

Васильева Н.И.

Учитель информатики и ИКТ МОУ СОШ №35 г.
Белгорода

**Формы мышления. Алгебра
высказываний.
(Информатика, 10 класс)**

Презентационное сопровождение урока

Урок-лекция по теме:
«Основы логики. »

Тема урока:

**«Формы мышления. Алгебра
высказываний. »**

Цели урока:

- сформировать у учащихся понятие форм мышления;
- сформировать понятия: логическое высказывание, логические величины, логические операции.

Содержание

- Формы мышления
- Алгебра высказываний
- Задания для фронтальной работы
- Задания для командной работы
- Задания для индивидуальной работы
- Работа с обобщающей таблицей
- Кроссворд
- Подведение итогов
- Домашнее задание
- Рефлексия

Формы мышления



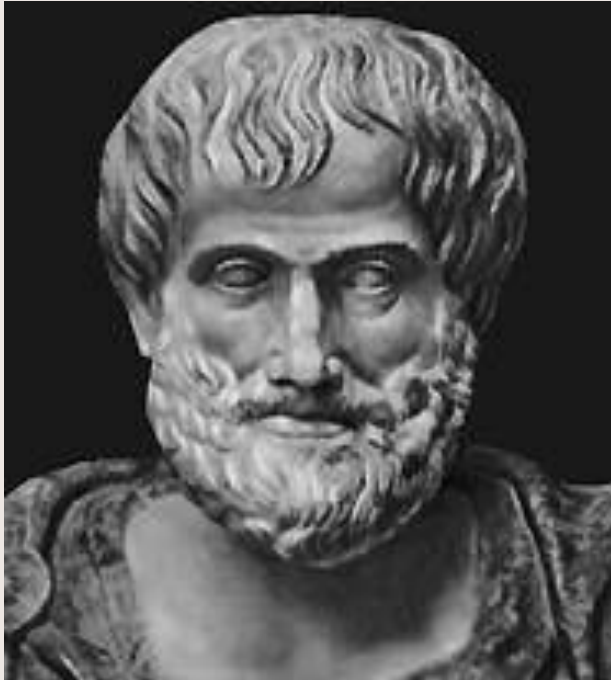
- Как человек мыслит?

- Что в нашей обыденной речи является высказыванием, а что - нет. Предложение «Кто последний?» — это высказывание или нет?
- Арифметическое умножение и логическое умножения. В чем сходство и различие?

- Познание истины— одна из важнейших потребностей человека. Каждый человек и человечество в целом стремятся к истине, добру и красоте. Все люди нуждаются в истинном знании, получении новой информации о мире, в котором они живут. Для чего? Для того, чтобы жить, что в данном случае означает ориентироваться в быстро меняющейся обстановке, принимать правильные решения и на их основе совершать правильные действия.
- Человек с древних времен стремился познать законы правильного мышления, т. е. логические законы. Законы развития есть у природы, общества, любой сложной системы и, конечно же, у самого мышления. Существует даже мнение, что всякое движение нашей мысли, постигающей истину, добро и красоту, опирается на логические законы. Мы можем не осознавать их, но вынуждены всегда следовать этим законам, чтобы жить в обществе, общаться с людьми, понимать их и быть понятыми. Наука логика помогает познанию этих законов.
- *Логика- наука, изучающая формы и законы человеческого мышления.*

Первые учения о формах и способах рассуждений возникли в странах Древнего Востока (Китай, Индия), но в основе современной логики лежат учения, созданные в 4 веке до нашей эры древнегреческими мыслителями. Основы формальной логики заложил Аристотель, который впервые отделил логические формы речи от ее содержания. Он исследовал терминологию логики, подробно разобрал теорию умозаключений и доказательств, описал ряд логических операций, сформулировал основные законы мышления.

АРИСТОТЕЛЬ (384-322 до н. э.)



Древнегреческий философ. Учился у Платона в Афинах; в 335 основал Ликей, или перипатетическую школу. Воспитатель Александра Македонского. Сочинения Аристотеля охватывают все отрасли тогдашнего знания. Основоположник формальной логики. создатель силлогистики. «Первая философия» (позднее названа метафизикой) содержит учение об основных принципах бытия: возможности и осуществлении, форме и материи, действующей причине и цели СИЛЛОГИСТИКА (от греч. syllogistikos — выводящий умозаключение), исторически первое, созданное Аристотелем учение о логической дедукции, в котором рассматриваются рассуждения в форме силлогизмов.

ЛЕЙБНИЦ Готфрид Вильгельм

(1 июля 1646, Лейпциг — 14 ноября 1716, Ганновер)



Немецкий математик, физик и философ, организатор и первый президент Берлинской академии наук. Вошел в историю математики прежде всего как создатель дифференциального и интегрального исчисления, комбинаторики, теории определителей. Но его имя стоит и в ряду выдающихся изобретателей счетных устройств; в 1694 году им было создано механическое устройство для расчетов. Лейбниц вплотную приблизился и к созданию математической логики: предложил использовать в логике математическую символику и впервые высказал мысль о возможности применения в ней двоичной системы счисления, которая позднее нашла применение в автоматических вычислительных машинах.

ДЖОРДЖ БУЛЬ

George Boole (2 ноября 1815 — 8 декабря 1864)



Английский математик и логик. Изучая самостоятельно математику и философию (Буль имел только начальное образование), в 1847 году он опубликовал работу "Математический анализ логики", в котором высказал идею, что логика более близка к математике, чем к философии. Работы 1847-го и 1854 годов положили начало алгебре логики, или булевой алгебре. Благодаря им в 1849 году Буль получил пост профессора математики Куинс-колледжа в графстве Корк (Ирландия), несмотря на то что не имел университетского образования.


В 1857 году Буль был избран членом Лондонского Королевского общества. Его работы оказали колоссальное влияние на развитие математического анализа, логики, теории вероятности. Сегодня идеи Буля используются во всех современных цифровых устройствах.

Логика изучает внутреннюю структуру процесса мышления, который реализуется в таких естественно сложившихся формах как понятие, суждение, умозаключение и доказательство.

Понятие.

Понятие - это форма мышления, отражающая наиболее существенные свойства предмета, отличающие его от других предметов.

В структуре каждого понятия нужно различать две стороны: содержание и объем.



Содержание понятия составляет совокупность существенных признаков предмета. Чтобы раскрыть содержание понятия, следует выделить признаки, необходимые и достаточные для выделения данного предмета по отношению к другим предметам.

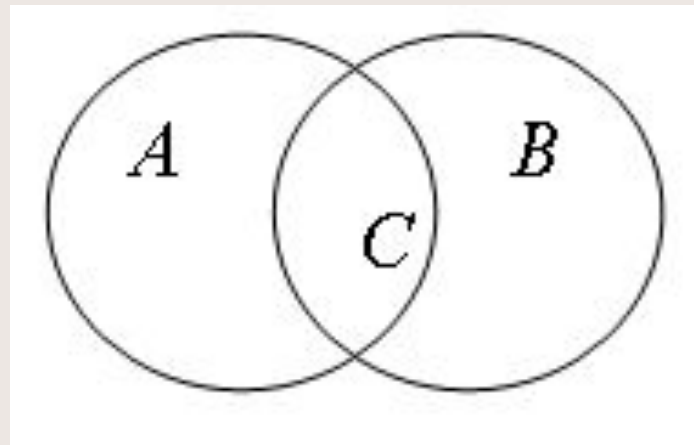
Объем понятия определяется совокупностью предметов, на которую оно распространяется, и может быть представлено в форме множества объектов, состоящего из элементов множества.

Алгебра множеств, одна из основополагающих современных математических теорий, позволяет исследовать отношения между множествами и, соответственно, объемами понятий.

Между множествами (объемами понятий) могут быть различные виды отношений:

- равнозначность, когда объемы понятий полностью совпадают;
- пересечение, когда объемы понятий частично совпадают;
- подчинения, когда объем одного понятия полностью входит в объем другого и т.д.

Для наглядной геометрической иллюстрации объемов понятий и соотношений между ними используются диаграммы Эйлера-Венна. Если имеются какие-либо понятия A , B , C и т.д., то объем каждого понятия (множество) можно представить в виде круга, а отношения между этими объемами (множествами) в виде пересекающихся кругов.

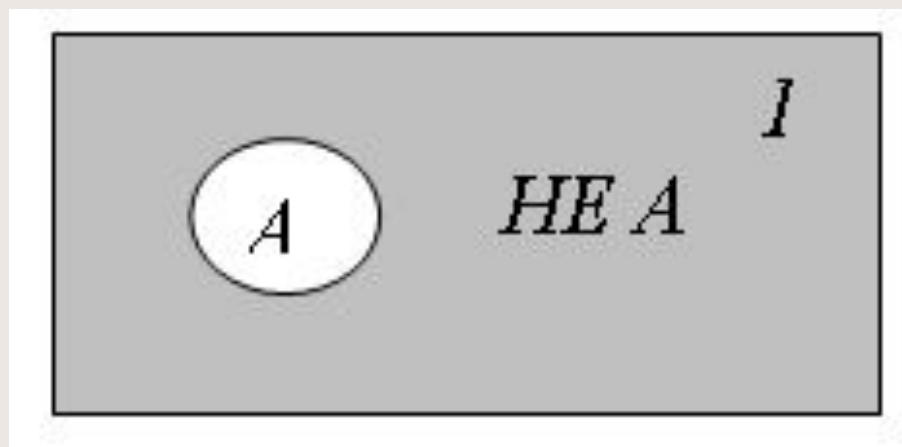


Отообразим с помощью диаграммы Эйлера-Венна соотношение между объемами понятий *натуральные числа* и *четные числа*.

Объем понятия *натуральные числа* включает в себя множество целых положительных чисел A , а объем понятия *четные числа* включает в себя множество отрицательных и положительных четных чисел B . Эти множества пересекаются, т.к. включают в себя множество положительных четных чисел C . Совокупность всех существующих множеств образует *всеобщее универсальное множество* I , которое позволяет отобразить множество логически противоположное к заданному. Так, если задано множество A , то существует множество $HE A$, которое объединяет все объекты, не входящие во множество A . Множество $HE A$ дополняет множество A до универсального множества I .



Отообразим с помощью диаграммы Эйлера-Венна множество натуральных чисел A и множество \overline{A} .
На диаграммы Эйлера-Венна универсальное множество I изображается в виде прямоугольника, множество A в форме круга, а множество \overline{A} в форме прямоугольник минус круг.



Высказывание.

Высказывание (суждение) - это форма мышления, выраженная с помощью понятий, посредством которой что-либо утверждают или отрицают о предметах, их свойствах и отношениях между ними.

О предметах можно судить верно или неверно, т.е. высказывание может быть *истинным* или *ложным*. Истинным будет суждение, в котором связь понятий правильно отражает свойства и отношения реальных вещей. Ложным суждение будет в том случае, когда связь понятий искажает объективные отношения, не соответствует реальной действительности.

Обоснование истинности или ложности простых высказываний решается вне алгебры логики. Например, истинность или ложность высказывания: "Сумма углов треугольника равна 180 градусов" устанавливается геометрией, причем — в геометрии Евклида это высказывание является истинным, а в геометрии Лобачевского — ложным.

В естественном языке высказывания выражаются повествовательными предложениями. Высказывание не может быть выражено повелительным или вопросительным предложением, оценка истинности или ложности которых невозможна. Высказывания могут выражаться с помощью математических, физических, химических и прочих знаков. Из двух числовых выражений можно составить высказывания, соединив их знаками равенства или неравенства.

Высказывание называется *простым*,
если никакая его часть сама не
является высказыванием.

Высказывание, состоящее из
простых высказываний,
называется *составным* (сложным).

Высказывания имеют определенную логическую форму. Понятие о предмете мысли называется *субъектом* и обозначается буквой *S*, а понятие о свойствах и отношениях предмета мысли называется *предикатом* и обозначается буквой *P*.

Оба эти понятия - субъект и предикат называются *терминами* суждения.

Отношения между субъектом и предикатом выражается *связкой* «есть», «не есть», «является», «состоит» и т.д.

Таким образом, каждое высказывание состоит из трех элементов - субъекта, предиката и связки (двух терминов и связки).

Состав суждения можно выразить общей формулой « S есть P » или « S не есть P ».

Определим, что в суждении «Компьютер состоит из процессора, памяти и внешних устройств» является субъектом, предикатом и связкой.

«Компьютер» - субъект, «процессора, памяти и внешних устройств» - предикат, «состоит» - связка.

Предикат.

В современной логике предикат рассматривается как функциональная зависимость. В общем случае предикат от n переменных (от n неопределенных понятий) выражается формулой:

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n), \text{ где } n > 0$$

При $n = 1$, когда один из терминов является неопределенным понятием, мы имеем предикат первого порядка, например, « x – человек».

При $n = 2$, когда два термина не определены, мы имеем предикат второго порядка, например, « x любит y ».

При $n = 3$, когда неопределены три термина, мы имеем предикат третьего порядка, например, « z – сын x и y ».

Умозаключение.

Умозаключение - это форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, называемых посылками, по определенным правилам логического вывода получается новое знание о предметах реального мира (вывод).

Умозаключения бывают дедуктивные, индуктивные и по аналогии.

В дедуктивных умозаклЮчениях рассуждения ведутся от общего к частному.

Например, из двух суждений:

«Все металлы электропроводны» и
«Ртуть является металлом»

путем умозаклЮчения можно сделать вывод, что:

«Ртуть электропроводна».

В индуктивных умозаключениях рассуждения ведутся от частного к общему.

Например, установив, что отдельные металлы - железо, медь, цинк, алюминий и т.д. - обладают свойством электропроводности, можно сделать вывод, что все металлы электропроводны.

Умозаключение по аналогии представляет собой движение мысли от общности одних свойств и отношений у сравниваемых предметов или процессов к общности других свойств и отношений.

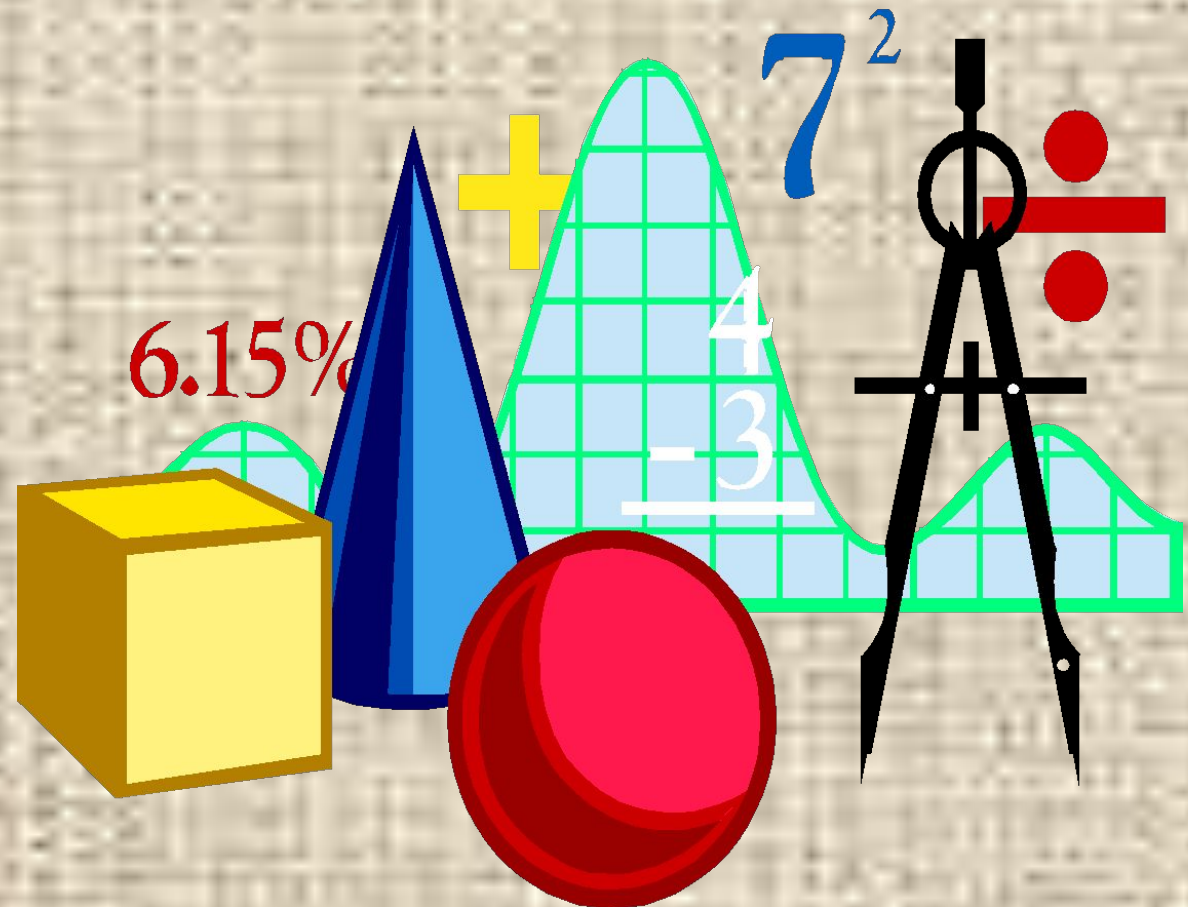
Например, химический состав Солнца и Земли сходен по многим показателям, поэтому, когда на Солнце обнаружили неизвестный еще на Земле химический элемент гелий, то по аналогии заключили: такой элемент есть и на Земле.

Доказательство.

Доказательство есть мыслительный процесс, направленный на подтверждение или опровержение какого-либо положения посредством других несомненных, ранее обоснованных доводов.

Доказательство по своей логической форме не отличается от умозаключения. Однако, если в умозаключении заранее исходят из истинности посылок и следят только за правильностью логического вывода, в доказательстве подвергается логической проверке истинность самих посылок.

Алгебра высказываний



Алгебра в широком смысле этого слова — наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые могут выполняться над различными математическими объектами (алгебра переменных и функций, алгебра векторов, алгебра множеств и т.д.). Объектами алгебры логики являются высказывания.

Алгебра логики отвлекается от смысловой содержательности высказываний. Ее интересует только один факт — истинно или ложно данное высказывание, что дает возможность определять истинность или ложность составных высказываний алгебраическими методами.

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются заглавными латинскими буквами:

$A = \{\text{Аристотель - основоположник логики}\}$

$B = \{\text{На яблонях растут бананы}\}.$

Истинному высказыванию ставится в соответствие 1, ложному — 0. Таким образом, $A = 1, B = 0$.

Составные высказывания на естественном языке образуются с помощью союзов, которые в алгебре высказываний заменяются на логические операции. Логические операции задаются таблицами истинности и могут быть графически проиллюстрированы с помощью диаграмм Эйлера-Венна.

Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ** (логическое умножение):

- в естественном языке соответствует союзу **и**;
- в алгебре высказываний обозначение **&**;
- в языках программирования обозначение **And**.

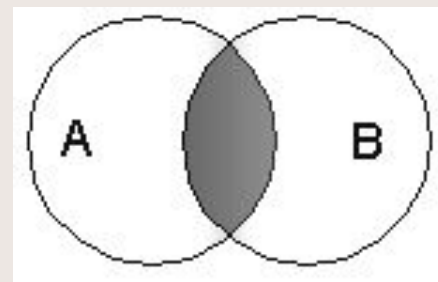
Конъюнкция - это логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

В алгебре множеств конъюнкции соответствует операция *пересечения множеств*, т.е. множеству получившемуся в результате умножения множеств *A* и *B* соответствует множество, состоящее из элементов, принадлежащих одновременно двум множествам.

Таблица истинности

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A&B</i>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Диаграмма Эйлера Венна



Логическая операция ДИЗЬЮНКЦИЯ (логическое сложение)

- в естественном языке соответствует союзу **или**;
- обозначение \vee ;
- в языках программирования обозначение **Or**.

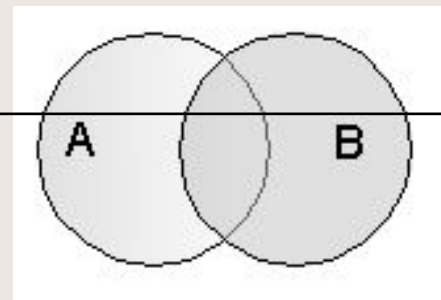
Дизъюнкция - это логическая операция, которая каждому двум простым высказываниям ставит в соответствие составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны и истинным, когда хотя бы одно из двух образующих его высказываний истинно.

В алгебре множеств дизъюнкции соответствует операция *объединения множеств*, т.е. множеству получившемуся в результате сложения множеств A и B соответствует множество, состоящее из элементов, принадлежащих либо множеству A , либо множеству B .

Таблица истинности

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Диаграмма Эйлера-Венна



Логическая операция ИНВЕРСИЯ (отрицание):

- в естественном языке соответствует словам **неверно, что...** и частице **не**;
- обозначение \neg ;
- в языках программирования обозначение **Not**;

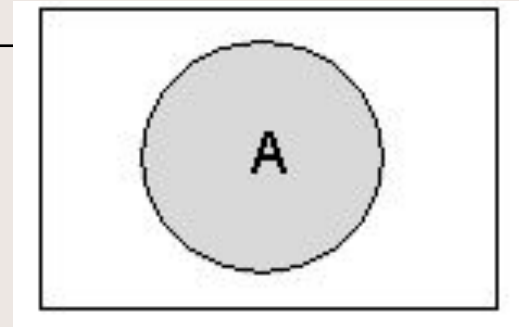
Отрицание - это логическая операция, которая каждому простому высказыванию ставит в соответствие составное высказывание, заключающееся в том, что исходное высказывание отрицается.

В алгебре множеств логическому отрицанию соответствует операция *дополнения до универсального множества*, т.е. множеству получившемуся в результате отрицания множества A соответствует множество \bar{A} , дополняющее его до универсального множества.

Таблица истинности

Диаграмма Эйлера-Венна

A	\bar{A}
0	1
1	0



Логическая операция ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следование):

- в естественном языке соответствует обороту **если ... , ТО ...**;
- обозначение \rightarrow .

Импликация - это логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложно.

A	B	A \Rightarrow B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Логическая операция ЭКВИВАЛЕНЦИЯ (равнозначность):

- в естественном языке соответствует оборотам речи **тогда и только тогда; в том и только в том случае;**
- обозначения \Leftrightarrow , \sim .

Эквиваленция – это логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или одновременно ложны.

A	B	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Определим истинность составного высказывания:
(не A & не B) & ($C \vee D$),
состоящего из простых высказываний:

A = {Принтер – устройство вывода информации},
 B = {Процессор – устройство хранения информации},
 C = {Монитор – устройство вывода информации},
 D = {Клавиатура – устройство обработки информации}.

Сначала на основании знания устройства компьютера
устанавливаем истинность простых высказываний:
 $A = 1, B = 0, C = 1, D = 0$.

Определим теперь истинность составного
высказывания, используя таблицы истинности
логических операций:

(не 1 & не 0) & (1 \vee 0) = (0 & 1) & (1 \vee 0) = 0

Составное высказывание ложно.

Определим какие из высказываний A , B , C должны быть истинны и какие ложны, чтобы было ложно логическое выражение

$$((A \vee B) \& B) \rightarrow C.$$

Импликация ложна на единственном наборе логических значений $(1, 0)$.

Значит, $((A \vee B) \& B) = 1, C = 0$.

Конъюнкция истинна на единственном наборе логических значений $(1, 1)$.

Значит, $(A \vee B) = 1$ и $B = 1$.

Дизъюнкция истинна при наборах логических значений $(0, 1)$ и $(1, 1)$.

Следовательно, существуют два набора логических значений, удовлетворяющих условию задачи:

$$(A = 0, B = 1, C = 0) \text{ и } (A = 1, B = 1, C = 0).$$

Логические выражения и таблицы истинности

Таблицу, показывающую, какие значения принимает составное высказывание при всех сочетаниях (наборах) значений входящих в него простых высказываний, называют *таблицей истинности* составного высказывания.

Составные высказывания в алгебре логики записываются с помощью логических выражений. Для любого логического выражения достаточно просто построить таблицу истинности.

Алгоритм построения таблицы истинности:

1. Подсчитать количество переменных n в логическом выражении;
2. Определить число строк в таблице, которое равно $m=2^n$;
3. Подсчитать количество логических операций в логическом выражении и определить количество столбцов в таблице, которое равно количеству переменных плюс количество операций;
4. Ввести названия столбцов таблицы в соответствии с последовательностью выполнения логических операций с учетом скобок и приоритетов;
5. Заполнить столбцы входных переменных наборами значений;
6. Провести заполнение таблицы истинности по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с установленной в п.4 последовательностью.

Наборы входных переменных, во избежание ошибок, рекомендуется перечислять следующим образом:

- а) разделить колонку значений первой переменной пополам и заполнить верхнюю часть колонки нулями, а нижнюю единицами;
- б) разделить колонку значений второй переменной на четыре части и заполнить каждую четверть чередующимися группами нулей и единиц, начиная с группы нулей;
- в) продолжать деление колонок значений последующих переменных на 8, 16 и т.д. частей и заполнение их группами нулей или единиц до тех пор, пока группы нулей и единиц не будут состоять из одного символа.

Для формулы $A \& (B \vee \text{не } B \& \text{не } C)$
построим таблицу истинности.

Количество логических переменных 3,
следовательно, количество строк в
таблице истинности должно быть
 $2^3 = 8$.

Количество логических операций в
формуле 5, следовательно количество
столбцов в таблице истинности должно
быть $3 + 5 = 8$.

A	B	C	\bar{B}	\bar{C}	$\bar{B} \ \& \ \bar{C}$	$B \vee (\bar{B} \ \& \ \bar{C})$	$A \ \& \ (B \vee \bar{B} \ \& \ \bar{C})$
0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1

Задания для фронтальной работы

1. Объясните, почему следующие предложения не являются высказываниями:
 - Какого цвета этот дом?
 - Число X не превосходит единицы.
 - $4X + 3$.
 - Посмотрите в окно.
 - Пейте томатный сок!
 - Эта тема скучна.
 - Рикки Мартин — самый популярный певец.
 - Вы были в театре?
2. Объясните, почему формулировка любой теоремы является высказыванием.
3. Приведите по два примера истинных и ложных высказываний из биологии, географии, информатики, истории, математики, литературы.

4. Из данных предложений выберите те, которые являются высказываниями, и обоснуйте свой выбор.

а) Коля спросил: «Который час?»

б) Как пройти в библиотеку?

в) Картины Пикассо слишком абстрактны.

г) Решение задачи — информационный процесс.

д) Число 2 является делителем числа 7 в некоторой системе счисления.

Решение. Высказываниями являются предложения г) и д), причем высказывание г) — истинно, а д) — ложно. Предложения а) и б) не являются повествовательными, следовательно, они не являются высказываниями.

В предложении в) содержится субъективная оценка, относительно истинности этого предложения сложно сделать какой-либо вывод. Однако если мы договоримся считать, что *картины Пикассо слишком абстрактны*, то это предложение станет истинным высказыванием.

5. Объясните, почему формулировка любой теоремы является высказыванием.

Решение. Все математические теоремы являются утвердительными предложениями. Большинство математических утверждений (теорем) являются высказываниями типа импликации или эквивалентности.

4. Из данных высказываний выберите истинные.

а) Город Джакарта — столица Индонезии.

б) Решение задачи — информационный процесс.

в) Число 2 является делителем числа 7 в некоторой системе счисления.

г) Меню в программе — это список возможных вариантов.

д) Для всех x из области определения выражения $\sqrt{x+1}$ верно, что $x + 2 > 0$.

е) Сканер — это устройство, которое может напечатать на бумаге то, что изображено на экране компьютера.

ж) II + VI > VIII.

з) Мышь — устройство ввода информации.

Ответ. Истинными являются высказывания а), б), г), д) и з).

6. В приведенных предложениях вместо многоточия поставьте подходящие по смыслу слова «необходимо», «достаточно», «необходимо и достаточно». Помните, что получившиеся высказывания должны быть истинными.

1. Для того чтобы число делилось на 4, ... чтобы оно было четным.
2. Чтобы число делилось на 3, ... чтобы оно делилось на 9.
3. Для того чтобы число делилось на 10, ... чтобы оно оканчивалось нулем.
4. Чтобы произведение двух чисел равнялось нулю, ... чтобы каждое из них равнялось нулю.

Ответы.

1. Необходимо;
2. Достаточно;
3. Необходимо и достаточно;
4. Достаточно.

5. Чтобы произведение двух чисел равнялось нулю, ... чтобы хоть одно из них равнялось нулю.
6. Чтобы умножить сумму нескольких чисел на какое-нибудь число, ... каждое слагаемое умножить на это число и произведения сложить.
7. Чтобы произведение нескольких чисел разделить на какое-нибудь число, ... разделить на это число только один из сомножителей, и полученное частное умножить на остальные сомножители.
8. Для того чтобы сумма двух чисел была числом четным, ... чтобы каждое из слагаемых было четным числом.
9. Для того чтобы число делилось на 10, ... чтобы оно делилось на 5.
10. Для того чтобы число делилось на 6, ... чтобы оно делилось на 2 и на 3.
11. Для того чтобы число делилось на 12, ... чтобы оно делилось на 2 и на 3.
12. Чтобы четырехугольник был квадратом, ... чтобы все его стороны были равны.

Ответы.

5. Необходимо и достаточно;
6. Достаточно;
7. Достаточно;
8. Достаточно;
9. Необходимо;
10. Необходимо и достаточно;
11. Необходимо;
12. Необходимо.

Задания для командной работы

Задание 1

Этимология названия логической операции	Название логической операции	Таблица Истинности Логической операции	Соответствующие операции в теории множеств	Пример высказывания, построенного с использованием логической связки
лат. <i>Inversio</i> — переворачивание				
лат. <i>Conjunctio</i> — связывание				
Лат. <i>Disjunctio</i> — разделение				
лат. <i>Implicatio</i> — переплетение				
лат. <i>Aequivalens</i> — равноценное				

*Задание 2. Формализовать теорему.
Для того чтобы квадратное уравнение имело
решение необходимо и достаточно, чтобы
дискриминант был неотрицательным.*

Решение.

*$A = \{\text{Квадратное уравнение имеет решение}\};$
 $B = \{\text{Дискриминант неотрицателен}\}.$*

*Теорема выражается сложным высказываем
(через логическую связку эквивалентность)*

$A \sim B.$

Задание 3.

1. В следующих высказываниях выделите простые, обозначив каждое из них буквой; защитите с помощью букв и знаков логических операций каждое составное высказывание.
 - a) Число 376 четное и трехзначное.
 - b) Зимой дети катаются на коньках или на лыжах.
 - c) Новый год мы встретим на даче или на Красной площади.
 - d) Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.
 - e) Если сейчас не солнечно, то пасмурно.
 - f) Земля имеет форму шара, который из космоса кажется голубым.
 - g) На уроке математики старшеклассники отвечали на вопросы учителя, а также писали самостоятельную работу.
 - h) Если вчера было воскресенье, то Дима вчера не был в школе и весь день гулял.
 - i) Если сумма цифр натурального числа делится на 3, то число делится на 3.
 - j) Число 15 делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма цифр числа 15 делится на 3.

Решение.

a) Выделим в сложном высказывании простые высказывания:

$A = \{\text{Число } 376 \text{ — четное}\}; B = \{\text{Число } 376 \text{ — трехзначное}\}.$

Исходное высказывание можно записать с помощью операции *конъюнкция* следующим образом: $A \& B$.

b) Исходное высказывание можно записать с помощью операции *дизъюнкция* следующим образом: $A \vee B$.

c) Следует использовать логическую операцию *разделительная дизъюнкция*.

d) Используемая логическая операция — *отрицание*.

e) Используемая логическая операция — *импликация*.

f) Выделим в сложном высказывании простые высказывания: $A = \{\text{Земля имеет форму шара}\}; B = \{\text{Земля из космоса кажется голубой}\}.$

Исходное высказывание можно записать с помощью операции *конъюнкция* следующим образом: $A \& B$.

g) Используемая логическая операция — *конъюнкция*.

h) Выделим в сложном высказывании простые высказывания:

$A = \{\text{Вчера было воскресенье}\};$

$B = \{\text{Дима вчера не был в школе}\};$

$C = \{\text{Дима вчера весь день гулял}\}.$

Исходное высказывание можно записать следующим образом: $A \rightarrow (B \& C)$.

i) Используемая логическая операция — *импликация*.

j) Используемая логическая операция — *эквивалентность*.

Задание 3. Заполните правую колонку таблицы названиями наиболее подходящих логических операций.

В естественном языке	В логике
...и...	
...или...	
Неверно, что...	
...хотя...	
...в том и только в том случае...	
...но...	
...а...	
...если... то...	
...однако...	
...тогда и только тогда, когда...	
Либо... либо...	
...необходимо и достаточно...	

Ответ.

В естественном языке	В логике
... и ...	конъюнкция
... или ...	дизъюнкция
Неверно, что ...	отрицание
... хотя ...	конъюнкция
... в том и только в том случае ...	эквивалентность
... но ...	конъюнкция
... а ...	конъюнкция
Если ..., то ...	импликация
... однако ...	конъюнкция
... тогда и только тогда, когда ...	эквивалентность
Либо ..., либо ...	строгая дизъюнкция
... необходимо и достаточно ...	эквивалентность
Из ... следует ...	импликация
... влечет ...	импликация
... равносильно ...	эквивалентность
... необходимо ...	импликация
... достаточно ...	обратная импликация

Задание 4. Постройте отрицания следующих высказываний:

- а) Сегодня в театре идет опера "Евгений Онегин".
- б) Каждый охотник желает знать, где сидит фазан.
- в) Число 1 есть простое число.
- г) Число 1 — составное.
- д) Натуральные числа, оканчивающиеся цифрой 0, являются простыми числами.
- е) Неверно, что число 3 не является делителем числа 198.
- ж) Коля решил все задания контрольной работы.
- з) Неверно, что любое число, оканчивающееся цифрой 4, делится на 4.
- и) Во всякой школе некоторые ученики интересуются спортом.
- к) Некоторые млекопитающие не живут на суше.

Ответы.

- а) Сегодня в театре *не* идет опера «Евгений Онегин».
- б) *Не* каждый охотник желает знать, где сидит фазан (*некоторые* охотники *не* желают знать, где сидит фазан).
- в) Число 1 *не* есть простое число (*не* является простым числом).
- г) Число 1 — *не* составное.
- д) Натуральные числа, оканчивающиеся цифрой 0, *не* являются простыми числами.
- е) Число 3 *не* является делителем числа 198.
- ж) *Неверно*, что Коля решил все задания контрольной работы (Коля *не* решил *некоторые* задания контрольной работы).
- з) Любое число, оканчивающееся цифрой 4, делится на 4.
- и) В *некоторых* школах все ученики *не* интересуются спортом.
- к) Все млекопитающие живут на суше.

Задание 5. Являются ли отрицаниями друг друга следующие предложения ?

- a) Он — мой друг. Он — мой враг.
- b) Большой дом. Небольшой дом.
- c) Большой дом. Маленький дом.
- d) $X > 2$. $X < 2$.

Ответы.

С отрицанием мы имеем дело только во втором случае.

Действительно, пусть

$A = \{\text{Он — мой друг}\}.$

Тогда $\text{Не } A = \{\text{Неверно, что он — мой друг}\}.$

Но то, что человек не является вашим другом, еще не означает, что он является вашим врагом.

Рассмотрим п. с).

Пусть $A = \{\text{Это большой дом}\},$

тогда $\text{Не } A = \{\text{Это небольшой дом}\}.$

Содержанием этого высказывания является и

$\{\text{Это маленький дом}\},$ и $\{\text{Это дом средних размеров}\}.$

Для п. d) отрицанием первого высказывания при любом x будет $x < 2.$

Задание 6. Пусть $p =$ Ане нравятся уроки математики, а $q =$ Ане нравятся уроки химии. Выразите следующие формулы на обычном языке:

- | | | | |
|--------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| а) $p \& q$; | г) $p \vee q$; | ж) $\overline{p \& q}$; | к) $p \rightarrow q$; |
| б) $\overline{p} \& q$; | д) $p \vee \overline{q}$; | з) $\overline{p \vee q}$; | л) $p \rightarrow \overline{q}$; |
| в) $p \& \overline{q}$; | е) $\overline{p} \vee \overline{q}$; | и) $\overline{p \& \overline{q}}$; | м) $\overline{p \rightarrow q}$. |

Ответы.

- а) Ане нравятся уроки математики и химии.
- б) Ане не нравятся уроки математики, но нравятся уроки химии.

- в) Ане нравятся уроки математики, но не нравятся уроки химии.
- г) Ане нравятся уроки математики или химии.
- д) Ане нравятся уроки математики или не нравятся уроки химии.
- е) Ане не нравятся уроки математики или химии.
- ж) Неправда, что Ане нравятся уроки математики и химии.
- з) Неправда, что Ане нравятся уроки математики или химии.
- и) Неправда, что Ане нравятся уроки математики и не нравятся уроки химии.
- к) Если Ане нравятся уроки математики, то ей нравятся и уроки химии.
- л) Если Ане нравятся уроки математики, то ей не нравятся уроки химии.
- м) Неправда, что если Ане нравятся уроки математики, то ей нравятся и уроки химии.

Задания для индивидуальной работы

Вариант 1

1. Даны два высказывания:

$A = \{\text{Число } 5 \text{ — простое}\}$, $B = \{\text{Луна — спутник Венеры}\}$.

Очевидно, что $A = 1$, $B = 0$.

Сформулируйте на русском языке высказывания, соответствующие данным формулам.

Какие из них истинны?

а) \bar{A} ; б) $A \& B$; в) $A \sim B$.

2. Даны следующие элементарные высказывания:

$A = \{\text{Река Волга впадает в Черное море}\}$, $B = \{45 \text{ — составное число}\}$, $C = \{\text{Вена — столица Венгрии}\}$, $D = \{1 \text{ — натуральное число}\}$.

Определите, какие из них истинные, а какие ложные.

Применяя каждый раз только одну из двух логических операций (\neg , \vee) к высказываниям A , B , C и D , составьте сложные высказывания. Сложные высказывания, получаемые с использованием бинарных операций, должны зависеть от двух переменных. Сколько новых сложных высказываний можно получить с помощью инверсии? дизъюнкции? Сколько среди них будет истинных? Ответ оформите в виде таблицы.

	инверсия	дизъюнкция
Кол-во новых		
Из них истинных		

3. Найдите значения логических выражений:

а) $(1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$;

в) $(0 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$;

д) $1 \& (1 \& 1) \& 1$;

ж) $((1 \& 0) \vee (1 \& 0)) \vee 1$;

4. Даны два простых высказывания:

$$A = \{2 \cdot 2 = 4\}, B = \{2 \cdot 2 = 5\}.$$

Какие из составных высказываний истинны:

а) не A ;

в) $A \& B$;

д) $A \rightarrow B$.

5. Построить таблицу истинности для следующей формулы:

а) $A \vee (B \vee \text{не } B \rightarrow \text{не } C)$

Вариант 2

1. Даны два высказывания:

$A = \{\text{Число } 5 \text{ — простое}\}$, $B = \{\text{Луна — спутник Венеры}\}$.

Очевидно, что $A = 1$, $B = 0$.

Сформулируйте на русском языке высказывания, соответствующие данным формулам. Какие из них ложны?

а) \bar{B} ; б) $A \vee B$; в) $A \oplus B$.

2. Даны следующие элементарные высказывания:

$A = \{\text{Река Днепр впадает в Черное море}\}$, $B = \{45 \text{ — простое число}\}$, $C = \{\text{Вена — столица Австрии}\}$, $D = \{0 \text{ — натуральное число}\}$.

Определите, какие из них истинные, а какие ложные. Применяя каждый раз только одну из двух логических операций (\rightarrow , \sim) к высказываниям A , B , C и D , составьте сложные высказывания. Сложные высказывания, получаемые с использованием бинарных операций, должны зависеть от двух переменных. Сколько новых сложных высказываний можно получить с помощью импликации? эквивалентности? Сколько среди них будет ложных? Ответ оформите в виде таблицы.

	импликация	эквивалентность
Кол-во новых		
Из них ложных		

3. Найдите значения логических выражений:

б) $((1 \vee 0) \vee 1) \vee 1$;

г) $(0 \& 1) \& 1$;

е) $((1 \vee 0) \& (1 \& 1)) \& (0 \vee 1)$;

з) $((1 \& 1) \vee 0) \& (0 \vee 1)$.

4. Даны два простых высказывания:

$$A = \{2 \cdot 2 = 4\}, B = \{2 \cdot 2 = 5\}.$$

Какие из составных высказываний истинны:

б) не В;

г) $A \vee B$;

е) $A \Leftrightarrow B$.

5. Построить таблицу истинности для следующей формулы:

б) $A \& (B \& \text{не } B \rightarrow \text{не } C)$

Связка	Название	Обозначение	Высказывание, получаемое с помощью связки	Математическая запись сложного высказывания
И	Конъюнкция	$\&, \wedge, \cdot$	A и B	$A \& B, A \wedge B, A \cdot B$
Или	Дизъюнкция	$\vee, +$	A или B	$A \vee B, A + B$
Не	Отрицание, инверсия	$\neg, \bar{\quad}$	не A	$\neg A, \bar{A}$
Если ..., то	Импликация	\rightarrow, \Rightarrow	если A , то B	$A \rightarrow B, A \Rightarrow B$
Либо ..., либо	Исключающее ИЛИ, неравнозначность	\oplus, Δ	либо A , либо B	$A \oplus B, A \Delta B$
...тогда и только тогда, когда... ...необходимо и достаточно...	Эквивалентность, равнозначность	$\Leftrightarrow, \sim, \equiv$	A тогда и только тогда, когда B . Для того чтобы A необходимо и достаточно, чтобы B	$A \Leftrightarrow B, A \sim B, A \equiv B$

Отгадайте!

Вариант 1.

По горизонтали:

1. Прием мышления, посредством которого из исходного знания получается новое знание.
3. Логическое сложение.
5. Немецкий ученый, философ, логик.
8. Мысль, в которой что-либо утверждается или отрицается.
9. Логическая связка.
10. Одно из двух возможных значений, которые могут принимать логические формулы; правда.

По вертикали:

2. Логическое умножение.
4. Отрицание.
6. Наука о законах и формах мышления.
7. Частица, используемая для образования сложного высказывания.

1					2							
---	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--

3								4	
---	--	--	--	--	--	--	--	---	--

5						
---	--	--	--	--	--	--

6

8						
---	--	--	--	--	--	--

7

9

10				
----	--	--	--	--

¹ у	м	о	з	а	² к	л	ю	ч	е	н	и	е
----------------	---	---	---	---	----------------	---	---	---	---	---	---	---

о

н

³ д	и	з	ъ	ю	н	к	ц	⁴ и	я
----------------	---	---	---	---	---	---	---	----------------	---

ю

н

⁵ л	е	й	б	н	и	ц
----------------	---	---	---	---	---	---

в

к

⁶л

е

ц

о

р

⁸ с	у	ж	д	е	н	и	е
----------------	---	---	---	---	---	---	---

г

с

⁷и

я

⁹и

и

л

к

я

¹⁰и

с

т

и

н

а

Вариант 2.

По горизонтали:

2. Мысль, в которой что-либо утверждается или отрицается.
5. Это повествовательное предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно.
6. Логическое умножение.
7. Логическое сложение.
9. Форма мышления, в которой отражаются существенные признаки отдельного предмета или класса однородных предметов.
10. Наука о законах и формах мышления.

По вертикали:

1. Частица, используемая для образования сложного высказывания.
3. Прием мышления, посредством которого из исходного знания получается новое знание.
4. Одно из двух возможных значений, которые могут принимать логические формулы.
8. Отрицание.

¹н

²с ³у ж д е н ⁴и е

м
о с
т

⁵в ы с к а з ы в а н и е

а н
а

⁶к о н ь ю н к ц и я

л
⁷д и з ь ю н к ц ⁸и я

ч н

⁹п о н я т и е в

н е

¹⁰л о г и к а р

е с

Подведение итогов урока

Произнесите определения основных новых понятий

Домашнее задание

Уровень знания: выучить основные определения, знать обозначения.
п.3.1-3.3

Уровень понимания:

3.2. Определить, что является субъектом, предикатом и связкой в следующих суждениях:

- 1) Сканер — это устройство ввода информации.
- 2) Луна является спутником Земли.
- 3) Атом состоит из ядра и электронов.

3.7. Выделите в составных высказываниях простые. Обозначьте каждое из них буквой; запишите с помощью логических операций каждое составное высказывание.

- 1) Число 376 четное и трехзначное.
- 2) Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.
- 3) Если сумма цифр числа делится на 3, то число делится на 3
- 4) Число 15 делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма цифр числа 15 делится на 3

3.3. Приведите примеры понятий, суждений, умозаключений и доказательств из различных наук: математики; информатики; физики и химии.

3.12. Даны простые высказывания:

$A = \{\text{Принтер} - \text{устройство ввода информации}\},$

$B = \{\text{Процессор} - \text{устройство обработки информации}\},$

$C = \{\text{Монитор} - \text{устройство хранения информации}\},$

$D = \{\text{Клавиатура} - \text{устройство ввода информации}\}.$

Определите истинность составных высказываний:

а) $(A \& B) \& (C \vee D);$ б) $(A \& B) \rightarrow (C \vee D);$

в) $(A \vee B) \Leftrightarrow (C \& D);$ г) $\text{не } A \Leftrightarrow \text{не } B.$

Уровень применения:

3.6. Изобразите в декартовой прямоугольной системе координат область, в которой и только в которой истинны следующие предикаты второго порядка:

а) $(Y \geq X) \text{ и } (Y + X \geq 0) \text{ и } (Y \leq 1)$;

б) $(|X| \leq 1) \text{ и } (|Y| \leq 1)$.

3.19. Докажите с помощью таблиц истинности равносильность следующих логических выражений:

а) $(A \rightarrow B) \& (A \vee \text{не } B)$;

б) $(A \Leftrightarrow B) \& (A \& B) \vee (\text{не } A \& \text{не } B)$.

Рефлексия

Метод «КЛЮЧЕВОЕ СЛОВО».

Поочередно назовите вслух свое
ключевое слово,

лишь одно слово, с которым
ассоциируются содержание (или
оценка) состоявшегося дела,
взаимодействия и его результаты.