Криворожский национальный университет

Кафедра электромеханики

Лекция 3

Линейные электрические цепи переменного однофазного тока

Получение синусоидальной эдс

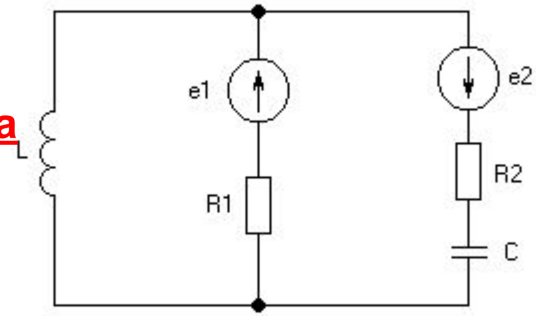
Целесообразность применения энергии переменного тока

Основные параметры цепей синусоидального тока

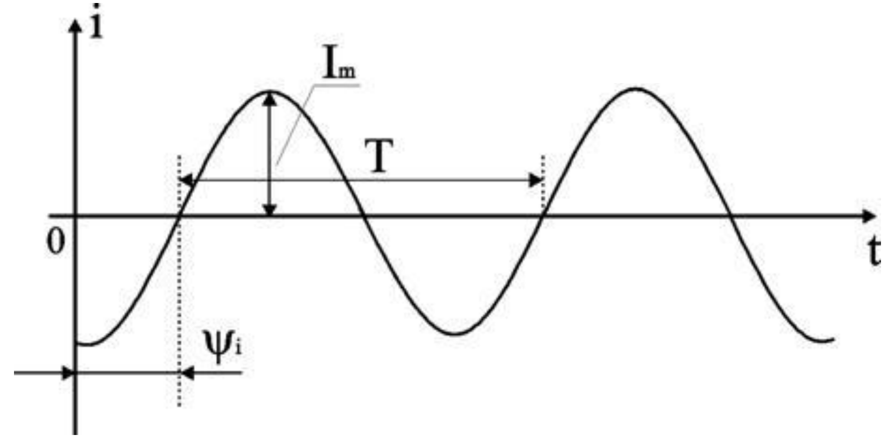
Способы представления синусоидальных величин

Элементы *R*, *L*, *C* в электрической цепи синусоидального тока

Мощности в цепях синусоидального тока



$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

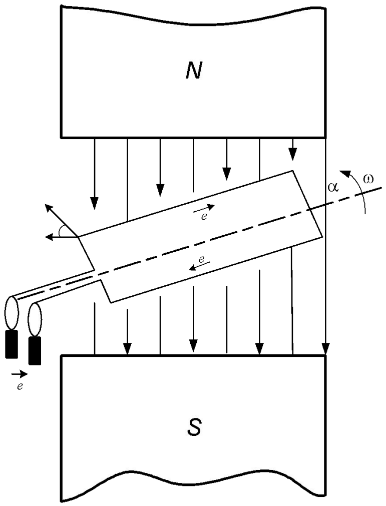


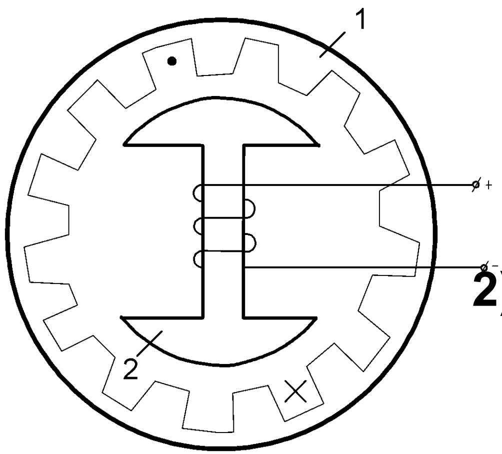
Доцент кафедры электромеханики, к.т.н. Рожненко Ж. Г.

Получение синусоидальной эдс

Электрические цепи переменного синусоидального тока – цепи, в которых эдс, ток и напряжения изменяются по величине и направлению по синусоидальному закону.

Устройство синхронного генератора:





1) **статор** – неподвижная часть машины. Полый цилиндр собранный из тонких листов электротехнической стали (0,35-0,5 мм), изолированных друг от друга лаком. В пазах статора размещена обмотка;
2) **ротор** – вращающаяся часть. Электромагнит с обмоткой возбуждения, которая через кольца и щётки подсоединена к источнику постоянного тока.

В генераторах переменного тока получают эдс, изменяющуюся во времени по закону синуса, и тем самым обеспечивают наиболее выгодный эксплуатационный режим работы электрических установок.

Синусоидальная форма тока и напряжения позволяет производить точный расчет электрических цепей с использованием метода комплексных чисел и приближенный расчет на основе метода векторных диаграмм. При этом для расчета используются законы Ома и Кирхгофа, но записанные в векторной или комплексной форме.

Целесообразность применения энергии переменного тока

В настоящее время почти вся электрическая энергия вырабатывается в виде энергии переменного тока. Это объясняется преимуществом производства и распределения этой энергии. Переменный ток получают на электростанциях, преобразуя с помощью генераторов механическую энергию в электрическую.

Основные преимущества переменного тока по сравнению с постоянным:

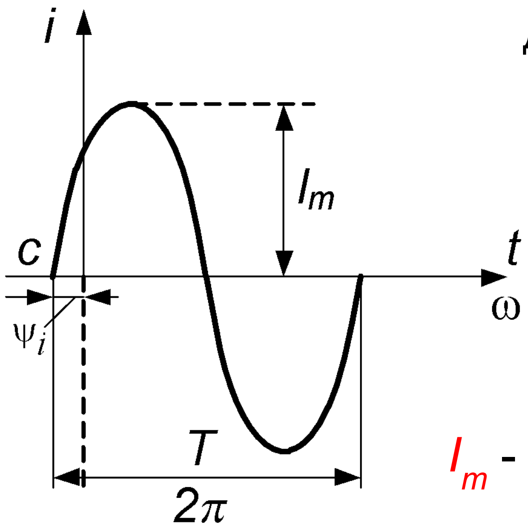
- генераторы синусоидального тока значительно дешевле в производстве, чем генераторы постоянного тока;

- переменный ток легко преобразуется в постоянный;

- трансформация и передача электрической энергии переменным током экономичнее чем постоянным;

- двигатели переменного тока имеют простую конструкцию, высокую надежность и невысокую стоимость.

Основные параметры цепей синусоидального тока



Синусоидальный ток может быть представлен посредством действительной функции времени:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

Значение тока, напряжения, эдс в любой момент времени *t* называется мгновенным значением и обозначается малыми строчными буквами, соответственно *i*, *u*, *e*.

I_m - максимальная амплитуда тока (амплитудное значение);

ω - угловая частота [1/с] или [рад/с];

f - частота колебаний [Гц];

T - период [с];

ψ_i - начальная фаза,

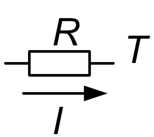
$\omega t + \psi_i$ - фаза, рад;

ω=2π*f*

;

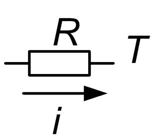
ω*T*=2π;

Действующее значение тока обозначается *I*:



$$I^2 rT = \int_0^T i^2 r dt$$

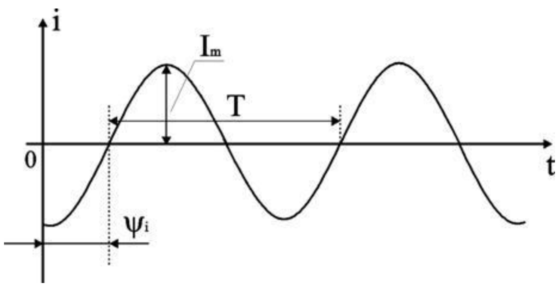
$$\boxed{I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}}$$



$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I^2 r \sin^2(\omega t + \psi_i) dt} = I_m \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1 - \cos 2(\omega t + \psi_i) dt}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707 \cdot I_m$$

Измерительные приборы показывают действующие

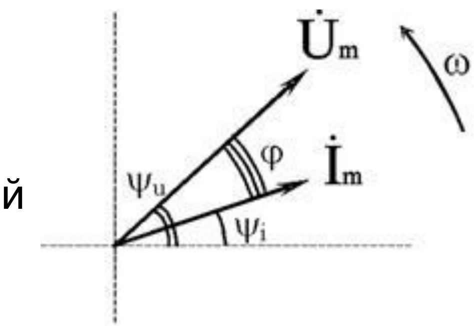
Способы представления синусоидальных токов, напряжений, эдс



•Временная диаграмма.

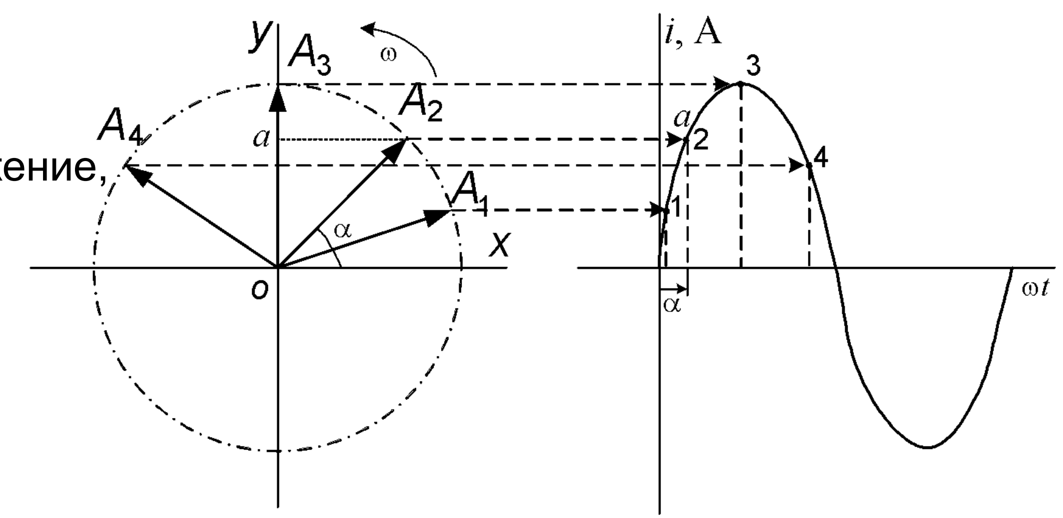
•Аналитическое выражение (формула): $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$

•Графоаналитический способ (векторы).

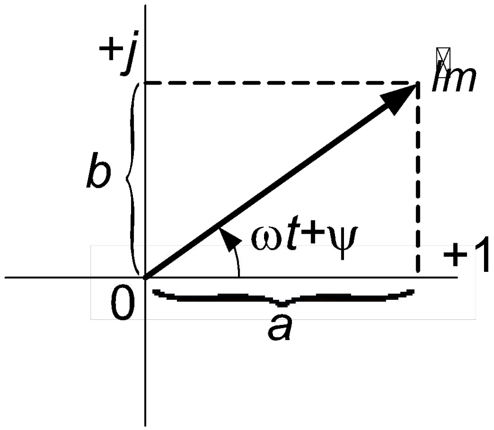


Графически синусоидальные величины изображаются в виде вращающегося вектора. Предполагается вращение против часовой стрелки с частотой вращения ω. Величина вектора в заданном масштабе представляет амплитудное значение. Проекция на вертикальную ось есть мгновенное значение величины.

Совокупность векторов, изображающих синусоидальные величины (ток, напряжение, эдс) одной и той же частоты называют **векторной диаграммой**.



Способы представления синусоидальных токов, напряжений, эдс



•Комплексные числа.

Синусоидальный ток можно представить комплексным числом $\dot{I}_m$ на комплексной плоскости: $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$

где амплитуда тока I_m – модуль, а угол ψ, являющийся начальной фазой, т.е. аргумент комплексного тока.

Комплексное действующее значение тока $\dot{I}$:

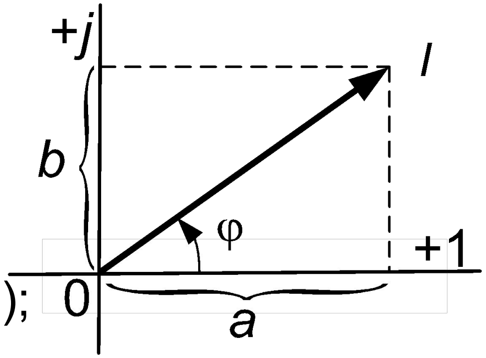
$$\frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = \dot{I} = I e^{j\psi_i}$$

Символический метод расчёта цепей синусоидального тока - использование комплексной формы представления позволяет заменить геометрические операции над векторами алгебраическими операциями над комплексными числами. В результате этого к анализу цепей переменного тока могут быть применены все методы анализа цепей постоянного тока.

Основные формы записи комплексных чисел:

$\dot{I} = Ie^{j\varphi}$ - показательная форма записи;

$\dot{I} = a + jb$ - алгебраическая форма записи;



$I = \sqrt{a^2 + b^2}$ - модуль комплексного числа (длина вектора);

$\varphi = arctg\frac{b}{a}$ - аргумент комплексного числа (угол вектора);

$a = I \cdot cos\varphi$ - действительная (вещественная) часть комплексного числа;

$b = I \cdot sin\varphi$ - мнимая часть комплексного числа;

$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока.

Пример 1:

Для мгновенного значения $u(t) = 141 sin(314t - 30^\circ)$ *В* *определить комплексное значение напряжения.*

Пример 2:

Для $\dot{I} = 10e^{j60^\circ}$ *А* *определить мгновенное значение тока.*

Основные действия над комплексными числами:

$$\dot{A}_1 = A_1 e^{j\alpha_1} = a_1 + jb_1 \qquad \dot{A}_2 = A_2 e^{j\alpha_2} = a_2 + jb_2$$

- сложение (вычитание): $\dot{A}_1 \pm \dot{A}_2 = a_1 \pm a_2 + j(b_1 \pm b_2)$

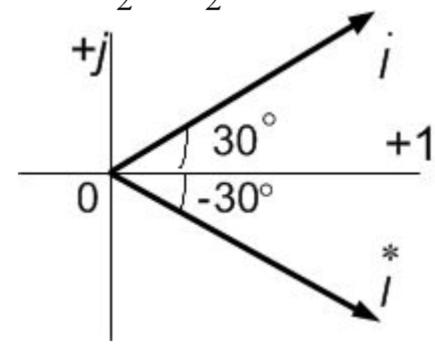
- умножение: $\dot{A}_1 \cdot \dot{A}_2 = A_1 A_2 e^{j(\alpha_1+\alpha_2)} = (a_1 + jb_1)(a_2 + jb_2) = a_1a_2 - b_1b_2 + j(a_1b_2 + a_2b_1)$

- деление: $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{a_1 + jb_1}{a_2 + jb_2} = \dfrac{(a_1 + jb_1)(a_2 - jb_2)}{a_2^2 + b_2^2} = \dfrac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_2^2 + b_2^2} + j\dfrac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_2^2 + b_2^2}$

$$\frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2} = \frac{A_1}{A_2} e^{j(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

- сопряжённое комплексное число: $\overset{*}{A} = Ae^{-j\alpha} = a - jb$

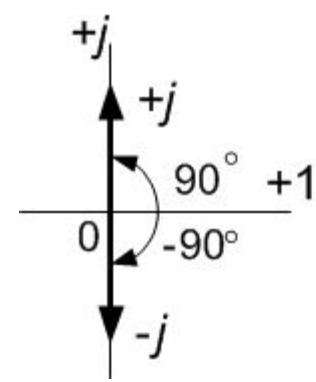
$$\dot{A}\overset{*}{A} = A^2$$



Комплексное число $e^{j\alpha}$ называется оператором поворота, т.к. при умножении любого числа на $e^{j\alpha}$ - вектор поворачивается на комплексной плоскости на угол α.

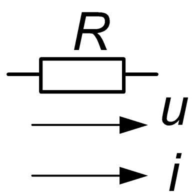
$$\boxed{e^{\pm j90^\circ} = \pm j}$$

Умножение числа на ±*j* поворачивает вектор на плоскости на 90° против часовой стрелки, если “+” и по часовой, если “-“.



Элементы *R*, *L*, С
в электрической цепи синусоидального тока

• **Активное сопротивление *R*.** $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$

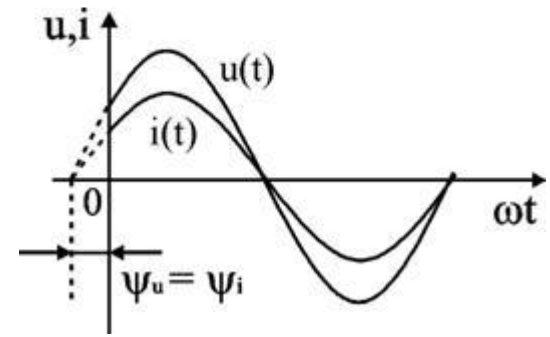


$\boxed{i = \dfrac{u}{R}}$ - закон Ома для мгновенных значений тока и напряжения.

$$i = \frac{U_m}{R}\sin(\omega t + \psi_u), \quad i = I_m \sin(\omega t + \psi_u).$$

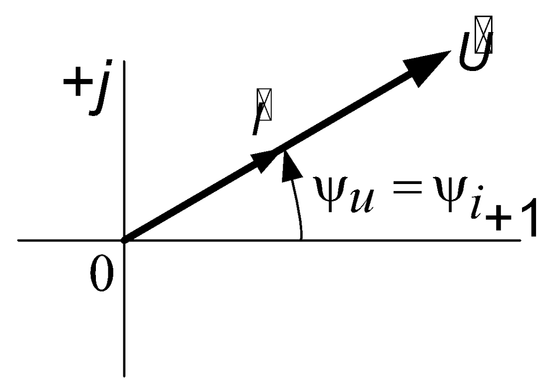
$\boxed{I_m = \dfrac{U_m}{R}}$ - закон Ома для амплитудных значений.

$\boxed{I = \dfrac{U}{R}}$ - закон Ома для действующих значений.



$\psi_u = \psi_i$ - начальные фазы напряжения и тока.

Если $\dot{U} = Ue^{j\psi_u}$, то $\dot{I} = Ie^{j\psi_i} = \dfrac{U}{R}e^{j\psi_u} = \dfrac{\dot{U}}{R}$.

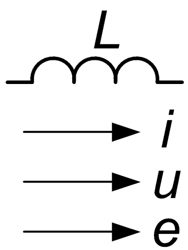


$\boxed{\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{R}}$ - закон Ома для комплексных значений тока и напряжения.

Элементы *R*, *L*, C
в электрической цепи синусоидального тока

• **Индуктивность *L*.**

$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ - мгновенное значение тока.

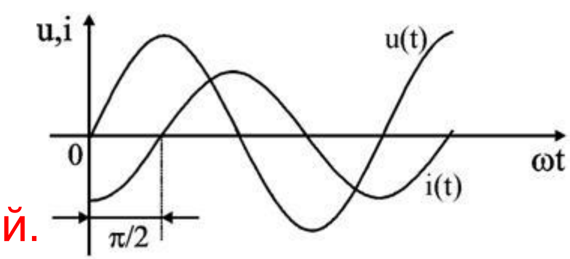


Согласно закону электромагнитной индукции: $e = -\dfrac{d\psi}{dt} = -L\dfrac{di}{dt}.$

По второму закону Кирхгофа: $u = -e.$

$\boxed{u = L\dfrac{di}{dt}}$ - закон Ома для мгновенных значений.

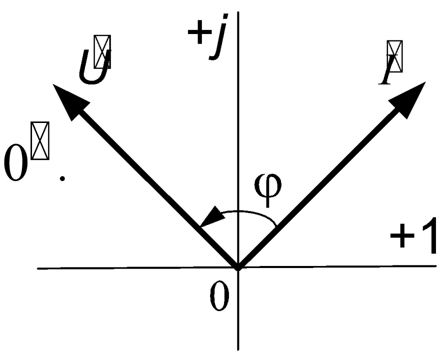
$$u = \omega L I_m \cos(\omega t + \psi_i) = \omega L I_m \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ)$$



$U_m = \omega L I_m \rightarrow \boxed{I_m} = \dfrac{U_m}{\omega L} = \boxed{\dfrac{U_m}{x_L}}$ - закон Ома для амплитудных значений.

$\boxed{I = \dfrac{U}{x_L}}$ - закон Ома для действующих значений.

$x_L = \omega L = 2\pi f L$ - реактивно-индуктивное сопротивление.



Начальные фазы напряжения и тока: $\psi_u = \psi_i + 90^\circ,$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 90^\circ.$$

Т.е. в индуктивности напряжение опережает ток на 90°.

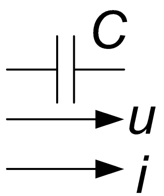
$$\dot{U} = U e^{j\psi_u} = I x_L \cdot e^{j(\psi_i + 90^\circ)} = I x_L e^{j90^\circ} e^{j\psi_i} = \dot{I} j x_L.$$

$\boxed{\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{j x_L}}$ - закон Ома для комплексных значений тока и напряжения.

Элементы *R, L, C* в электрической цепи синусоидального тока

•**Ёмкость *C*.**

$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ - мгновенное значение напряжения.



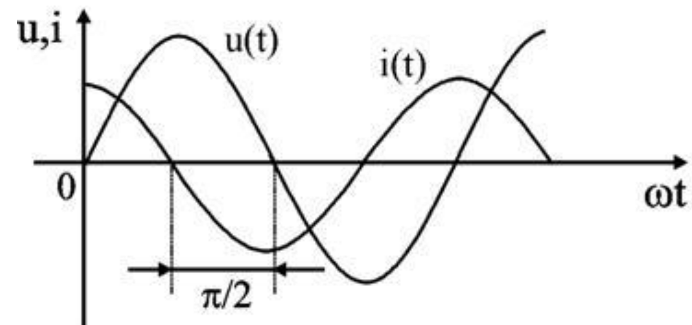
Ток – скорость изменения заряда во времени: $i = \dfrac{dq}{dt}$, где $q = Cu$.

$\boxed{i = C\dfrac{du}{dt}}$ - закон Ома для мгновенных значений.

$$i = \omega C U_m \cos(\omega t + \psi_u) = \omega C U_m \sin(\omega t + \psi_u + 90°)$$

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{1/\omega C};$$

$x_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{2\pi f C}$ - реактивно-ёмкостное сопротивление.



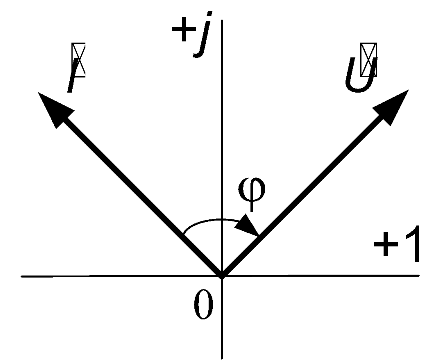
$\boxed{I_m = \dfrac{U_m}{x_C}}$ - закон Ома для амплитудных значений.

$\boxed{I = \dfrac{U}{x_C}}$ - закон Ома для действующих значений.

Начальные фазы напряжения и тока: $\psi_i = \psi_u + 90°$,

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = -90°.$$

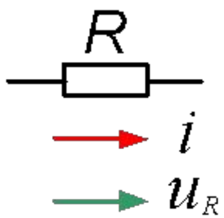
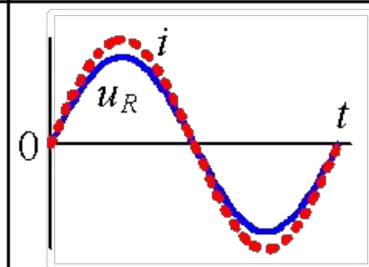
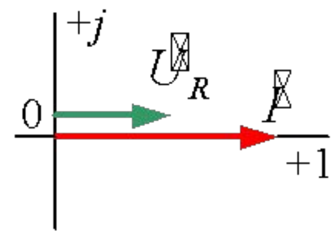
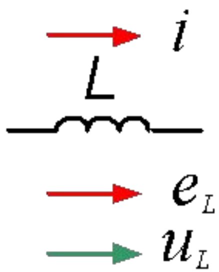
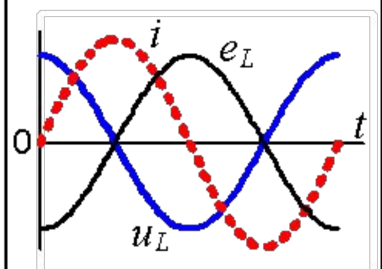
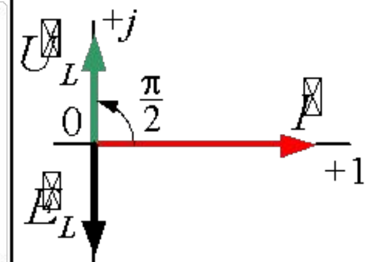
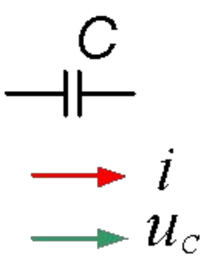
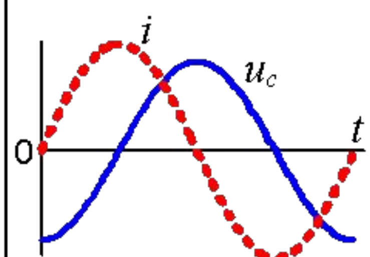
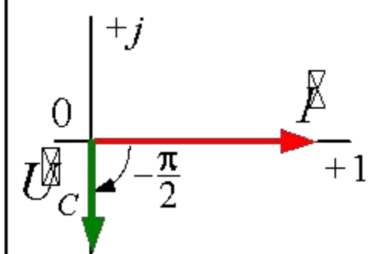
Т.е. в ёмкости ток опережает напряжения по фазе на 90°.



$$\dot I = I e^{j\psi_i} = \frac{U}{x_C} e^{j(\psi_u + 90°)} = \frac{U}{x_C} e^{j\psi_u} e^{j90°} = \frac{\dot U}{x_C} j = \frac{\dot U}{-jx_C},$$

$\boxed{\dot I = \dfrac{\dot U}{-jx_C}}$ - законом Ома для комплексных значений тока и напряжения.

ІДЕАЛІЗОВАНІ ПАСИВНІ ЕЛЕМЕНТИ СХЕМ ЗАМІЩЕННЯ

	УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ НА СХЕМІ	СПІВВІДНОШЕННЯ ДЛЯ МИТТЄВИХ ЗНАЧЕНЬ	ЧАСОВІ ДІАГРАМИ	ВЕКТОРНІ ДІАГРАМИ НА КОМПЛЕКСНІЙ ПЛОЩИНІ	ЗАКОН ОМА
R		$u_R = Ri$			$\dot{U}_R = R\dot{I}$ $U_R = RI$
L		$u_L = L\dfrac{di}{dt}$ $e_L = -L\dfrac{di}{dt}$			$\dot{U}_L = j\omega L\dot{I}$ $U_L = X_L I$
C		$i = C\dfrac{du_C}{dt}$ $u_C = \dfrac{1}{C}\int i\,dt$			$\dot{U}_C = -j\dfrac{1}{\omega C}\dot{I}$ $U_C = X_C I$

Законы Кирхгофа для цепей синусоидального тока

Первый закон Кирхгофа:

- для мгновенных значений: $\sum \pm i_k = 0;$

- для комплексных значений: $\boxed{\sum \pm \dot{I}_k = 0.}$

Второй закон Кирхгофа:

- для мгновенных значений: $\sum \pm u_k = \sum \pm e_k;$

- для комплексных значений: $\boxed{\sum \pm \dot{U}_k + \sum \pm \dot{I}_k \underline{Z}_k = \sum \pm \dot{E}_k.}$

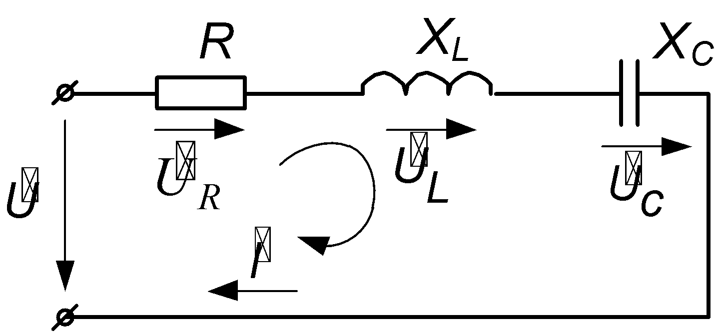
Все методы расчета, которые основаны на законах Кирхгофа справедливы и для цепей синусоидального тока в комплексной форме.

Комплексный (символический) метод расчёта цепей синусоидального тока

Комплексный метод называется еще **символическим методом** расчета., т.к. при расчете используется не истинные токи, напряжения, ЭДС, а их символы (комплексные числа).

Переход к символам позволяет систему дифферинциальных уравнений для мгновенных значений токов заменить системой алгебраических уравнений для комплексов.

Последовательное соединение элементов *R*, *L*, *C*



Второй закон Кирхгофа для мгновенных значений напряжений:

$$u = u_R + u_L + u_C.$$

Второй закон Кирхгофа для комплексных действующих значений напряжений:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C .$$

По закону Ома для элементов электрической цепи в комплексной форме:

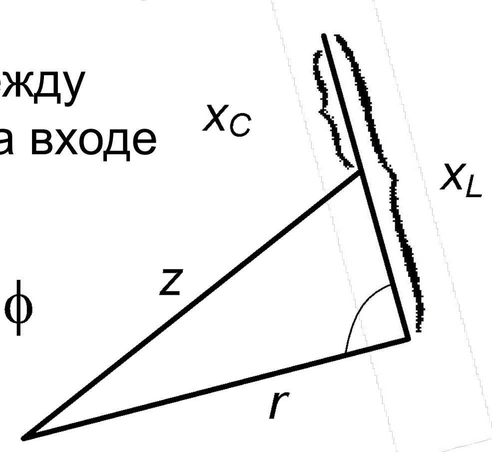
$$\dot{U}_R = \dot{I} \cdot R; \qquad \dot{U}_L = \dot{I} j x_L; \qquad \dot{U}_C = \dot{I}(-jx_C).$$

$$\dot{U} = \dot{I}\left[R + j(x_L - x_C)\right].$$

где $\boxed{\underline{Z} = R + j(x_L - x_C) = R + jx = ze^{j\phi}}$ - комплексное сопротивление цепи.

$z = \sqrt{R^2 + x^2} = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}$ - модуль комплексного сопротивления цепи.

$\varphi = arctg\dfrac{x}{R} = arctg\dfrac{x_L - x_C}{R}$ - угол смещения фаз между напряжением и током на входе схемы.



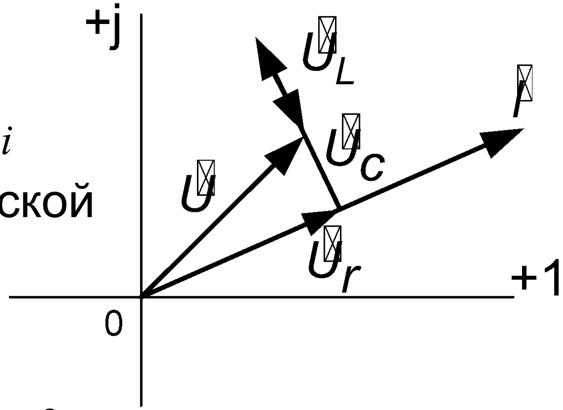
Таким образом: $\boxed{\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{\underline{Z}}} = \dfrac{Ue^{j\psi_u}}{ze^{j\phi}} = Ie^{j\psi_i}, \psi_i = \psi_u - \phi$

$\boxed{I = \dfrac{U}{z}}$ - закон Ома для действующих значений.

Последовательное соединение элементов *R*, *L*, *C*

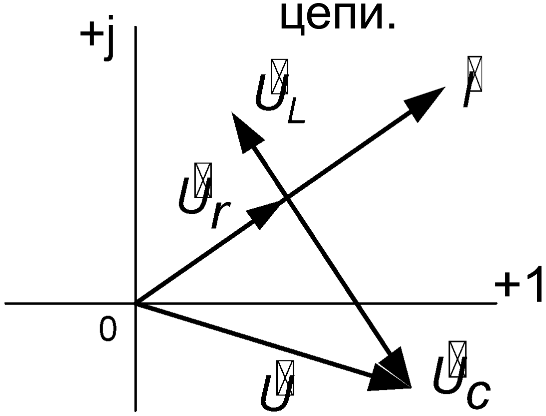
Векторная диаграмма: в зависимости от соотношения x_L и x_C

возможно три состояния цепи:



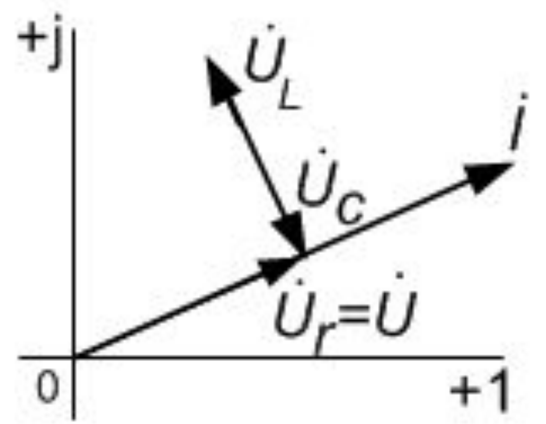
1. $\boxed{x_L > x_C} \rightarrow x > 0 \rightarrow \varphi > 0 \rightarrow \psi_u > \psi_i$

- активно-индуктивный характер электрической цепи.



2. $\boxed{x_L < x_C} \rightarrow x < 0 \rightarrow \varphi < 0 \rightarrow \psi_u < \psi_i$

- активно-ёмкостной характер электрической цепи.



3. $\boxed{x_L = x_C} \rightarrow x = 0 \rightarrow \varphi = 0 \rightarrow \psi_u = \psi_i$

- активный характер электрической цепи.

Резонанс напряжений.

Последовательное соединение элементов *R*, *L*, *C* Резонанс напряжений

Резонансом называется режим работы участка цепи с реактивными элементами, в котором ток и напряжение совпадают по фазе. Сопротивление электрической цепи является чисто активным.

Условие резонанса напряжений $\boxed{x_L = x_C}$; соответственно $x = x_L - x_C = 0.$

$\omega_0 L = \dfrac{1}{\omega_0 C}$, $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ – резонансная круговая частота.

Резонанс может быть достигнут изменением частоты, индуктивности или емкости.

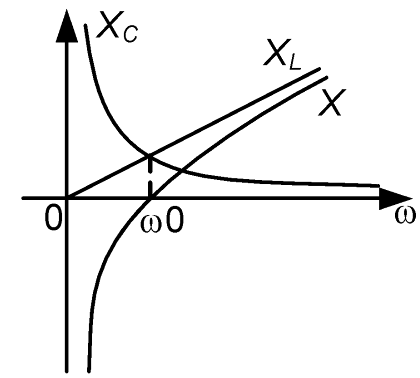
$$\underline{Z} = R + j(x_L - x_C) = R; \qquad I = \frac{U}{R}, \qquad z = R \rightarrow min, \qquad \boxed{I \rightarrow max}.$$

При резонансе напряжений напряжение на реактивных элементах может превышать входное. Добротность контура - Q:

$$\frac{U_L}{U} = \frac{Ix_L}{IR} = \frac{x_L}{R} = Q$$

Волновое сопротивление контура: $\rho = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$

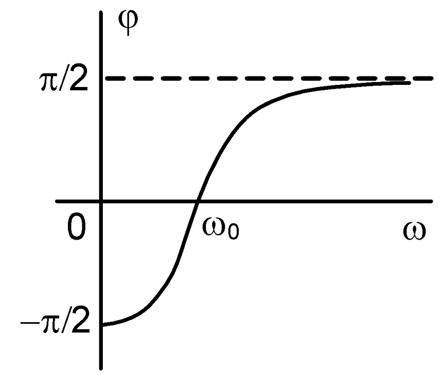
Последовательное соединение элементов *R*, *L*, *C*
Резонанс напряжений



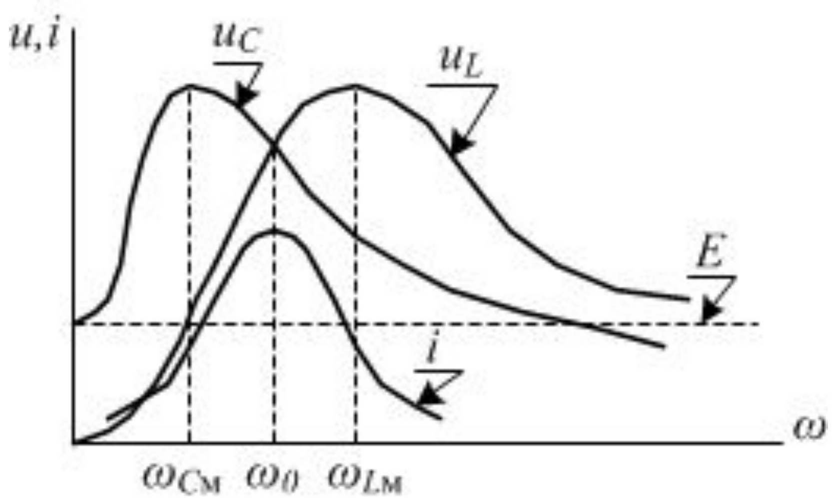
Режим резонанса характеризуется частотными и резонансными характеристиками.

Частотными характеристиками называются зависимости реактивных сопротивлений и угла φ от частоты.

$$x_L = \omega L; \qquad x_C = \frac{1}{\omega C}; \qquad \phi = arctg\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{r}.$$



Резонансными характеристиками называются зависимости тока и напряжения от частоты.



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Комплексный метод анализа цепей синусоидального тока

1. Выбрать положительное направление токов во всех ветвях, указав их стрелками на схеме.

2. Представить исходные данные о параметрах всех источников и элементов цепи в комплексной форме: $J(t) \rightarrow \dot{J}$, $e(t) \rightarrow \dot{E}$ и R, X_L, X_C.

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e) \quad \rightarrow \quad \dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_e}.$$

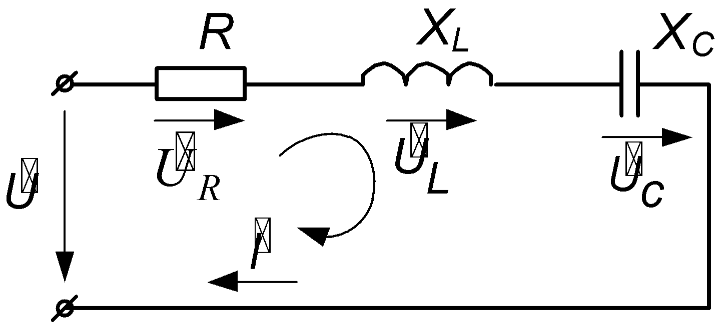
$$\underline{Z} = R; \qquad \underline{Z} = jx_L = j\omega L = j2\pi f L; \qquad \underline{Z} = -jx_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{2\pi f C}.$$

3. Пользуясь законами Ома и Кирхгофа в комплексной форме, составить систему уравнений и определить комплексные значения токов во всех ветвях схемы.

4. Перейти от комплексных значений токов (напряжений) к их мгновенным значениям $i(t)$ или $u(t)$.

Расчёт электрических цепей синусоидального тока

Задача 1. Определить мгновенное значение тока, если параметры элементов:



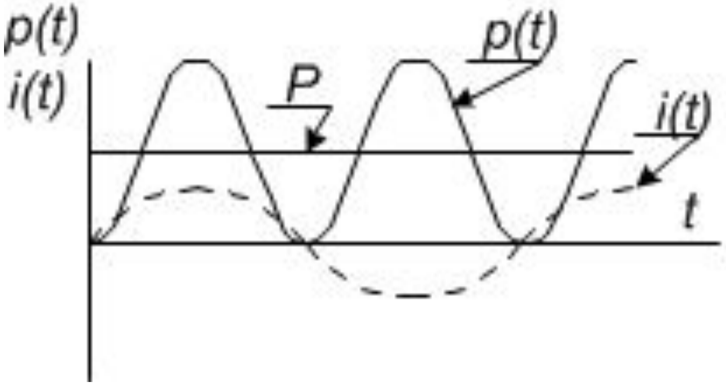
R=3 Ом, X_L=4 Ом, X_C=8 Ом.

Приложенное напряжение равно:

$$u(t) = 141 \cdot \sin(314t - 30°)\ \text{В}.$$

Решение.

Мощности в цепях переменного тока



Мгновенная мощность *p* – произведение мгновенных значений напряжения и тока:

$$\boxed{p = ui}$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \qquad i = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

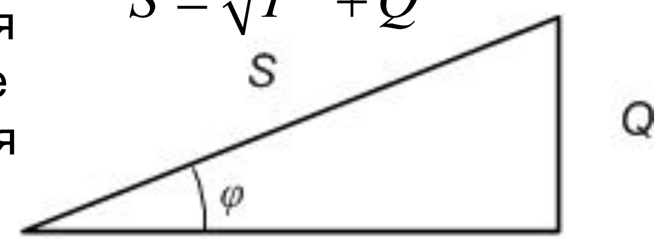
Активная мощность *P* – среднее значение мгновенной мощности за период. Характеризует скорость преобразования электроэнергии в другие её виды:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt, \quad \boxed{P = UI\cos\varphi}\,\text{Вт} \qquad \boxed{S = UI},\ \text{ВА} \qquad \boxed{Q = UI\sin\varphi}\,\text{вар}.$$

Максимальное значение активной мощности, которое может быть получено при данных значениях напряжения и тока, называется полной мощностью *S*.

Реактивная мощность *Q* – это мощность обмена энергии между источником и реактивным элементом.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



Для удобства и упрощения вычислений вводится понятие комплексной мощности - произведение комплексного, действующего значения напряжения на сопряженный комплекс тока:

$$\tilde{S} = \dot{U}\overset{*}{I} = Ue^{j\psi_u} Ie^{-j\psi_i} = UIe^{j\varphi} = Se^{j\varphi} = S\cos\varphi + jS\sin\varphi = P + jQ.$$

Расчёт электрических цепей синусоидального тока

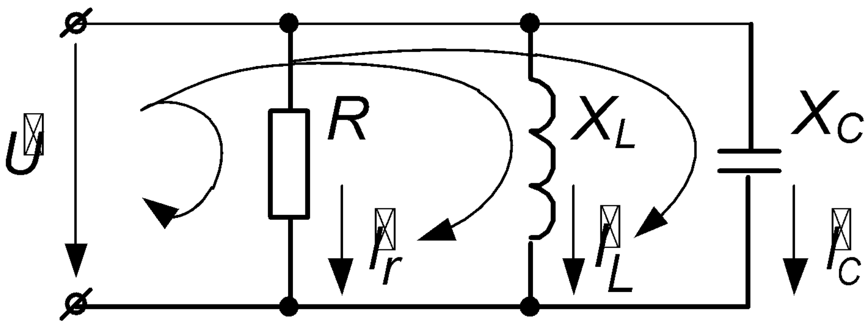
Задача 2. Определить активную, реактивную и полную мощности в цепи

переменного тока, если $u(t) = 282 \cdot \cos(\omega t + 15^\circ)\,\text{В}$

$i(t) = 5\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 60^\circ)$ А.

Параллельное соединение элементов *R*, *L*, *C*

Согласно первому закону Кирхгофа и закону Ома в комплексной форме:



$$\begin{cases} \dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C; \\ \dot{U} = \dot{I}_R R; \\ \dot{U} = \dot{I}_L \, jx_L; \\ \dot{U} = \dot{I}_C (-jx_C). \end{cases}$$

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R} = \dot{U} g;$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{jx_L} = \dot{U}(-jb_L); \qquad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{-jx_C} = \dot{U}(jb_C). \qquad \dot{I} = \dot{U}\left[g - j\left(b_L - b_C\right)\right] = \dot{U}\,\underline{Y}$$

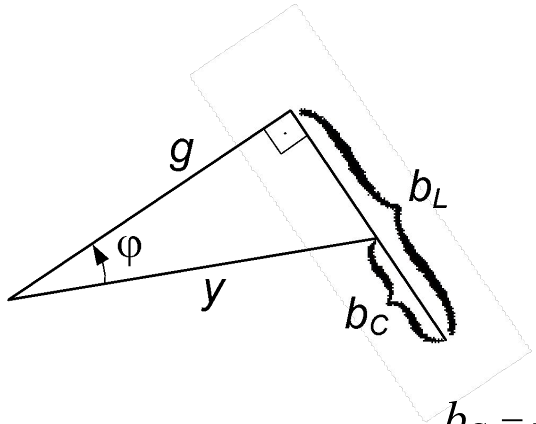
$\underline{Y} = \dfrac{1}{\underline{Z}}$ - комплексная проводимость

$$\boxed{\underline{Y} = g - j(b_L - b_C) = g - jb = ye^{-j\phi}}$$

$\boxed{\dot{I} = \dot{U}\,\underline{Y}}$ - закон Ома для комплексных значений;

$\boxed{I = Uy}$ - закон Ома для действующих значений.

Параллельное соединение элементов *R*, *L*, *C*



$$\boxed{\underline{Y} = g - j(b_L - b_C) = g - jb = ye^{-j\phi}}$$

$g = \dfrac{1}{R}$ - активная проводимость;

$b_L = \dfrac{1}{x_L}$ - реактивно-индуктивная проводимость;

$b_C = \dfrac{1}{x_C}$ - реактивно-ёмкостная проводимость.

$b = b_L - b_C$ - реактивная проводимость;

$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2}$ - модуль полной проводимости;

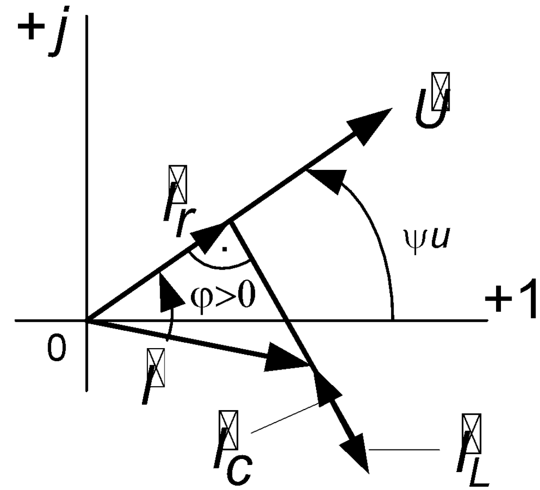
$\varphi = arctg\dfrac{b}{g} = arctg\dfrac{b_L - b_C}{g}$ - аргумент полной проводимости;

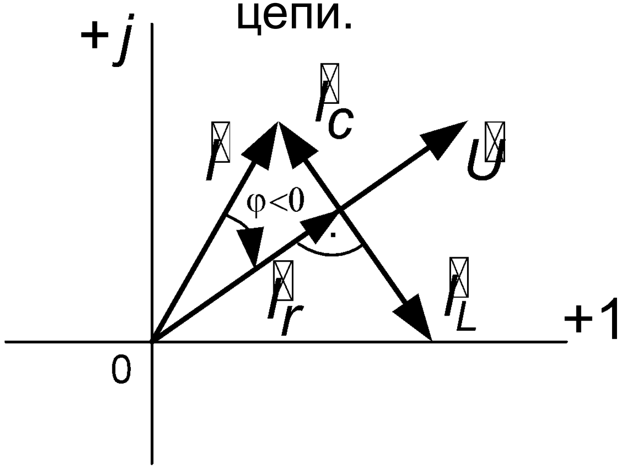
Параллельное соединение элементов *R*, *L*, *C*

Векторная диаграмма: в зависимости от соотношения параметров b_L и b_C возможны три характера цепи:

1. $\boxed{b_L > b_C} \rightarrow b > 0 \rightarrow \varphi > 0 \rightarrow \psi_u > \psi_i$

- активно-индуктивный характер электрической цепи.





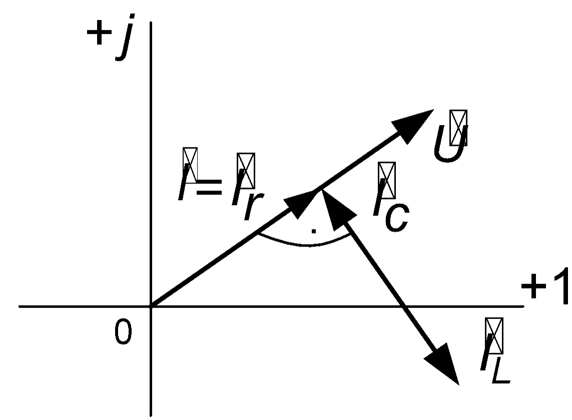
2. $\boxed{b_L < b_C} \rightarrow b < 0, \quad \varphi > 0 \rightarrow \psi_u < \psi_i$

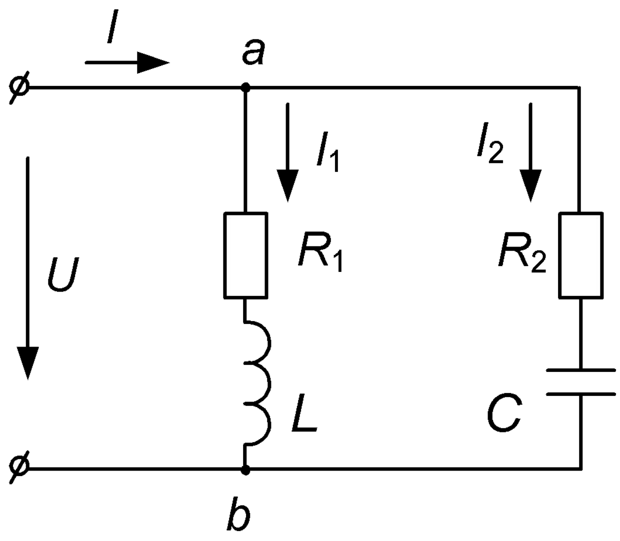
- активно-ёмкостной характер электрической цепи.

3. $\boxed{b_L = b_C} \rightarrow b = 0, \quad \varphi > 0 \rightarrow \psi_u = \psi_i$

- активный характер электрической цепи.

Резонанс токов.





Резонанс токов

Согласно первому закону Кирхгофа: $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{R_1 + jx_L} \cdot \frac{(R_1 - jx_L)}{(R_1 - jx_L)} = \frac{R_1 - jx_L}{R_1^2 + x_L^2};$$

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{R_1}{R_1^2 + x_L^2} - j\frac{x_L}{R_1^2 + x_L^2} = g_1 - jb_L;$$

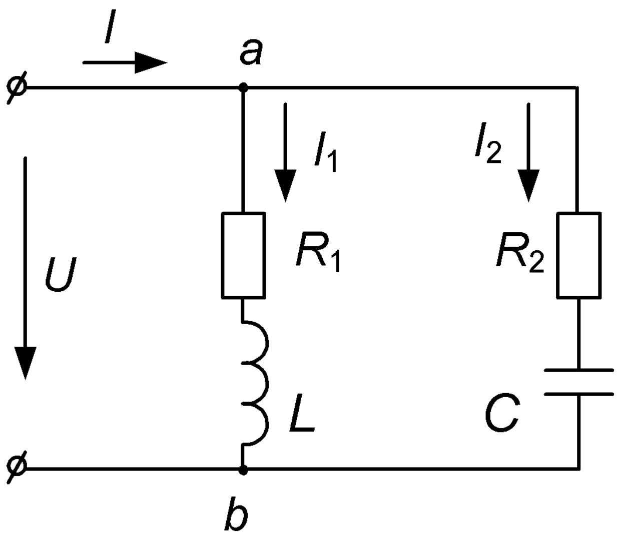
$$\dot{I}_1 = \dot{U}\,\underline{Y}_1 = \dot{U}(g_1 - jb_L) = I_{1a} - jI_{1p};$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{R_2 - jx_C} \cdot \frac{(R_2 + jx_C)}{(R_2 + jx_C)} = \frac{R_2 + jx_C}{R_2^2 + x_C^2} = \frac{R_2}{R_2^2 + x_C^2} + j\frac{x_C}{R_2^2 + x_C^2} = g_2 + jb_C;$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U}\,\underline{Y}_2 = \dot{U}(g_2 + jb_C) = I_{2a} + jI_{2p};$$

$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = (g_1 + g_2) - j(b_C - b\ ) = g - jb$ - <u>полная проводимость</u>;

$$\dot{I} = \dot{U}\,\underline{Y} = \dot{U}(g - jb).$$



Резонанс токов

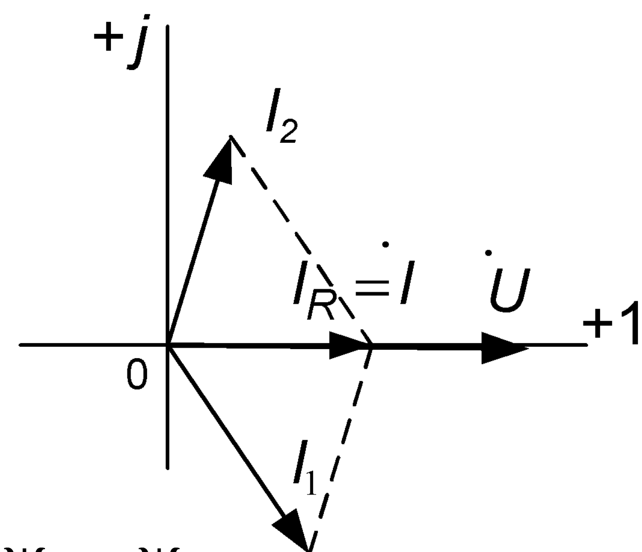
$$\dot I = \dot U\,\underline{Y} = \dot U(g - jb).$$

Условие резонанса токов: $\boxed{b_L = b_C}$ $\quad b = 0.$

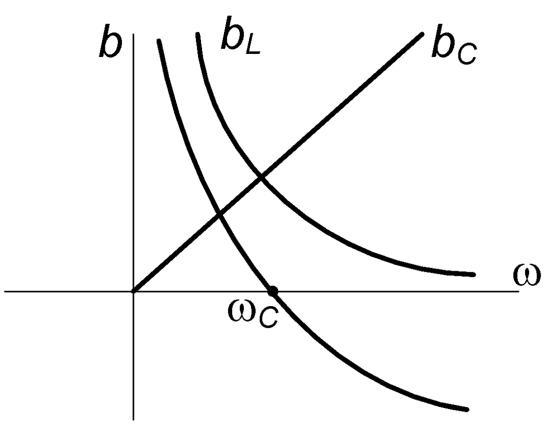
$$b_L = \frac{x_L}{R_1^{\,2} + x_L^2}; \qquad b_C = \frac{x_C}{R_2^{\,2} + x_C^2};$$

При резонансе токов входной ток $I \to \min$ определяется только активной проводимостью:

$$I = Uy = U\sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_L - b_C)^2} = Ug$$



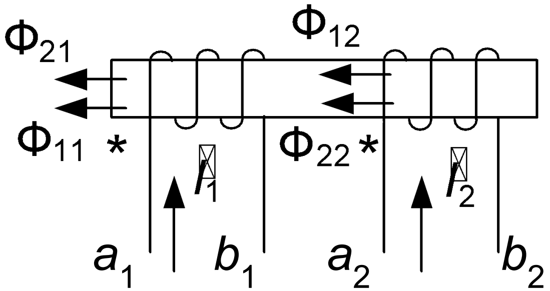
$$\varphi = 0 \to \psi_u = \psi_i$$



Частотные резонансные характеристики проводимостей реактивных элементов.

Электрические цепи с магнитно-связанными элементами

Когда изменение тока в одном из элементов цепи приводит к появлению ЭДС в другом элементе цепи, говорят, что эти два элемента **индуктивно связаны**, а возникающую ЭДС называют ЭДС взаимной индукции. Степень индуктивной связи элементов характеризуется коэффициентом связи (k_c).



$$k_C = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \le 1$$

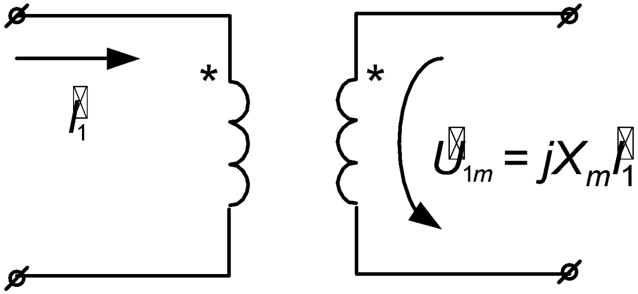
где M – взаимная индуктивность элементов цепи (размерность – Гн);
L_1 и L_2 -собственные индуктивности этих элементов.

Взаимная индуктивность (M) двух катушек зависит от числа витков, геометрических размеров магнитопровода и взаимного расположения катушек, а также от абсолютной магнитной проницаемости среды.

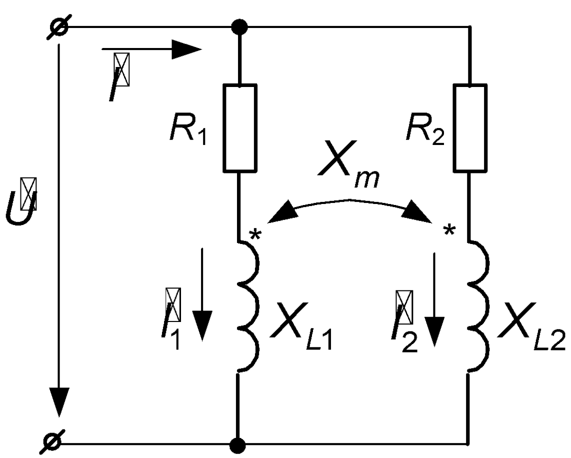
Два зажима называют **одноименными**, если при одинаковом направлении токов относительно этих зажимов магнитные потоки самоиндукции и взаимной индукции складываются. Такие выводы обозначают на схемах одинаковыми условными значками, например, точками или звездочками, (a_1 и a_2), (b_1 и b_2).

$x_M = \omega M = 2\pi f M$ - сопротивление взаимной индуктивности (размерность – Ом).

Электрические цепи
с магнитно-связанными элементами



Если направление обхода контура одного элемента и направление тока в индуктивно-связаном с ним элементе совпадают (т.е. одинаково ориентированы относительно одноимённых зажимов), то напряжение взаимной индукции первого элемента входит в уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа, со знаком «+».

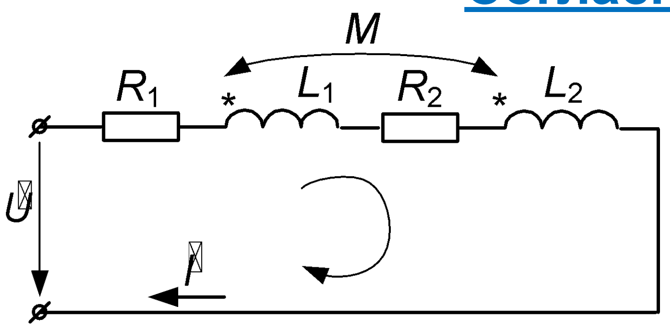


Система уравнений электрической цепи, составленных по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \\ \dot{U} = \dot{I}_1 r_1 + \dot{I}_1 jx_{L1} + \dot{I}_2 jx_M \\ \dot{U} = \dot{I}_2 r_2 + \dot{I}_2 jx_{L2} + \dot{I}_1 jx_M \end{cases}$$

Последовательное соединение индуктивно-связанных элементов

Согласное включение катушек

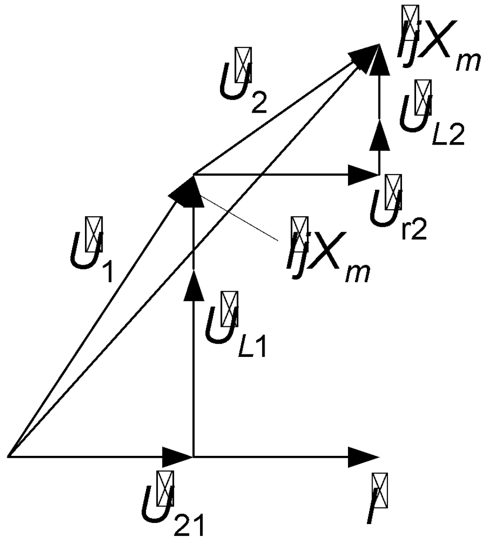


Уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа в символической форме.

$$\dot{U} = \dot{I}R_1 + \dot{I}j\omega L_1 + \dot{I}j\omega M + \dot{I}R_2 + \dot{I}j\omega L_2 + \dot{I}j\omega M = \dot{I}\left[(R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)\right]$$

Векторная диаграмма:

$$\underline{Z}_{согл} = (R_1 + R_2) + j(x_{L1} + x_{L2} + 2x_M)$$



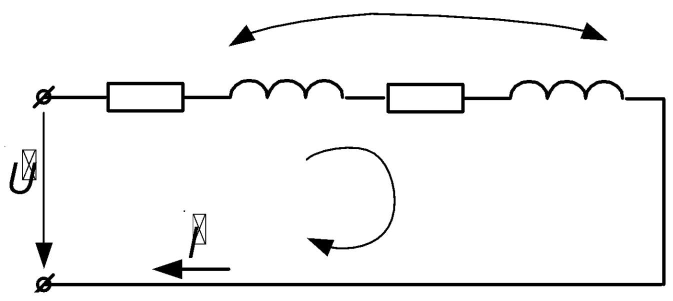
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{согл}}$$

Действующее значение тока в цепи:

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (x_1 + x_2 + 2x_m)^2}}$$

Последовательное соединение индуктивно-связанных элементов

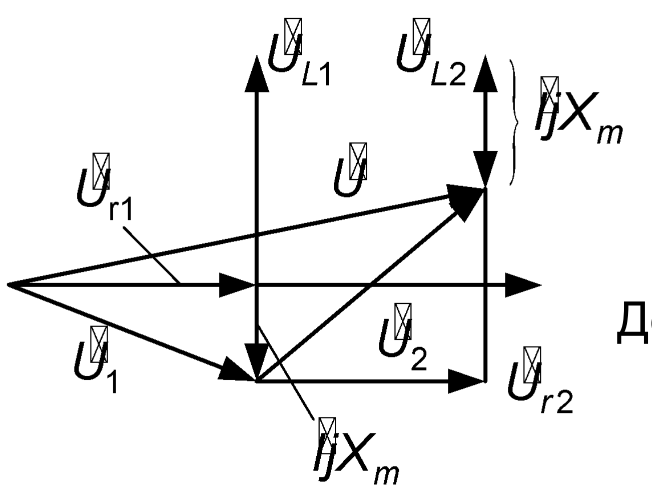
Встречное включение катушек



Уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа в символической форме.

$$\dot U = \dot I R_1 + \dot I j\omega L_1 - \dot I j\omega M + \dot I R_2 + \dot I j\omega L_2 - \dot I j\omega M = \dot I\left[(R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)\right]$$

Векторная диаграмма:



$$\underline{Z}_{встр} = (R_1 + R_2) + j(x_{L1} + x_{L2} - 2x_M)$$

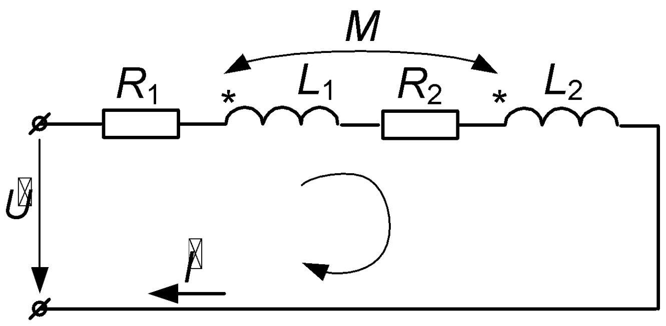
$$\dot I = \frac{\dot U}{\underline{Z}_{встр}}$$

Действующее значение тока в цепи:

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (x_1 + x_2 - 2x_m)^2}}$$

Определение взаимной индуктивности опытным путём

1) Последовательное соединение катушек (согласное и встречное).



1а) согласное включение катушек:

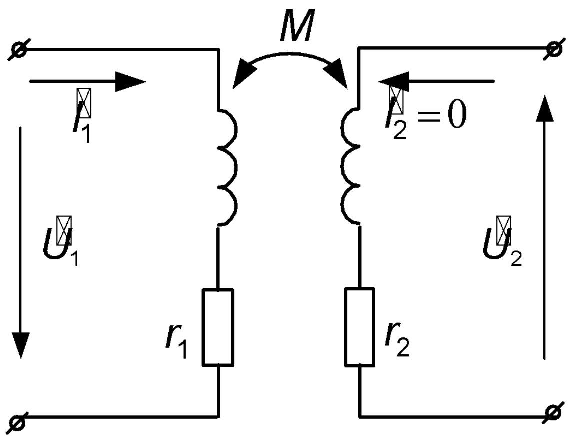
1б) встречное включение катушек:

$$x_{согл} = x_1 + x_2 + 2x_M$$
$$x_{встр} = x_1 + x_2 - 2x_M$$

$$x_M = \frac{x_{согл} - x_{встр}}{4}$$

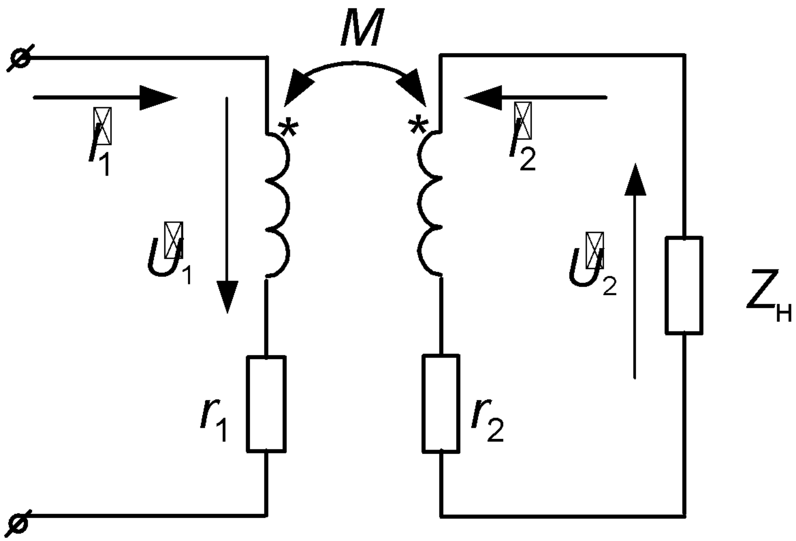
$$M = \frac{x_{согл} - x_{встр}}{4\omega}$$

2) Схема соединения трансформатора (опыт холостого хода).

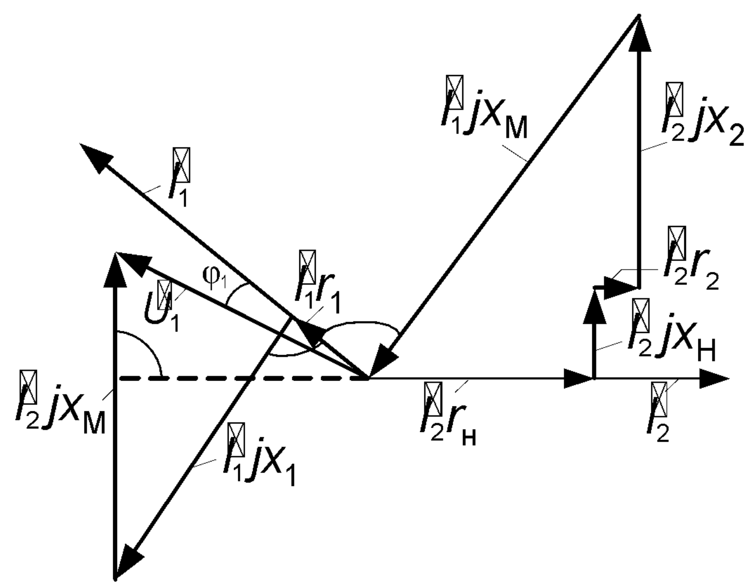


$$M = \frac{U_2}{\omega \cdot I_1} = \frac{U_2}{2\pi f \cdot I_1}$$

Уравнения и векторная диаграмма линейного трансформатора

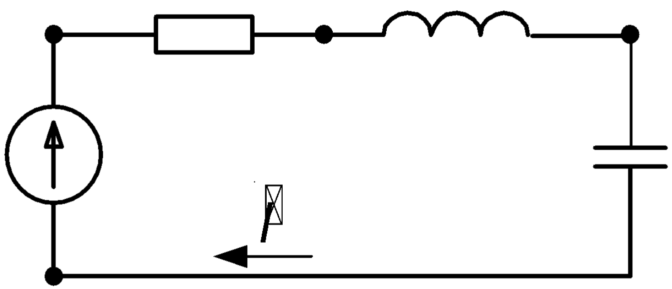


$$\begin{cases} \dot I_1 jx_{L1} + \dot I_2 jx_M + \dot I_1 R_1 = \dot U \\ \dot I_2 jx_{L2} + \dot I_1 jx_{M2} + \dot I_2 R_2 + \dot I_2 z_H = 0, \end{cases}$$



Топографическая диаграмма

- совокупность точек на комплексной плоскости изображающие комплексные значения потенциалов одноимённых точек электрической схемы. При построении топографической диаграммы потенциал любой одной точки схемы принимают равным нулю. Рассмотрим контур: ***dcbad.***



$$\dot{\varphi}_d = 0$$

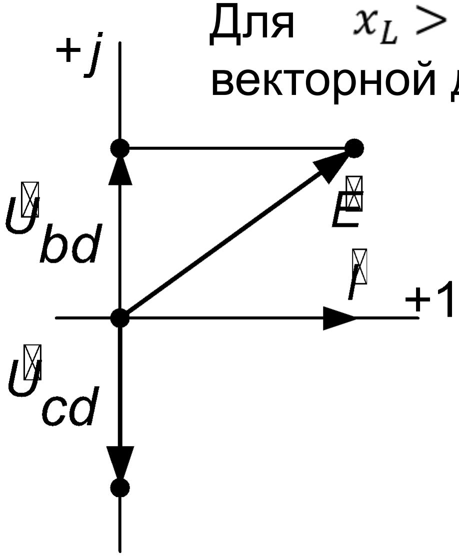
$$\dot{\varphi}_c = \dot{\varphi}_d + \dot{I}(-jx_C)$$

$$\dot{\varphi}_b = \dot{\varphi}_c + \dot{I} \cdot jx_L$$

$$\dot{\varphi}_a = \dot{\varphi}_b + \dot{I}R$$

$$\dot{\varphi}_d = \dot{\varphi}_a - \dot{E} = 0$$

Для $x_L > x_C$ построим топографическую диаграмму совмещённую с векторной диаграммой токов.



БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ !