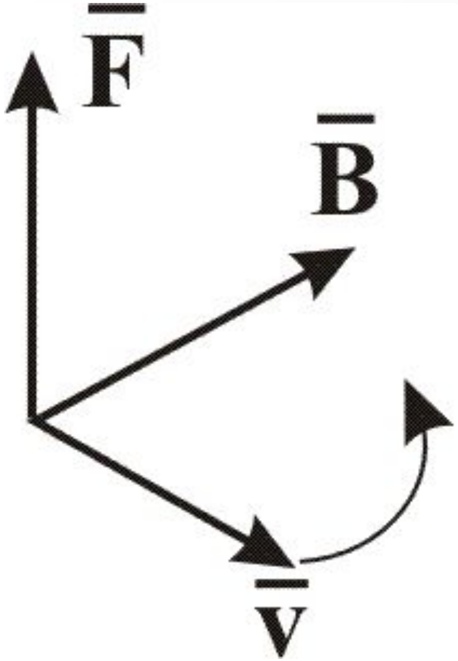

Рис. 18.6

Поскольку сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно движущемуся $\vec{\mathbf{v}}$ заряду, т.е. перпендикулярно , ***она работы над частицей не совершает***. Следовательно, действуя на заряженную частицу сила Лоренца не может изменить кинетическую энергию частицы.

Часто Лоренцевой силой называют сумму электрических и магнитных сил.

$$\vec{\mathbf{F}}_л = q\vec{\mathbf{E}} + q[\vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{B}}] \qquad (18.5.5)$$

здесь электрическая сила $q\vec{\mathbf{E}}$ ускоряет частицу, т.е. изменяет ее энергию.

18.6. Эффект Холла

Рассмотрим своеобразный эффект обусловленный действием Лоренцевой силы $\vec{f}$ на свободные заряды в проводнике. Представим себе проводник в виде плоской ленты, расположенной в магнитном поле $\vec{B}$ с индукцией направленной от нас (рис. 18.7).

В случае а) верхняя часть проводника будет заряжаться отрицательно, в случае б) положительно.

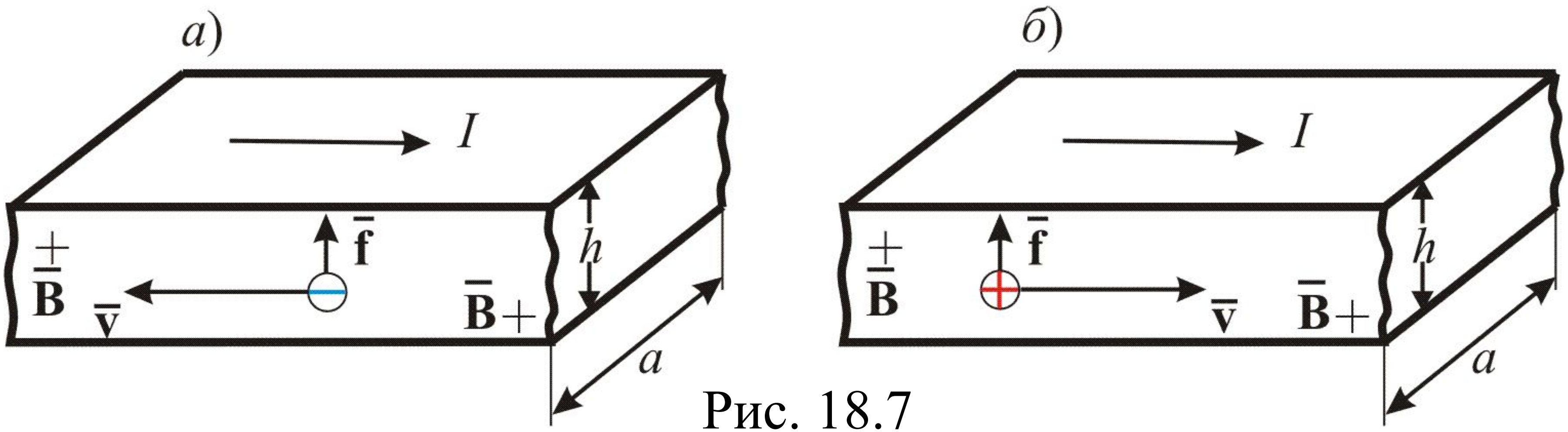

Рис. 18.7

Это позволяет экспериментально определить знак носителя заряда в проводнике.

При равной концентрации носителей заряда обоих знаков возникает Холловская разность потенциалов, если различна подвижность, т.е. дрейфовая скорость носителей заряда.

Подсчитаем величину Холловской разности потенциалов (U_x).

Обозначим E_x – напряженность электрического поля обусловленного ЭДС Холла, h – толщина ленты проводника. (18.6.1)

$$U_x = E_x h \qquad (18.6.2)$$

Перераспределение зарядов прекратится когда сила $q \cdot E_x$ уравновесит Лоренцеву силу, т.е.

$$\upsilon = \frac{j}{nq} \qquad E_x = B\frac{j}{nq}$$

$$q \cdot E_x = q \cdot B \cdot \upsilon \text{ или } E_x = B \cdot \upsilon$$

Подставим E_x в (18.6.1) и найдем U_x

$$U_x = \frac{jBh}{nq} \text{ или } U_x = \frac{BhI}{nqS} = \frac{BI}{qna} \qquad (18.6.3)$$

Исследование ЭДС Холла привели к удивительным выводам. Металлы могут обладать проводимостью *P*-типа (Zn, Cd – у них дырки более подвижные, чем е). Это металлы с чуть перекрывающимися зонами, т.е. полуметаллы.

Из формулы 18.6.3 можно найти число носителей заряда.

$$n = \frac{IB}{qaU_x} \qquad (18.6.4)$$

Итак, измерение Холловской разности потенциалов позволяет определить: 1) знак заряда; 2) количество носителей.

18.7. Циркуляция вектора магнитной индукции

Возьмем контур *l*, охватывающий прямой ток и вычислим для него циркуляцию вектора магнитной индукции $\vec{B}$ $\oint_l B_l\, dl$, т.е.

Вначале рассмотрим случай (рис. 18.8), когда контур лежит в плоскости перпендикулярно потоку (ток *I* направлена за чертеж). В каждой точке контура $\vec{B}$ направлен по касательной к окружности, проходящей через эту точку (линии $\vec{B}$ прямого тока – окружности`

Воспользуемся свойствами

скалярного произведения

векторов. $B_l\, dl = B\, dl_B$,

где dl_B – проекция dl на вектор $\vec{B}$,

но $dl_B = R\, d\alpha$, где

R – расстояние от прямой тока *I* до

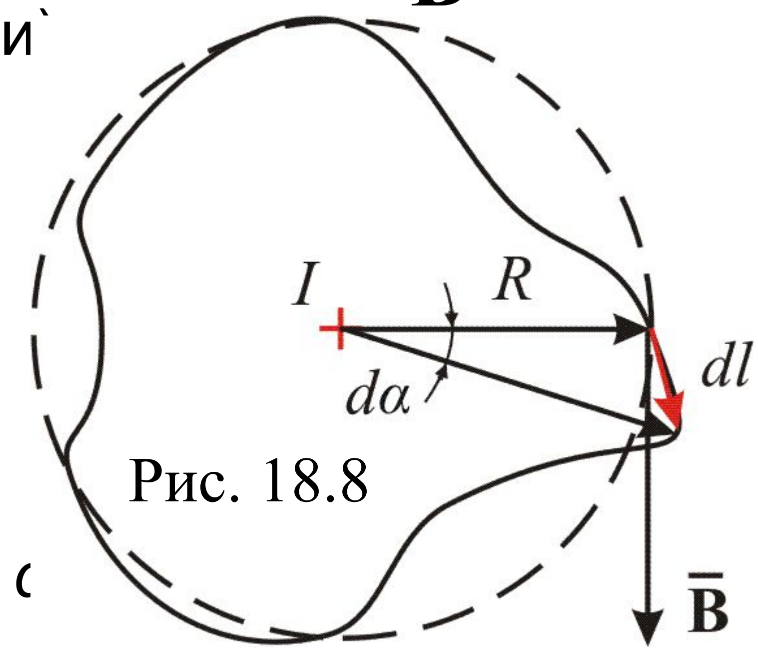

Рис. 18.8

Тогда $$B_l dl = B \cdot dl_B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi R} R \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 \mu \cdot I d\alpha}{2\pi};$$

Следовательно, $$\oint B_l dl = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha = \mu \mu_0 I \qquad (18.7.1)$$

т.е. ***циркуляция вектора магнитной индукции равна току, охваченному контуром***.

Иначе обстоит дело, если ток не охватывается контуром (рис. 18.9). В этом случае при обходе радиальная прямая поворачивается сначала в одном направлении (1-2), а потом в другом (2-1).

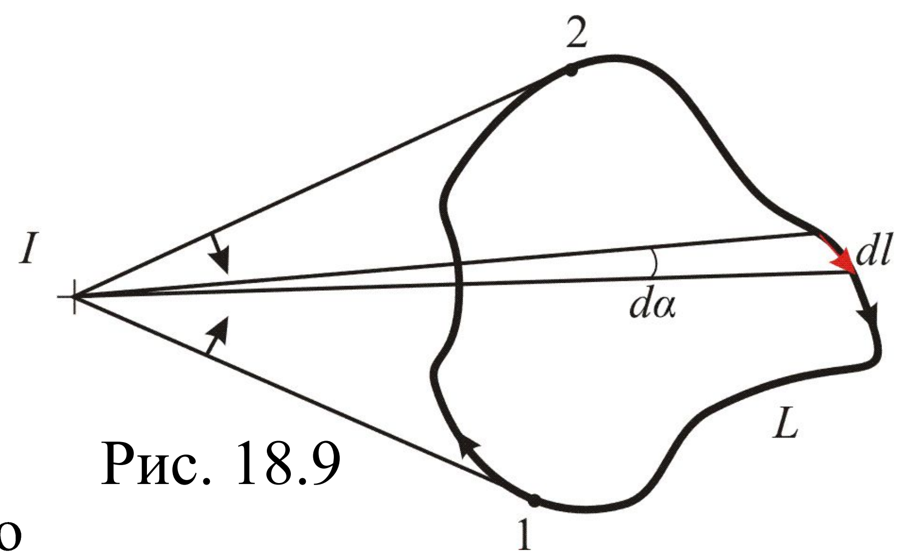

Рис. 18.9

Поэтому $\oint d\alpha = 0$ и, следовательно

$$\oint \vec{\mathbf{B}} d\vec{\mathbf{l}} = 0 \qquad (18.7.2)$$

Итак, $\int\limits_L B_l dl = \mu\mu_0 I$, *I* – ток, охватывающий контур *L*

Эта формула справедлива и для тока произвольной формы и для контура произвольной формы.

Если контур охватывает несколько токов, то:

$$\oint B_l dl = \mu\mu_0 \sum I_i \qquad (18.7.3)$$

т.е. ***циркуляция вектора равна алгебраической сумме токов,***

охваченных контуром произвольной формы.

Итак, циркуляция вектора магнитной индукции отлична от нуля, если контур охватывает ток (сравните с циркуляцией $\vec{\mathbf{E}}$ $\oint E_l dl = 0$):

Такие поля, как мы уже говорили называются вихревыми или соленоидальными.

Магнитному полю нельзя приписывать потенциал, как у электрического поля. Этот потенциал не был бы однозначным – после каждого обхода по контуру он получал бы приращение $\mu_0 I$.

Линии напряженности *электрического поля* начинаются и заканчиваются на зарядах. А *магнитных* зарядов в природе нет. Опыт показывает, что линии $\vec{\mathbf{B}}$ *всегда замкнуты*. Поэтому теорему Гаусса для вектора магнитной индукции $\vec{\mathbf{B}}$ можно записать так:

$$\oint_S \vec{\mathbf{B}} d\vec{\mathbf{l}} = 0 \qquad (18.7.4)$$

18.8. Магнитное поле соленоида

Применим теорему о циркуляции $\vec{B}$, $\left(\oint B dl = \mu\mu_0 \sum I_i\right)$, для вычисления простейшего магнитного поля – бесконечно длинного соленоида представляющий собой тонкий провод намотанный плотно виток к витку на цилиндрический каркас (рис.18.10).

Соленоид можно представить в виде системы одинаковых ***круговых токов с общей*** *прямой осью.*

Бесконечно длинный соленоид симметричен любой, перпендикулярной

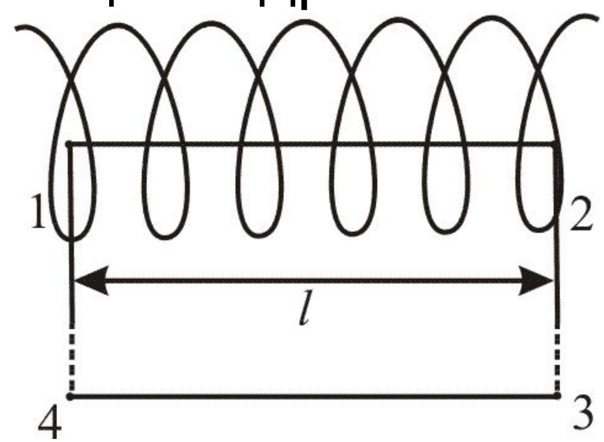

Рис. 18.10

к его оси плоскости. Взятые попарно (рис. 18.11) симметричные относительно такой плоскости витки создают поле, в котором $\vec{B}$ перпендикулярна плоскости витка, т.е $\vec{B}$ *имеет направление только параллельно оси соленоида* внутри и вне его.

Из параллельности вектора $\vec{\mathbf{B}}$ оси соленоида, вытекает, что поле как внутри, так и вне соленоида должно быть однородным.

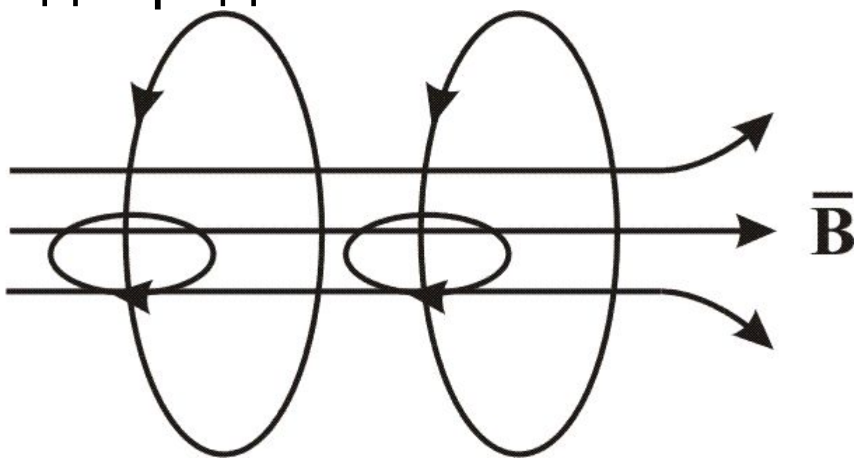

Рис. 18.11

Возьмём прямоугольный 1– 2 – 3 – 4 – 1 (рис. 18.15).

$$\oint_L B_l dl = \int_1^2 B_l dl = \int_2^3 B_l dl = \int_3^4 B_l dl = \int_4^1 B_l dl$$

Второй и четвёртый интеграл равны нулю, т.к. $\vec{\mathbf{B}}$ перпендикулярно направлению обхода, т.е. $B_l = 0$.

Возьмём участок 3 – 4 – на большом расстоянии от соленоида, где поле стремится к нулю; и пренебрежём третьим интегралом, тогда

$$\oint B_l dl = \int_1^2 B_l dl = \mu\mu_0 \sum I_i$$

где $B_l = B$ – магнитная индукция на участке 1 – 2 –внутри соленоида.

Если отрезок 1 – 2 внутри соленоида, контур охватывает ток:

$$nlI = \sum I_i,$$

где n – число витков на единицу длины, I – ток в соленоиде (в проводнике).

$$(18.8.1)$$

Поэтому $B = \mu\mu_0 nI$.

Полученный результат справедлив внутри соленоида.

Вне соленоида $\sum I_i = 0$ и $\oint B_l dl = Bl = 0$, т. е. $B = 0$

Бесконечно длинный соленоид аналогичен плоскому конденсатору и тут, и там поле однородно и сосредоточено внутри. Произведение nI – называется число ампер витков на метр. У конца полубесконечного соленоида, на его оси магнитная индукция равна:

$$B = \frac{1}{2}\mu\mu_0 nI \qquad (18.8.1)$$

Практически, если длина соленоида много больше чем его диаметр, формула (18.8.1) справедлива для точек вблизи середины, формула (18.8.2) для точек около конца.

Если же катушка короткая, что обычно и бывает на практике, то магнитная индукция в любой точке *А*, лежащей на оси соленоида направлена вдоль оси (по правилу буравчика) и численно равна алгебраической сумме индукций магнитных полей создаваемых в точке *А* всеми витками:

1. Максимальным будет магнитное поле внутри соленоида в точке лежащей на середине его оси:

$$B_{макс} = \mu_0\mu nI\frac{L}{\sqrt{4R^2 + L^2}} \qquad (18.8.2)$$

2. В конечном соленоиде в произвольной точке (рис. 18.12) магнитную индукцию можно найти по формуле:

$$B = \frac{1}{2}\mu_0 \mu n I(cos\alpha_1 - cos\alpha_2) \qquad (18.8.2)$$

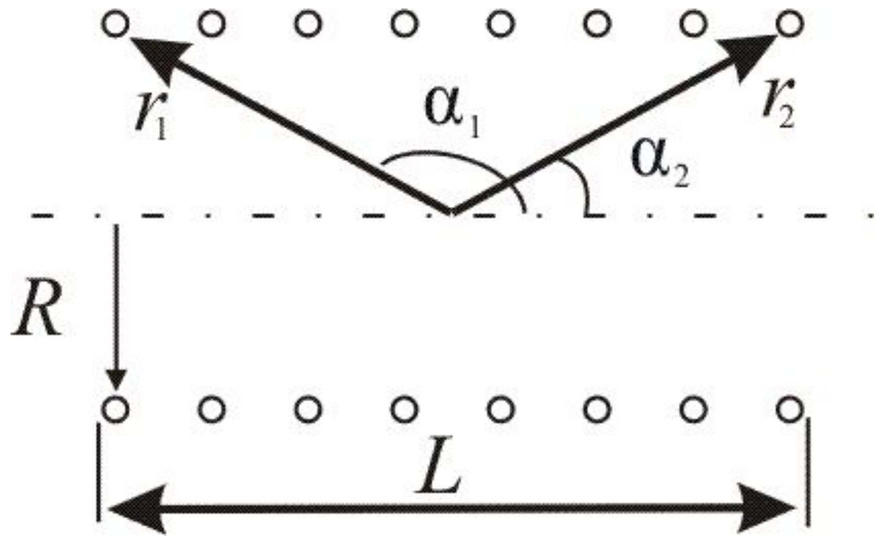

Рис. 18.12

18.9. Магнитное поле тороида

Тороид представляет собой тонкий провод, плотно (виток к витку) намотанный на каркас в форме тора (бублика) (рис. 18.13).

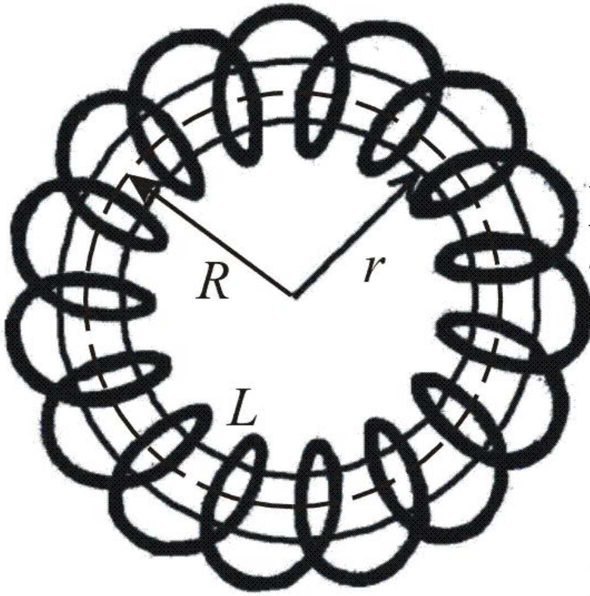

Рис. 18.13

Возьмём контур в виде окружности радиуса r, центр которого совпадает с центром тора радиуса R. В силу симметрии, $\vec{\mathbf{B}}$ в каждом токе направлен по касательной к контуру. Следовательно

$$\oint B_l dl = B2\pi r = Bl \qquad (18.9.1)$$

где $l = 2\pi r$; l – длина контура.

Если контур проходит внутри тороида, он охватывает ток $2\pi RnI$ (n – число витков на единицу длины).

Тогда по *теореме о циркуляции вектора* $\vec{\mathbf{B}}$. $B2\pi r = 2\pi RnI\mu\mu_0$

Отсюда следует:

$$B = \mu\mu_0 nI \frac{R}{r} \qquad (18.9.2)$$

Контур вне тороида токов не охватывает, поэтому $B = 0$.

Для тороида, где радиус намного больше радиуса витка, отношение $R/r \approx 1$, так как R ≈ r можно рассчитать *B* по формуле:

$$B = \mu\mu_0 nI. \tag{18.9.3}$$

В тороиде магнитное поле однородно только по величине, т.е. по модулю, но направление его в каждой точке различно.

18.10. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

Рассмотрим контур с током, образованный неподвижными проводами и скользящей по ним подвижной перемычкой длиной *l* (рис. 18.14). Этот контур находится во внешнем однородном магнитном поле $\mathbf{B}$, перпендикулярном к плоскости контура. При показанном на рисунке направлении тока *I*, получим $\mathbf{B}$ сонаправлено с $\mathbf{n}$.

На элемент тока *I* (подвижный провод) длиной *l* действует сила Ампера направленная вправо $F = IlB$. Пусть проводник *l* переместится параллельно самому себе на расстояние *dx*. При этом совершится работа:

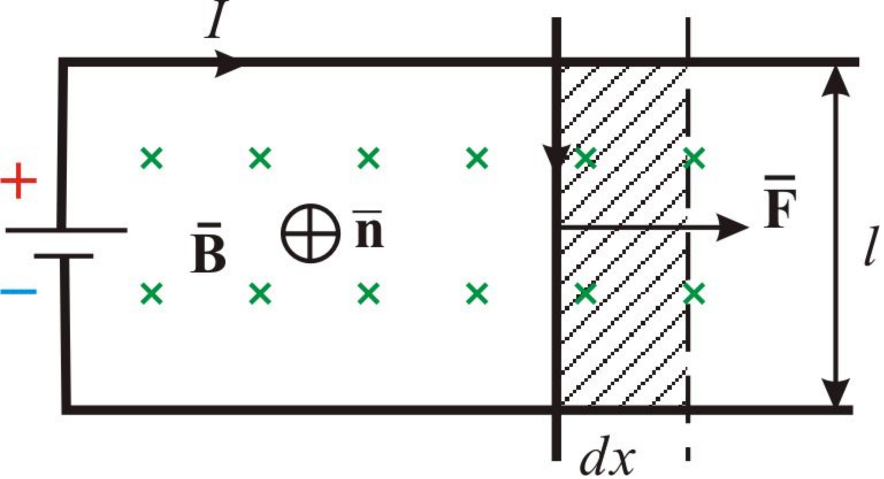

Рис. 18.14

$$dA = F\,dx = IBl\,dx = IB\,dS = I\,d\Phi$$

Итак $dA = I\,d\Phi$ (18.10.1)

Работа совершаемая проводником с током, при перемещении, численно равна произведению тока на магнитный поток, пересечённый этим проводником.

Формула остаётся справедливой, если проводник любой формы движется под любым углом к линиям вектора магнитной индукции.

Выведем выражение для работы по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле.

Рассмотрим прямоугольный контур с током 12341 (Рис. 18.15). Магнитное поле направлено от нас перпендикулярно плоскости контура. Магнитный поток Φ_1 пронизывающий контур направлен по нормали к контуру, поэтому $\Phi_1 > 0$.

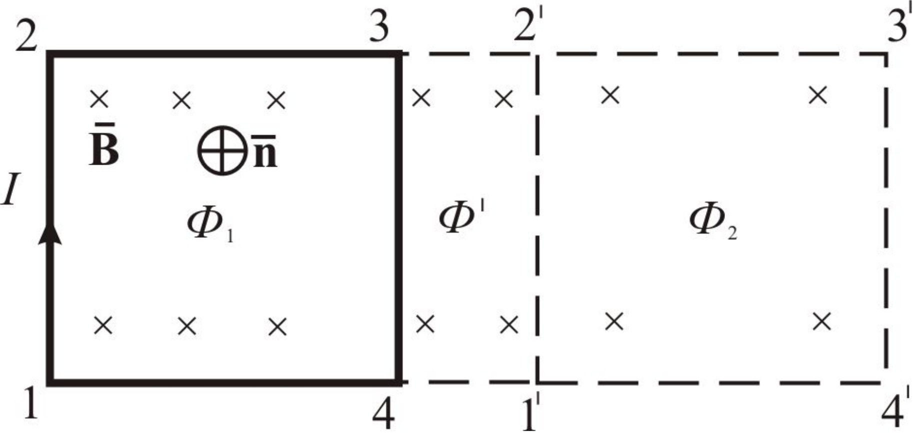

Рис. 18.15

Переместим этом контур параллельно самому себе в новое положение 1'2'3'4'1'. Магнитное поле в общем случае может быть неоднородным и новый контур будет пронизан магнитным потоком $Ф_2$.

Площадка 432'1'4, расположенная между старым и новым контуром, пронизывается потоком $Ф'$.

Полная работа по перемещению контура в магнитном поле равна алгебраической сумме работ, совершаемых при перемещении каждой из четырех сторон контура:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} \qquad (18.10.2)$$

где A_{23}, A_{41} равны нулю, т.к. эти стороны не пересекают магнитного потока, при своём перемещение (очерчивают нулевую площадку).

$$A_{34} = I(Ф' + Ф_2) \qquad (18.10.3)$$

Провод 12 перерезает поток $(\Phi_1 + \Phi')$, но движется против сил действия магнитного поля. $A_{12} = -I(\Phi_1 + \Phi')$ (18.10.4)

Тогда, общая работа по перемещению контура $A = I(\Phi_2 - \Phi_1)$,

$A = I\,\Delta\Phi$, здесь $\Phi_2 - \Phi_1 = \Delta\Phi$ – это *изменение магнитного потока сцепленного с контуром. Работа совершаемая при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле, равна произведению величины тока на* ***изменение*** *магнитного потока* ***сцепленного*** *с этим контуром.*

Элементарную работу по бесконечно малому перемещению контура в магнитном поле можно найти по формуле

$$dA = I\,d\Phi \quad (18.10.5)$$

Выражения (10.10.1) и (10.10.5) внешне тождественны, но *физический смысл* величины $d\Phi$ различен. *Соотношение (18.10.5) выведенное нами для простейшего случая, остаётся справедливым для контура любой формы в произвольном магнитном поле.* Более того, если контур неподвижен, а меняется $\vec{B}$, то при изменении магнитного потока в контуре на величину $d\Phi$, магнитное поле совершает