Основы логики

Логика - наука о формах и способах мышления.

Высказывание (суждение) - это повествовательное предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается.

Высказывания бывают истинными или ложными.

Высказывания бывают простые и сложные.

Примеры **простых высказываний:**

1 Ни один человек не весит более 1000 кг. - истина.

2 Всякий человек имеет брата - ложь

Сложные высказывания образуются из простых высказываний, объединенных союзами И, ИЛИ, частицей НЕ.

Примеры **сложных высказываний:**

1 Любой человек весит менее 1000 кг. **ИЛИ** имеет брата.

2 Процессор является устройством обработки информации **И** принтер является устройством печати

Истинность сложных высказываний вычисляется с помощью алгебры высказываний.

Умозаключение – форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, называемых посылками, мы по определенным правилам вывода получаем суждение-заключение (вывод умозаключения).

Еще в древности было известно рассуждение, ставшее классическим примером верного логического умозаключения:

Все люди смертны.

Сократ – человек

Сократ смертен.

- Заметим, что посылками умозаключения по правилам логики могут быть только ***истинные*** суждения.
- Всякое умозаключение, так же как и суждение, имеет свою форму. Эта форма может быть логически правильной или логически неправильной. Так, в примере с Сократом форма умозаключения логически верная:

Все S есть P.
Некоторые A есть S.
Некоторые A есть P.

Примеры верных умозаключений:

Умозаключение	Форма умозаключения
Все граждане России имеют право на отдых. Я - гражданин России.	Все *S* есть *P*. *A* есть *S* .
Я имею право на отдых.	*A* есть *P*.
Если цветы поливают, то они не засохнут. Цветы засохли.	Если *S* есть *P1,* то *S* не есть *P2*. *S* естьP2.
Цветы не поливали.	*S* не есть *P1*

Правильно ли рассуждает человек, когда он говорит:

Умозаключение.	Истинность Суждений	Форма умозаключения
Если что-то есть металл, то оно проводит электрический ток. *Алюминий проводит ток*	*Истина* *Истина*	Если *S* есть *P1*, то *S* есть *P2*. *A* есть *P2*.
Алюминий - металл.	*Истина*	*A* есть P1.

Из истинных посылок получилось истинное заключение. Можно предположить, что, рассуждая по данной форме, мы получим из истинных посылок истинное заключение во всех случаях.

Проверим это:

Умозаключение	Истинность суждений	Форма умозаключения.
Если что-то есть металл, то оно проводит электрический ток.	Истина	Если *S* есть *P1*, то *S* есть *P2*.
Вода проводит ток.	Истина	*A* есть *P2*.
Вода - металл.	Ложь	*A* есть P1.

Из истинных посылок получилось **ложное** заключение. Наше предположение о том, что, рассуждая по данной форме, мы всегда из истинных посылок получим истинное заключение, ошибочно. Следовательно, те, кто рассуждает по данной форме, либо ошибаются сами, либо вводят слушателей в заблуждение. Таким образом, услышав какую-нибудь фразу (рассуждение, умозаключение), вы можете, определив форму этого рассуждения и зная, правильна ли она логически, заранее сказать, будет ли истинным заключение.

Рассмотрим, например, следующую фразу:

Если у человека повышена температура, то он болен; этот человек болен; следовательно, у него должна быть повышенная температура.

Это пример рассуждения, построенного по той же неверной схеме (форме):

Если есть первое, то есть второе; второе есть; следовательно, есть первое.

Такая схема от истинных исходных положений (посылок) может вести не только к истинному, но и к ложному заключению.

Проверьте себя.

Выполните тест.

Щелкни здесь «мышкой».

Операция логического отрицания (инверсия).

Образование инверсии: к сказуемому добавляется частица “не” или используется оборот речи “неверно, что”.

Обозначение инверсии: НЕ А, $\overline{A}$, NOT A.

Таблица истинности

A	НЕ A
0	1
1	0

ывания истинна, когда высказывание

ысказывание истинно.

Операция логического умножения. Конъюнкция.

Конъюнкция образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза “И”.

Обозначение конъюнкции: **А и В, А^В, А&В, А*В, A AND B**

Таблица истинности

А	В	А и В
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

высказываний истинна только высказывания истинны, отя бы одно высказывание ложно.

Операции логического сложения. Дизъюнкция.

Дизъюнкция образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза “ИЛИ”.

Обозначение дизъюнкции: **A или B, A\/B, A|B, A OR B**

Таблица истинности

A	B	A или B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

х высказываний ложна только тогда,
зывания ложны, и, истинна, когда
сказывание истинно.

Импликация
(логическое следование).

Импликация образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи “если ... , то ...”.

Обозначение импликации: **A -> B, A=>B**

Таблица истинности

A	B	A => B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

высказываний ложна тогда и только истинного высказывания следует

Эквивалентность (логическое равенство).

Эквивалентность образуется соединением двух высказываний в одно при помощи оборота речи “ ... тогда и только тогда, когда...”.

Обозначение эквивалентности: **A = B, A <=> B, A ~ B**

Таблица истинности

A	B	A <=> B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

двух высказываний истинна тогда и

зывания истинны или оба ложны.

Примеры сложных высказываний:

Сложное высказывание	**Составляющие простые высказывания**	**Форма сложного высказывания**
E = Идет дождь, а у меня нет зонта	A = Идет дождь. B = У меня есть зонт.	E = A & неB
E = Когда живется весело, то и работа спорится	A = Живется весело. B = Работа спорится	E = A =>B
E = Идет налево – песнь заводит, направо – сказку говорит.	A = Идет налево. B = Идет направо. C = Песнь заводит. D = сказку говорит.	E = (A=>C) v (B => D)

В формальной логике принято, что всякое простое высказывание обязательно имеет одно из двух значений — *истина* или *ложь*. Заметим, что это значение не всегда известно. Примерами таких высказываний являются недоказанные или неопровергнутые гипотезы: теорема Ферма, пред положение о существовании жизни на Марсе и т. п. Однако в случае *простого высказывания* всегда допустимо *договориться* о том, считать его истинным или ложным.

Сложное высказывание также является истинным или ложным, но это значение *вычисляется.* Вычисление производится по форме сложного высказывания в соответствии с таблицами истинности входящих в него логических операций.

Этапы вычисления значения сложного высказывания.

1. Выделить простые высказывания, отношения (связи) между ними и перевести их на язык формул (формализовать условие задачи, определить форму сложного высказывания).

Пример 1.

E = Вчера было пасмурно, а сегодня ярко светит солнце.

Составляющие простые высказывания:

A = Вчера было пасмурно;

B = Сегодня ярко светит солнце.

Форма сложного высказывания: $E = A \& B$.

Пример 2.

E = Ваш приезд не является ни необходимым, ни желательным.

Составляющие простые высказывания:

A = Ваш приезд необходим; B = Ваш приезд желателен.

Форма сложного высказывания: $E = \overline{A} \& \overline{B}$.

Пример 3.

E = Поиски врага длились уже три часа, но результатов не было, притаившийся враг ничем себя не выдавал.

Составляющие простые высказывания:

A = Поиски врага длились три часа;

B = Врага нашли (результат есть);

C = Враг себя выдал.

Форма сложного высказывания: $E = \overline{C} \Rightarrow A \& \overline{B}$.

2. *Вычислить значение логического выражения (формулы).* Логические операции вычисляются в определенном порядке, согласно их приоритету:

1) инверсия;

2) конъюнкция;

3) дизъюнкция;

4) импликация и эквивалентность.

Операции одного приоритета выполняются слева направо. Для изменения порядка действий используются скобки.

3. *Определить количество строк и столбцов в таблице* истинности. Так как каждое из простых высказываний может принимать всего два значения (0 или 1), то количество разных комбинаций значений n высказываний — 2^n. ***Количество строк*** в таблице равно 2^n плюс 2 строки на заголовок. ***Количество столбцов*** в таблице равно сумме количества простых высказываний (и) и количества разных логических операций, входящих в сложное высказывание.

Пример 1.

В классе оказалось разбито стекло. Учитель объясняет директору: *Это сделал Коля или Саша. Но Саша этого не делал, так как в это время сдавал мне зачет. Следовательно, это сделал Коля.*

Прав ли учитель?

1. Формализуем данное сложное высказывание. Для этого сначала выделим составляющие простые высказывания и определим их количество *(n)*.

К = Это сделал Коля.

С = Это сделал Саша.

$n = 2$.

Определим форму высказывания:

$$E = (K \vee C)\ \&\ \overline{C} \Rightarrow K\ .$$

2. Определим количество строк и столбцов в таблице истинности.

- количество строк $2^2 + 2 = 6$;
- количество столбцов $2 + 4 = 6$.

3. Начертим таблицу и заполним ее в соответствии с определениями логических операций последовательно по столбцам. Сначала заполняем 1-й и 2-й столбцы, затем вычисляем значения 3-го столбца по значениям 2-го, потом значения 4-го — по значениям 1-го и 2-го и т. д.:

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
K	**C**	**НЕ С** **НЕ (2)**	**K v C** **(1) v (2)**	**(K v C) & НЕ С** **(4) & (3)**	**(K v C) & НЕ С => K** **(5)=>(1)**
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1

Вывод: мы получили в последнем столбце все единицы. Это означает, что значение сложного высказывания истинно при любых значениях простых высказываний *К* и *С*. Следовательно, учитель рассуждал логически правильно.

Если высказывание истинно при всех значениях входящих в него переменных, то такое высказывание называется ***тождественно истинным*** *или* ***тавтологией***.

Если высказывание ложно при всех значениях входящих в него переменных, то такое высказывание называется ***тождественно ложным***.

Если значения сложных высказываний совпадают на всех возможных наборах значений входящих в них переменных, то такие высказывания называют **равносильными, тождественными, эквивалентными (<=>)**.

Проверьте себя.

Выполните тест.

Щелкни здесь «мышкой».