

*На всех этапах истории, пройденных человеком, надежным его орудием в познании тайн природы была математика.
Галилей*

Методы решения
показательных уравнений

*Применение показательных уравнений в
профессиональной деятельности*

*Выполнила студентка
группы ДП-11
Матвеева Елизавета*



Применение показательных уравнений в профессиональной деятельности

*В природе, технике и экономике встречаются многочисленные процессы, в ходе которых значение величины меняется в одно и то же число раз, т. е. по закону показательной функции. Эти процессы называются процессами **органического роста** или **органического затухания**.*

Применение показательных уравнений в профессиональной деятельности

Нобелевские лауреаты, получившие премию за исследования в области физики с использованием показательной функции и показательных уравнений

- **Пьер Кюри - 1903г.**
- **Ричардсон Оуэн - 1928г.**
- **Игорь Тамм - 1958**
- **Альварес Луис - 1968г.**
- **Альфвен Ханнес - 1970г.**
- **Вильсон Роберт Вудро - 1978г.**



ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнения вида $a^{f(x)}=a^{g(x)}$, где a - положительное число, отличное от 1, и уравнения, сводящиеся к этому виду, называются показательными.

ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

- *1. Решаемые переходом к одному основанию.*
- *2. Решаемые переходом к одному показателю степени.*
- *3. Решаемые вынесением общего множителя за скобку.*
- *4. Сводимые к квадратным или кубическим введением замены переменной.*

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ СВЕДЕНИЕМ ОБЕИХ ЧАСТЕЙ УРАВНЕНИЯ К ОДНОМУ ОСНОВАНИЮ

$$5^{4x+2} = 125$$

$$5^{4x+2} = 5^3$$

$$4x+2 = 3$$

$$4x = 1$$

$$x = 0,25$$

$$\text{Ответ: } x = 0,25$$

Решение путем деления

Если обе части уравнения степени с равными показателями ,
то уравнение решают делением
обеих частей на любую из степеней.

Пример показательного уравнения, которое решается путем деления

$3^x = 2^x$ разделим обе части на 2^x

$$3^x : 2^x = 2^x : 2^x$$

$$(1,5)^x = 1$$

$$(1,5)^x = (1,5)^0$$

$$x = 0$$

Решение разложением на множители

- Если одна из частей уравнения содержит алгебраическую сумму с одинаковыми основаниями, показатели которых отличаются на постоянное слагаемое, то такое уравнение решается разложением на множители.

Пример показательного уравнения, одна из частей которого содержит алгебраическую сумму

$$3^{x+1} - 2 * 3^{x-2} = 25$$

$$3^{x-2} * (3^{x+1-(x-2)} - 2) = 25$$

$$3^{x-2} * (3^3 - 2) = 25$$

$$3^{x-2} * 25 = 25$$

$$3^{x-2} = 1$$

$$3^{x-2} = 3^0$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

Сведение показательных уравнений к квадратным

Одним из наиболее распространенных методов решения уравнений (в том числе и показательных) является метод замены переменной, позволяющий свести то или иное уравнение к алгебраическому (как правило, квадратному) уравнению.

Решить уравнение $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$.

Пусть $5^x = t$.

Решим уравнение $t^2 - 6t + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1; \\ t = 5. \end{cases}$

Таким образом $\begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; \\ x = 1. \end{cases}$

Найдите корень уравнения устно:

$$3^x = 27$$

$$2^x = 8$$

$$\left(\frac{1}{27}\right)^x = 1$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = 16$$

Найдите корень уравнения устно:

$$\left(6\frac{4}{13}\right)^{2x+5} = 1$$

$$\left(5\frac{13}{19}\right)^{3x-9} = 1$$

Решите уравнение



$$2^x = 6 - x$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = x + 6$$

Решить уравнение

$$5^{(x-7)} = \frac{1}{125}$$

$$5^{(x-7)} = 5^{(-3)}$$

$$x-7 = -3$$

$$x = 4$$

Ответ: 4

Решить уравнение

$$16^{(x-9)} = \frac{1}{2}$$

$$(2^4)^{(x-9)} = 2^{-1}$$

$$2^{4(x-9)} = 2^{-1}$$

Приравняем показатели степеней:

$$4(x-9) = -1$$

$$4x - 36 = -1$$

$$4x = 35$$

$$x = 8,75$$

Ответ: 8,75

Решить уравнение

$$\begin{aligned}2^{x+2} &= 3^x \\ \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\ (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\ x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\ x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\ x &= 3,42\end{aligned}$$

$$2^{x+2} = 3^x$$

$$\lg 2^{x+2} = \lg 3^x$$

$$(x+2)\lg 2 = x\lg 3$$

$$x\lg 2 + 2\lg 2 = x\lg 3$$

$$x\lg 2 - x\lg 3 = -2\lg 2$$

$$x(\lg 2 - \lg 3) = -2\lg 2$$

$$x = \frac{-2\lg 2}{\lg 2 - \lg 3}$$

$$x = 3,42$$

Решить уравнение

Метод вынесения общего множителя за скобки

$$3^x - 2 \cdot 3^{x-2} = 63$$



$$\begin{aligned} 2^{x+2} &= 3^x \\ \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\ (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\ x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\ x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\ x &= 3,42 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2^{x+2} &= 3^x \\ \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\ (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\ x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\ x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\ x &= 3,42 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2^{x+2} &= 3^x \\ \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\ (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\ x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\ x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\ x &= 3,42 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2^{x+2} &= 3^x \\ \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\ (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\ x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\ x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\ x &= 3,42 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2^{x+2} &= 3^x \\ \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\ (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\ x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\ x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\ x &= 3,42 \end{aligned}$$



$$x=4$$

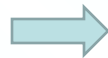
$$\begin{aligned} x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\ x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\ x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\ x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\ x &= 3,42 \end{aligned}$$

Вынесем общий множитель за скобки

Решить уравнение

*Метод приведения к
одному основанию*

$$5^{3x-2} = 1$$



$$5^{3x-2} = 5^0$$



$$3x-2=0$$



$$x = 2/3$$

Свойство степени

$$a^0 = 1$$

$$5^0 = 1$$

Уравнение вида $a^{f(x)} = a^{g(x)}$

равносильно уравнению вида

$$f(x) = g(x)$$

Метод замены переменной

Решить уравнение

$$7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$$

$$y^2 - 8y + 7 = 0$$

$$y^2 - 8y + 7 = 0$$

Введём новую переменную
 $7^x = y$

Выполним обратную
подстановку

$$y_1 = 7 \quad y_2 = 1$$

$$7^x = 7$$

$$7^x = 1$$

$$7^x = 7^1$$

$$7^x = 7^0$$

$$x_2 = 1$$

$$x_1 = 0$$

Решить уравнение

$$4^{x+1} + 4^x = 320$$

$$4^{x+1} + 4^x = 320$$

$$4^x \cdot 4 + 4^x = 320$$

$$4^x(4 + 1) = 320$$

$$4^x \cdot 5 = 320$$

$$4^x = 64$$

$$x = 3$$

Ответ: $x = 3$

Решить уравнение

$$4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

Сделаем замену переменной

$$t = 2^x.$$

$$4^x = (2^x)^2 = t^2$$

уравнение примет вид

$$t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$t_1 = 1; t_2 = 4$$

Решая уравнения вида

$$2^x = 1 \quad \text{и} \quad 2^x = 4$$

$$2^x = 2^0 \quad 2^x = 2^2$$

$$x = 0 \quad x = 2$$

Ответ : 0 ; 2

Метод логарифмирования

Решить уравнение

$$\begin{aligned}
 2^{x+2} &= 3^x \\
 \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\
 (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\
 x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\
 x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\
 x &= 3,42
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2^{x+2} &= 3^x \\
 \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\
 (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\
 x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\
 x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\
 x &= 3,42
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2^{x+2} &= 3^x \\
 \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\
 (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\
 x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\
 x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\
 x &= 3,42
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2^{x+2} &= 3^x \\
 \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\
 (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\
 x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\
 x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\
 x &= 3,42
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2^{x+2} &= 3^x \\
 \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\
 (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\
 x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\
 x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\
 x &= 3,42
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2^{x+2} &= 3^x \\
 \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\
 (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\
 x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\
 x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\
 x &= 3,42
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2^{x+2} &= 3^x \\
 \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\
 (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\
 x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\
 x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\
 x &= 3,42
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2^{x+2} &= 3^x \\
 \lg 2^{x+2} &= \lg 3^x \\
 (x+2)\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 + 2\lg 2 &= x\lg 3 \\
 x\lg 2 - x\lg 3 &= -2\lg 2 \\
 x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\
 x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\
 x &= 3,42
 \end{aligned}$$

Прологарифмируем
обе части уравнения

$$\begin{aligned}
 x(\lg 2 - \lg 3) &= -2\lg 2 \\
 x &= \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)} \\
 x &= 3,42
 \end{aligned}$$

Повторяем...

$$2^{x+2} = 3^x$$

$$\lg 2^{x+2} = \lg 3^x$$

$$(x+2)\lg 2 = x\lg 3$$

$$x\lg 2 + 2\lg 2 = x\lg 3$$

$$x\lg 2 - x\lg 3 = -2\lg 2$$

$$x(\lg 2 - \lg 3) = -2\lg 2$$

$$x = \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)}$$

$$x = 3,42$$

Повторяем...

$$2^{x+2} = 3^x$$

$$\lg 2^{x+2} = \lg 3^x$$

$$(x+2)\lg 2 = x\lg 3$$

$$x\lg 2 + 2\lg 2 = x\lg 3$$

$$x\lg 2 - x\lg 3 = -2\lg 2$$

$$x(\lg 2 - \lg 3) = -2\lg 2$$

$$x = \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)}$$

$$x = 3,42$$

Повторяем...

$$2^{x+2} = 3^x$$

$$\lg 2^{x+2} = \lg 3^x$$

$$(x+2)\lg 2 = x\lg 3$$

$$x\lg 2 + 2\lg 2 = x\lg 3$$

$$x\lg 2 - x\lg 3 = -2\lg 2$$

$$x(\lg 2 - \lg 3) = -2\lg 2$$

$$x = \frac{-2\lg 2}{(\lg 2 - \lg 3)}$$

$$x = 3,42$$

***«Он стал поэтом — для
математика у него не
хватало фантазии»***

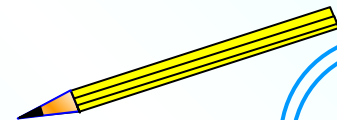
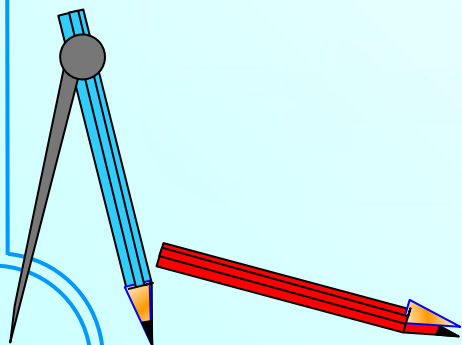
*Давид Гильберт об одном из своих
учеников*

**Уравнения – это золотой ключ,
открывающий все
математические сезамы**

С. Коваль

С. КОВАЛЬ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЕЗАМЫ



Спасибо за внимание !!!