

«Тиімдеу әдістері және операцияларды  
зерттеу»

---

**Дәріс 1. Тиімдеу әдістері және операцияларды зерттеу пәні  
Тиімдеу теориясының негізгі  
ұғымы-локалды және глобалды  
оптимум, шектеулі тиімдеу,  
шектеулер.**

---

Модель классификациясы және тиімдеу әдістері.  
Математикалық моделдердің операцияларын зерттеу.  
Операциялардың зерттеу әдістемелігі.

«Операцияларды зерттеу» соңғы жылдары жас ғылыми пән бола отыра көптеген жоғары оқу орындарының бағдарламаларына енуде. Шындығында адам өмір сүріп отырған қоғамда барлық игіліктерді толық пайдалану және игеру үшін көптеген есептердің шешімін табу қажет болады. Атап айтқанда-өндірісті қамтамасыз етуді ұйымдастыру, көлікті пайдалану, кадрларды орналастыру, өндіріс қорларын тиімді бөлу, тұрмыстық қызмет көрсету, денсаулық сақтау, байланыс, есептеу техникалары салаларында қызмет көрсетуде жалпы белгілері ұқсас зерттеу есептерді жүргізілуі мүмкін.

---

Мұндай есептерді шешу ортақ атпен «Операцияларды зерттеу есептері» деп біріктіріледі, олардың ұқсас бір мақсатқа бағытталған шаралары (әрекет жүйесі) бірдей әдістермен шешу мүмкіндігіне ие болады. Есептерді шешудің көптеген варианттары болуы мүмкін, сол вариант шешімдерін өзара салыстыра отырып ең тиімдісін таңдау үшін математикалық есептеулер жүргізуді ұйымдастыра білу қажет. Қандай жағдайда да шешім қабылдайтын адамдарға көмек беру, талдау жасай отырып, бір вариантты қабылдау. Сондықтан бұл оқу құралы жоғары оқу орындарында оқитын студенттерге «операцияларды зерттеу» пәнінен көмекші құрал ретінде ұсынылады. Қазіргі заман ғылыми-техникалық дамудың шарықтаған кезеңі, шын мәнінде компьютер ғасыры болғалы отыр.

---

Оның себептері өте көп. Күрделі техникалардың жылдам дамуы және өндіріске енуі, дербес компьютерлер мен есептеу техникаларының мүмкіндіктерінің артуы, басқарудың автоматтандырылған жүйелерінің енуі өмірдегі барлық облысты қамтып отыр. Мұндай жағдайда ғылымнан осы процестерді оптималды басқару ұсыныстары талап етіледі. Сондықтан тәжірибедегі қажеттілік өмірге арнайы ғылыми әдістердің жиынтығын «Операцияларды зерттеу» деген атпен алып келді. Бұл терминнің мағынасын адам қызыметінің мақсатқа бағытталған облыстарда тиімді шешімін табу үшін арнайы сандық математиалық әдістерді табу деп түсінеміз.

«Шешім» дегеніміз не? Белгілі бір мақсатқа жету үшін әр түрлі шаралар қабылданады. Оны ұйымдастырушы адамның әр түрлі мүмкіндіктері бар делік, және оны жүзеге асыру үшін әр түрлі техниканы қолданып немесе қорларды т.с.с., яғни «шешім» дегеніміз мүмкіндіктер қатарынан қандай да бір таңдау.

---

Шешім әр түрлі болуы мүмкін: жақсы немесе жаман, тиімді немесе тиімсіз, еркін немесе негізделген.

Шешім қабылдау қажеттілігі адам қоғамы пайда болудан басталды. Мысалы алғашқы қауымдық құрылыста аңды қалай аулау керек, қай жерден аулау керек, аңшыларды қалай орналастыру керек, немесе қарулану керек? Күнделікті өмірде де бір әр қадам басқан сайын шешім қабылдаймыз.

Ал сонда шешім қабылдаудың барлығы операцияны зерттеу ме? Мүлде олай емес. Операцияны зерттеу шешім қабылдауға математикалық аппараттарды қолданған кезде басталады. Тәжірибеде кейбір шешімдер арнайы математикалық аппаратсыз да шығарылады, олар көбінесе өмір сүру процесінде болып жатады.

---

Бірақ шешім қабылдауда жауапкершілікті қажет ететін жағдайлар көп болады. Мысалы бір жаңа қалада кәсіпорындар желісінің орналасуына және тұрғындар тұратын массивтерге сәйкес қоғамдық көлік жүргізілуін ұйымдастырсын. Оған келесі шешімдер қабылдансын: қандай көлік құралын, қай бағытта жүргізу қажет? Қайсы пункттерге аялдама жасау керек? Тәулік мезгілдеріне сәйкес көлік жиілігін қалай өзгерту керек? Бұл шешімдерден көптеген нәрселер тәуелді. Оның кейбірі қате таңдалатын болса, онда қаланың іскерлік өміріне әсер етуді мүмкін. Оған бұрынғы тәжірибеге сүйеніп дұрыс шешім қабылдауға болады. Ең дұрысы сол шешімдердің арнайы математикалық есептеулермен бекітілуі. Тағы бір айқын мысал қарастырайық.

---

Жоғары масштабты шаралардың ішінде солтүстік өзендердің бір бөлігін құрғақ аймақтарға бұру керек болсын. Мұндай жағдайда «еркін» шешім қабылдауға бола ма, немесе арнайы математикалық есептеулерден кейін, шешім қабылдау керек пе?

Міне осындай кездері операцияны зерттеудің қажеттілігі туады, яғни күрделі қатерлерден сақтандырып, уақыт, күш және материал қорларын үнемдеуге мүмкіндік береді.

Дегенмен алғаш рет «Операцияны зерттеу» термині екінші дүниежүзілік соғыс жылдарында кейбір елдерде (Америка, Англия) арнайы ғылыми топтар құру арқылы соғыс әрекеттерін жүргізу үшін жобалар жасау кезінде енгізді. Бұл шешімдер әр түрлі объектілерге күштер мен қаруларды бөлу үшін қолданылды.

---

Сондай-ақ соңғы жылдары операцияны зерттеу облысы кеңейді: өнеркәсіп, ауыл шаруашылығы, құрылыс, сауда, тұрмыстық қызмет көрсету, көлік, байланыс, денсаулық сақтау, табиғатты қорғау т.б. Қазіргі кезде математикалық моделдер мен операцияны зерттеу әдістерін қолданбайтын облысты табу қиын.

Осы пәннің ерекшелігін көрсету үшін кейбір есептерді қарастырайық.

**Кәсіпорынды қормен жабдықтау жоспары.** Белгілі бір шикізат түрлері орналасқан базалар мен оларды қолданатын кәсіпорындар белгілі болсын. Базалардан шикізаттар әр түрлі жолдармен (темір жол, су, автомобиль, әуе), тарифтері әр түрлі жеткізілсін. Сонда шикізатты тасымалдау шығындары минимал болатындай кәсіпорынды шикізатпен қамтамасыз ету жоспарын құру керек.

---

**Темір жол магистралінің бөлігін жүргізу.** Темір жол магистралінің белгілі бір бөлігін салу керек делік. Оған қажетті: құрылыс машиналары, жөндеу шеберханалары, жүк автомобильдері, адамдар т.б. бар.

Жұмысты ең аз мерзімде бітіру үшін құрылысты жоспарлау қажет (жұмыстарды кезекке қойып, адам және машиналарды үлестіру қажет).

**Мерзімдік тауарларды сату.** Мерзімдік тауарларды сатып арнайы сауда желілері бар болсын. Сату нәтижесінде максималды экономиканың тиімділік болатындай етіп тауар қорлары мен сатушыларды орналастыру қажет.

**Медициналық қызмет көрсету.** Белгілі бір аймақта қатерлі ауру шықты делік. Ауырғандарды анықтау үшін аймақ тұрғындарын медициналық зерттеуден өткізу керек. Оған материал қорлары, құрал-жабдық, медицина қызметкерлері бөлінсін. Бұл кезде ауырғандардың максимал санын анықтайтындай етіп медпунктерді орналастыру жоспарын табу қажет.

---

**Кітапханада қызмет көрсету.** Бір үлкен кітапханада абонентерден сураулар түссін. Кітапхана қорында жиі қолданылатын, сирек қолданылатын және қолданылмайтын кітаптар болсын.

Кітаптарды сөреге қою мүмкіндіктері сұрауын максимал түрде қанағаттандыратын қызмет көрсету жүйесін анықтау керек.

Осы мысалдарды қарастыратын болсақ, қолданылу облысы әр түрлі және белгілі мақсатқа бағытталған. Кейбір шарттар берілген. Сонда берілген шарттарға сәйкес қабылданған шешімдер тиімді болатындай іс-шаралары жүргізу қажет.

Ондай іс-шараларды жүргізу үшін операцияны зерттеуге негізделіп, алдын-ала есептеулер жүргізілуі тиіс.

**Операцияны зерттеудің негізгі ұғымдары мен принциптері.**

Операция дегеніміз бір мақсатты жүзеге асыру үшін бағытталған іс-шаралар (әрекеттер жүйесі). Операция қандай болмасын басқарылады, яғни оның ұйымдастыру параметрін табу өзімізге байланысты.

---

Кейбір жағдайларда зертеу нәтижесінде қатаң түрде бір ғана оптимал табылатын облыс ерекшеленді, және соның ішінде таңдалады.

Шешімге енетін параметрлер жиыны шешім элементтері деп аталады.

Шешім элементтері әр түрлі сандар, векторлар, функциялар болуы мүмкін.

Егер  $A_1, A_2, \dots, A_m$  жабдықтаушылардан  $B_1, B_2, \dots, B_n$  тұтынушыларға біртектес жүкті тасымалдау жоспары құрылатын болса, онда  $X_{ij}$  шешім элементтері болып табылады және  $A_i$  жабдықтаушыдан  $B_j$  – тұтынушыға жөнелтілген жүк мөлшерін көрсетеді.

$X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n}, X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n}, \dots, X_{m1}, X_{m2}, \dots, X_{mn}$  сандарының жиыны шешімді құрайды.

Зерттеудің қарапайым есептерінде элементтер саны аса көп болмайды.

Бірақ тәжірибелік мәні бар көптеген есептерде элементтер саны өте үлкен екенін көруге болады. Қысқаша түрде элементтер жиынын  $X$  деп белгілейміз және  $X$  шешімі деп атаймыз.

---

Операцияны зерттеуде шешім элементтерінен басқа берілген шарттар болады: Мысалы материалдар, құралдар, еңбек ресурстары, шикізат т. б. және шешімге қойылатын шектеулер. Олардың барлығы біріктіріліп «мүмкін шешімдер жиынын» құрайды. Бұл жиынды  $X$  деп белгілеген, оған енетін  $X$  шешімдерді  $X \in X$  деп жазамыз ( $X$  элементі  $X$  жиынына енеді). Жалпы, мұнда мүмкін шешімдер арасынан ең тиімдісі ізделінеді. әр түрлі шешімдерді тиімділігі бойынша салыстыру үшін сандық критерий алынуы тиіс, ол тиімділік көрсеткіші немесе «мақсат функция» деп аталады. Ол операция мақсатына бағытталды. Сондықтан  $W$  тиімділік көрсеткішін таңдау үшін өзіміз не іздейтінімізді нақты білуіміз керек. Мысалы операция нәтижесінде табыс мөлшері алынатын болса, онда ол максимум, ал тиімділік көрсеткіші шығындар болса, онда минимум табылуы тиіс және олар  $W_{\max}$ ,  $W_{\min}$  деп жазылады.

---

Көптеген жағдайларда операция нәтижесіне кездейсоқ факторлар әсер етеді (ауа райы, ұсыныс пен сұраныс т.б.) Мұндай кезде тиімділік критериіне максималданатын шаманың өзі емес, ал оның орташа мәні (математикалық күтілуі) алынады.

Кейбір жағдайларда операция кездейсоқ факторларға сүйене отырып  $A$  мақсатына ұмтылады, ол кезде аралық нәтижелер қызықтырмайды. Мұндай кезде тиімділік критериіне мақсатқа жету ықтималдығы  $P(A)$  алынады. Мысалы бір объекті жою үшін оқ атылатын болса, онда тиімділік көрсеткішіне объекті жою ықтималдығы алынады. Тиімділік көрсеткішін қате таңдау өте қауіпті, оның нәтижесінде көптеген шығындар болуы ықтимал.

Тиімділік критерин таңдау принципін көрсету үшін келесі мысалдарды қарастырайық.

Кәсіпорынды жабдықтау жоспары. Операция есебінің мақсаты – тасымалдауға минимал шығын жұмсай отырып шикізатпен қамтамасыз ету. Тиімділік көрсеткішін  $R$  десек, ол уақыт бірлігіндегі шикізат тасымалының жиынтық шығыны ( $R \min$ ).

---

Магистрал учаскісін салу. Мұнда құрылысты неғұрлым тезірек бітіру қажет. Бұл кезде тиімділік көрсеткішіне уақытты алатын болсақ, оған кездейсоқ факторлар әсер етуі мүмкін (техниканың сынып қалуы, т.б.) Сондықтан тиімділік көрсеткішіне орташа күту уақыты алынады. .

Мерзімдік тауарларды сату. Мұндағы тиімділік көрсеткішіне П-орташа күтілетін пайданы алуға болады ( $P_{max}$ ).

Жолдарды қардан тазарту. Жолдарды қардан тазартқанда экономикалық жағынан тиімді көрсеткіш уақыт бірлігінде жолға жұмсалатын шығындар  $R$ , оған жолды қорғау құрылғылары да енеді, мұнда  $R_{min}$ .

Медициналық тексеру жүргізу. Бұл кезде тиімділік көрсеткішіне инфекция жұққан  $Q$  ауру адамдардың ішінен табылған орташа пайызын алуға болады. ( $Q_{max}$ ).

---

Кітапханада қызмет көрсету. Кітапханада абоненттерге жоғары деңгейде қызмет көрсету ережесі жазылған. Егер қызмет көрсету сапасы уақыт бойынша есептелетін болса, онда тиімділік критериіне оқырманның күтетін  $T$  орташа уақытын алуға болады. ( $T_{\min}$ ). Сондай-ақ тиімділік көрсеткішіне уақыт бірлігінде берілген  $M$  кітап санын да алуға болады ( $M_{\max}$ ).

Қарастырылған мысалдарда тиімділік критериін табу оңай секілді көрінеді, бірақ тәжірибе жүзінде ол әлдеқайда күрделі.

### **Операцияның математикалық моделі.**

Зерттеудің кез-келген облысында сандық әдістерді қолдану үшін математикалық моделдер қажет. Модель құру процесінде нақты құбылыстар (біздің жағдайда - операция) міндетті түрде жеңілдетіледі, схема түріне келтіріледі және бұл схема математикалық аппарат көмегімен сипатталады. Математикалық модель зерттелген құбылыстық сипатын дәлірек көрсететін болса, онда оның нәтижесінде зерттеу пайдалы және табысты болады.

---

Математикалық модель құрудың жалпы тәсілі жоқ. Әрбір қарастырылатын операция жағдайына сәйкес және мақсатына бағытталып зерттеу есебіндегі анықталатын параметрлер мен факторларды сипаттайды.

Математикалық модель құру-зерттеудің ең жауапты бөлімі, оған тек математиканы білу ғана емес, модельденетін құбылыстың мәнін білу аса маңызды. Негізі «таза» математиктер модельді зерттелетін облыс мамандарымен бірігіп құрса, онда ойдағыдай сәтті модельдер алынады. Операцияны зерттеуде классикалық математикалық талдау бөлімдерімен қатар математиканың қазіргі заманғы жаңа білімдері: сызықтық, сызықтық емес, динамикалық программалау, ойын теориясы және статистикалық шешімдер, көпшілікке қызымет көрсету теориясы жиі қолданылады. Сонымен қатар ықтималдықтар теориясын білу де аса қажетті. Өкінішке орай инженерлер, биологтар, медиктер, химиктер арасында ықтималдықтар теориясын жақсы білетіндер кемде-кем, оған олар жоқ нәрседен ақпарат алатын «сиқырлы таяқ» ретінде қарайды.

---

Математикалық модель құруда қолданатын математикалық аппараттың күрделілігі әр түрлі болады. Ең қарапайым түрін алгебралық теңдеулер түрінде алуға болады. Одан күрделілерін динамикалық құбылыстарды дифференциалдық теңдеулер түрінде қарастырады. Егер құбылыс кездейсоқ факторлардан тәуелді болса, онда статистикалық модельдеу (Монте-Карло) қолданылады.

Операцияны зерттеуде аналитикалық модельдермен қатар статистикалық модельдер де кеңінен қолданылады. Бұл модельдердің жетістіктері де кемшіліктері де бар. Аналитикалық модельдер көбінесе оптимал шешімдер табуда қолданылады.

Статистикалық модельдер дәлірек және факторлар саны өте көп, сондықтан оптимал шешімдерді табу қиынырақ.

---

Операция негіздерін зерттеу облысында аналитикалық және статистикалық моделдерді бірге қолданғанда жақсы нәтижелер береді. Операцияны зерттеуде имитациялық моделдер де қолданады. Имитациялық моделдер міндетті түрде адамның қатысуымен жүретін процестерге қатысты, мысалы шахмат ойындарында жүрісті таңдаған соң ғана әрекет етеді, яғни белгілі бір уақыт өткенде математикалық модель іске қосылады. Келесі «шешім» тағы да жүріске байланысты. Осындай процестердің көп рет қайталану нәтижесінде адамдар дұрыс шешім қабылдауға үйренеді, ол оптимал немесе оптималға жуық болуы мүмкін. «соңғы жылдары басқару кадрларын дайындауға іскерлік ойындары» деп аталып кеңінен қолданылады.

---

НАЗАРЛАРЫҢЫЗҒА  
РАХМЕТ!!!