ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СУММЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ПРОИЗВЕДЕНИЕ.

Формулы сложения:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \cdot tg\beta}$$

Формулы двойного аргумента:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$tg\,2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha} \quad \left(\alpha \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z\right)$$

*

Формулы половинного аргумента:

$$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2} \qquad 1-\cos\alpha=2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2} \qquad 1+\cos\alpha=2\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

$$tg^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha} \qquad \left(\alpha\neq\pi+2\pi n, n\in Z\right)$$

$$tg\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}, \qquad \left(\alpha\neq\pi n, n\in Z\right)$$

$$tg\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}, \qquad \left(\alpha\neq\pi+2\pi n, n\in Z\right)$$

№27.54: Решите уравнение $1-\cos x = 2\sin\frac{x}{2}$

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$$

$$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$$

$$tg^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$$

Решение: Воспользуемся формулой понижения аргумента для косинуса:

$$2\sin^2\frac{x}{2} = 2\sin\frac{x}{2}$$

$$\sin^2\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2} = 0$$

$$\sin\frac{x}{2}\left(\sin\frac{x}{2} - 1\right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin\frac{x}{2} = 0 \\ \sin\frac{x}{2} = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x}{2} = \pi n \\ \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2\pi n, n \in Z \\ x = \pi + 4\pi n, n \in Z \end{array}\right.$$

*

$$Ответ: 2\pi n; \pi + 4\pi n, n \in Z$$

№27.54: Решите уравнение $1-\cos x = \sin x \cdot \sin\frac{x}{2}$

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$$
$$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$$
$$tg^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$$

Решение: Воспользуемся формулой понижения аргумента для косинуса и синуса:

$$2\sin^2\frac{x}{2} = \sin x \cdot \sin\frac{x}{2}$$

$$2\sin^2\frac{x}{2} = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\cdot\sin\frac{x}{2}$$

$$\sin^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = 0$$

$$\sin\frac{x}{2}\left(1-\cos\frac{x}{2}\right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin\frac{x}{2} = 0 \\ \cos\frac{x}{2} = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x}{2} = \pi n \\ \frac{x}{2} = 2\pi n \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2\pi n, n \in Z \\ x = 4\pi n, n \in Z \end{array}\right.$$

$$Ответ: 2\pi n, n \in Z$$

*

Решите уравнение (Всесибирская олимпиада 2017)

$$\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = 2$$

Решение: Воспользуемся формулой понижения степени

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$$

$$\frac{1-\cos 2x}{2} + \frac{1-\cos 4x}{2} + \frac{1-\cos 6x}{2} = 2$$

$$3 - \cos 2x - \cos 4x - \cos 6x = 4$$

$$\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = -1$$

Рассмотрим выражение

$$\sin(a+b)+\sin(a-b)=$$

$$=\sin a\cdot\cos b+\cos a\cdot\sin b+$$

$$+\sin a\cdot\cos b-\cos a\cdot\sin b=$$

$$=2\sin a\cdot\cos b$$

$$\sin(a+b)+\sin(a-b)=2\sin a\cos b$$

$$\sin(a+b)+\sin(a-b)=2\sin a\cos b$$

$$Если\begin{cases}a+b=x\\a-b=y\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{x+y}{2}\\b=\dfrac{x-y}{2}\end{cases}$$

$$\boxed{\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}}$$

Преобразовать в произведение: $\sin 50° + \sin 40°$

$$Решение: \sin 50° + \sin 40° =$$

$$= 2\sin\frac{50° + 40°}{2}\cos\frac{50° - 40°}{2} =$$

$$= 2\sin 45° \cos 5° = \sqrt{2}\cos 5°.$$

Рассмотрим следующую формулу:

$$\sin x - \sin y = \sin x + \sin\left(-y\right) =$$

$$= 2\sin\frac{x+\left(-y\right)}{2}\cos\frac{x-\left(-y\right)}{2} =$$

$$= 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$$

$$\boxed{\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}}$$

*

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$$

Выведем формулу суммы косинусов:

$$\cos x + \cos y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) =$$

$$= 2\sin\frac{\frac{\pi}{2} - x + \frac{\pi}{2} - y}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{2} + y}{2} =$$

$$= 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{-x+y}{2}\right) =$$

$$= 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\boxed{\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}}$$

Аналогично выводится формула разности косинусов:

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

*

Выведем формулу суммы тангенсов:

$$tgx + tgy = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\sin y}{\cos y} =$$

$$= \frac{\sin x \cos y + \sin y \cos x}{\cos x \cos y} = \frac{\sin(x + y)}{\cos x \cos y}$$

$$\boxed{tgx + tgy = \frac{\sin(x + y)}{\cos x \cos y}}$$

*

Выведем формулу разности тангенсов:

$$tgx - tgy = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} =$$

$$= \frac{\sin x \cos y - \sin y \cos x}{\cos x \cos y} = \frac{\sin(x - y)}{\cos x \cos y}$$

$$\boxed{tgx - tgy = \frac{\sin(x - y)}{\cos x \cos y}}$$

*

Выучить наизусть:

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$tgx + tgy = \frac{\sin\left(x+y\right)}{\cos x\cos y}$$

$$tgx - tgy = \frac{\sin\left(x-y\right)}{\cos x\cos y}$$

Решите уравнение (Всесибирская олимпиада 2017)

$$\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = 2$$

Решение: Воспользуемся формулой понижения степени

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$$

$$\frac{1-\cos 2x}{2} + \frac{1-\cos 4x}{2} + \frac{1-\cos 6x}{2} = 2$$

$$3 - \cos 2x - \cos 4x - \cos 6x = 4$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = -1$$

$$\cos 2x + \cos 6x + \cos 4x = -1$$

$$2\cos 4x \cdot \cos(-2x) + \cos 4 \quad = -1$$

$$2\cos 4x \cdot \cos 2x + \cos 4 \quad = -1$$

*

$$2\cos 4x\cdot\cos 2x+\cos 4\quad=-1$$

$$2\left(2\cos^2 2x-1\right)\cdot\cos 2x\;+2\quad{}^{2}2\quad-1=-1$$

$$4\cos^3 2x+2\cos^2 2x\;-2\quad 2\quad=0$$

$$2cos2x\left(2\cos^2 2x+\cos 2x-1\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} cos2x=0 \\ \cos 2x=-1 \\ \cos 2x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\dfrac{\pi}{2}+\pi n, \\ 2x=\pi+2\pi n, \\ 2x=\pm\dfrac{\pi}{3}+2\pi n, \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi n}{2},n\in Z \\ x=\dfrac{\pi}{2}+\pi n,n\in Z \\ x=\pm\dfrac{\pi}{6}+\pi n,n\in Z \end{array}\right.$$

$$\textit{Ответ}:\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2};\frac{\pi}{2}+\pi n;\pm\frac{\pi}{6}+\pi n,n\in Z$$

Задания для закрепления изученного материала

№28.8. Представить в виде произведения:

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$
$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$a)\sin 5x+2\sin 6x+\sin 7x$

$$\textit{Решение}:\sin 5x+2\sin 6x+\sin 7x=\sin 5x+\sin 7x+2\sin 6x=$$

$$=2\sin 6x\cdot\cos(-x)+2\sin 6x=2\sin 6x(\cos x+1)=$$

$$=2\sin 6x\cdot 2\cos^2\frac{x}{2}=4\sin 6x\cdot\cos^2\frac{x}{2}$$

*

Задания для закрепления изученного материала

№28.8. Представить в виде произведения:

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$б)2\cos x+\cos 2x+\cos 4x$

$$Решение: 2\cos x+\cos 2x+\cos 4x=2\cos x+2\cos 3x\cdot\cos x=$$

$$=2\cos x\left(1+\cos 3x\right)=2\cos x\cdot 2\cos^2\frac{3x}{2}= \ 4\cos x\cdot\cos^2\frac{3x}{2}$$

Задания для закрепления изученного материала

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

№28.11. Упростите выражение:

$$\frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)}$$

$$Решение: \frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)}=\frac{-2\sin\alpha\sin(-\beta)}{2\sin\beta\cos\alpha}=$$

$$=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=tg\alpha$$

*

Задания для закрепления изученного материала

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$
$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

№28.10. Упростите выражение:

$$\frac{\sin 2x+\sin 6x}{\cos 2x+\cos 6x}$$

$$Решение:\frac{\sin 2x+\sin 6x}{\cos 2x+\cos 6x}=\frac{2\sin 4x\cos 2x}{2\cos 4x\cos 2x}= tg4x$$

*

Задания для закрепления изученного материала

№28.12. Упростите выражение:

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\frac{\sin x+\sin 2x+\sin 3x}{\cos x+\cos 2x+\cos 3x}$$

$$\textit{Решение}:\frac{\sin x+\sin 2x+\sin 3x}{\cos x+\cos 2x+\cos 3x}=\frac{\sin x+\sin 3x+\sin 2x}{\cos x+\cos 3x+\cos 2x}=$$

$$=\frac{2\sin 2x\cos x+\sin 2x}{2\cos 2x\cos x+\cos 2x}=\frac{\sin 2x\left(2\cos x+1\right)}{\cos 2x\left(2\cos x+1\right)}=tg\,2x$$

Задания для закрепления изученного материала

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$
$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

№28.14. Вычислите: $\dfrac{\cos 68^\circ-\cos 22^\circ}{\sin 68^\circ-\sin 22^\circ}$

$$\textit{Решение}:\frac{\cos 68^\circ-\cos 22^\circ}{\sin 68^\circ-\sin 22^\circ}=\frac{-2\sin 45^\circ\sin 23^\circ}{2\sin 23^\circ\cos 45^\circ}=-1$$

*

Задания для закрепления изученного материала

№28.14. Вычислите: $\dfrac{\sin 130^\circ + \sin 110^\circ}{\cos 130^\circ + \cos 110^\circ}$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\textit{Решение}: \frac{\sin 130^\circ + \sin 110^\circ}{\cos 130^\circ + \cos 110^\circ} = \frac{2\sin 120^\circ \cos 10^\circ}{2\cos 120^\circ \cos 10^\circ} = tg120^\circ = -\sqrt{3}$$

*

Задания для закрепления изученного материала

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$
$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

№28.14. Вычислите: $\dfrac{\sin\frac{7\pi}{18}-\sin\frac{\pi}{9}}{\cos\frac{7\pi}{18}-\cos\frac{\pi}{9}}$

$$\textit{Решение}: \frac{\sin\frac{7\pi}{18}-\sin\frac{\pi}{9}}{\cos\frac{7\pi}{18}-\cos\frac{\pi}{9}}=\frac{2\sin\left(\dfrac{\frac{7\pi}{18}-\frac{2\pi}{18}}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\frac{7\pi}{18}+\frac{2\pi}{18}}{2}\right)}{-2\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{5\pi}{36}}=$$

$$=\frac{2\sin\frac{5\pi}{36}\cos\frac{\pi}{4}}{-2\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{5\pi}{36}}=-1$$

*

Задания для закрепления изученного материала

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$
$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

№28.19. Вычислите:

$$\sin 20^\circ+\sin 40^\circ-\cos 10^\circ$$

$$\textit{Решение}: \sin 20^\circ+\sin 40^\circ-\cos 10^\circ=$$

$$=2\sin 30^\circ\cos 10^\circ-\cos 10^\circ=\cos 10^\circ-\cos 10^\circ=0$$

Задания для закрепления изученного материала

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$
$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

№28.19. Вычислите:

$$\cos 85^\circ+\cos 35^\circ-\cos 25^\circ$$

$$\textit{Решение}:\cos 85^\circ+\cos 35^\circ-\cos 25^\circ=$$
$$=2\cos 60^\circ\cos 25^\circ-\cos 25^\circ=\cos 25^\circ-\cos 25^\circ=0$$

Задания для закрепления изученного материала

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$
$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

№28.15. Вычислите:

$$\frac{\sin x+\sin 3x+\sin 5x+\sin 7x}{\cos x+\cos 3x+\cos 5x+\cos 7x} \text{ если } ctg\,4x=\frac{1}{5}$$

$$Решение: \frac{\sin x+\sin 3x+\sin 5x+\sin 7x}{\cos x+\cos 3x+\cos 5x+\cos 7x}=$$

$$=\frac{2\sin 2x\cos x+2\sin 6x\cos x}{2\cos 2x\cos x+2\cos 6x\cos x}=\frac{\sin 2x+\sin 6x}{\cos 2x+\cos 6x}=$$

$$=\frac{2\sin 4x\cos 2x}{2\cos 4x\cos 2x}=\frac{\sin 4x}{\cos 4x}=tg\,4x$$

$$ctg\,4x=\frac{1}{5}\Rightarrow tg\,4x=5.$$

Задания для закрепления изученного материала

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$
$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

№28.16. Вычислите:

$$\sin^2 10°+\sin^2 130°+\sin^2 110°$$

Решение: Воспользуемся формулой понижения степени

$$\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}$$

$$\frac{1-\cos 20°}{2}+\frac{1-\cos 260°}{2}+\frac{1-\cos 220°}{2}=$$

$$=\frac{3-\cos 20°-\cos 260°-\cos 220°}{2}=\frac{3-\cos 20°+\cos 80°+\cos 40°}{2}=$$

$$=\frac{3-\cos 20°+2\cos 60°\cos 20°}{2}=\frac{3-\cos 20°+\cos 20°}{2}=1,5$$

Задания для закрепления изученного материала

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$
$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

№28.16. Вычислите:

$$\cos^2 35°+\cos^2 25°-\cos^2 5°$$

Решение: Воспользуемся формулой понижения степени

$$\cos^2 x=\frac{1+\cos 2x}{2}$$

$$\frac{1+\cos 70°}{2}+\frac{1+\cos 50°}{2}-\frac{1+\cos 10°}{2}=$$

$$=\frac{1+\cos 70°+\cos 50°-\cos 10°}{2}=\frac{1+2\cos 60°\cos 10°-\cos 10°}{2}=$$

$$=\frac{1+\cos 10°-\cos 10°}{2}=\frac{1}{2}$$

*

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$
$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Задание на оценку:

Вычислите:

$$\frac{\sin 8x+\sin 9x+\sin 10x+\sin 11x}{\cos 8x+\cos 9x+\cos 10x+\cos 11x}\cdot\frac{\cos 8x-\cos 9x-\cos 10x+\cos 11x}{\sin 8x-\sin 9x-\sin 10x+\sin 11x}$$

Спасибо за внимание.