

ИНЖЕНЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

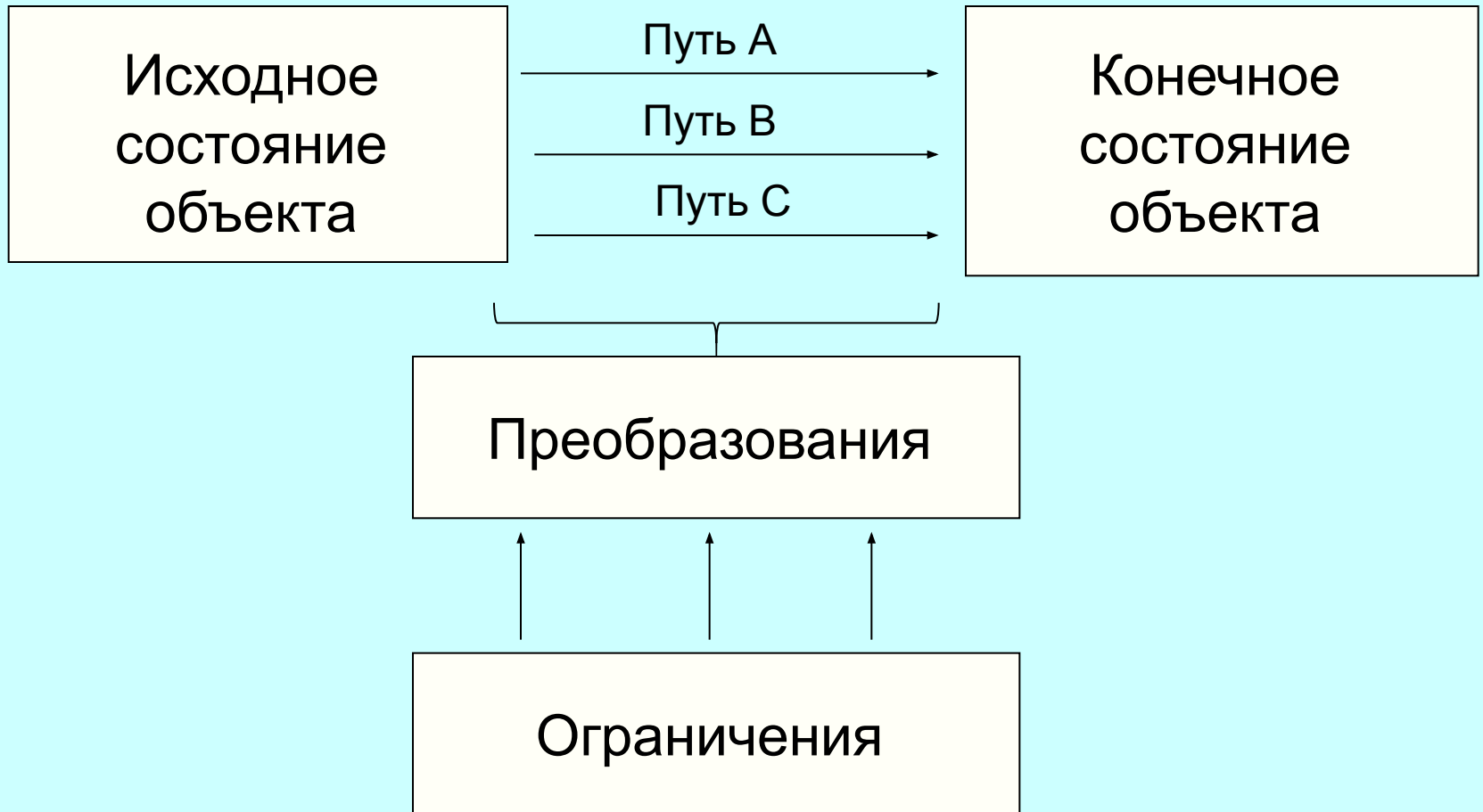
1. Сидняев Н. И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных. Учебное пособие для ВУЗов/Н. И. Сидняев. Изд-во: Юрайт, 2011. – 399с.
2. Фадеев М. А. Элементарная обработка результатов эксперимента./М. А. Фадеев. – СПб.:Изд-во «Лань», 2008. – 128с.
3. Афанасьева Н. Ю. Вычислительные методы научного эксперимента/ Н.Ю. Афанасьева. – Изд-во «КноРус», 2010. – 330с.
4. Бутырин П. А. Автоматизация физических исследований и эксперимента: компьютерные измерения и виртуальные приборы на основе LabVIEW 7/ П. А. Бутырин, Т.А. Васьковская, В. В. Каратаева. – Изд-во «ДМК-Пресс», 2005. – 265с.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Цель – знакомство с существующими методами и подходами решения инженерных задач, с методами планирования, порядком проведения, обработкой и анализом результатов инженерного эксперимента

Инженерная задача – это задача преобразования или перехода объекта из исходного состояния в требуемое конечное состояние при наличии объективных ограничений: технических, технологических, энергетических, информационных, по материальным ресурсам и т. д.

Схема решения инженерной задачи



Эксперимент как предмет исследования

Эксперимент – это метод познания, при помощи которого в контролируемых и управляемых условиях исследуется явление действительности

Под *инженерным экспериментом* (ИЭ) понимается совокупность опытов, объединенных единой целью и единой системой ограничений в пространстве и во времени

Классификация ИЭ

- ***качественный*** – проводится с целью установления наличия или отсутствия у объекта определенных свойств или характеристик;
- ***измерительный*** – проводится с целью выявления количественных характеристик исследуемого объекта;
- ***пассивный*** – является традиционным методом, когда ставится большая серия опытов с поочередным варьированием влияющих факторов;
- ***активный*** – ставится по заранее составленному плану эксперимента, при этом предусматривается одновременное изменение всех параметров, влияющих на процесс

- При *натурных экспериментах* исследователь имеет дело непосредственно с изучаемым объектом и явлением
- В *модельных экспериментах* объект исследования заменяется моделью – некоторым подобием оригинала, сохраняющим его особенности, существенные для данного исследования

По стадиям научных исследований

эксперименты делят

- *лабораторные*
- *стендовые*
- *промышленные*

Основные этапы эксперимента

- постановка задачи эксперимента (его цель);
- планирование эксперимента;
- подготовка и проведение эксперимента;
- обработка и анализ результатов эксперимента, выводы и рекомендации

Планированием эксперимента называется процедура выбора числа и последовательности постановки опытов, необходимых и достаточных для достижения цели эксперимента с требуемой точностью

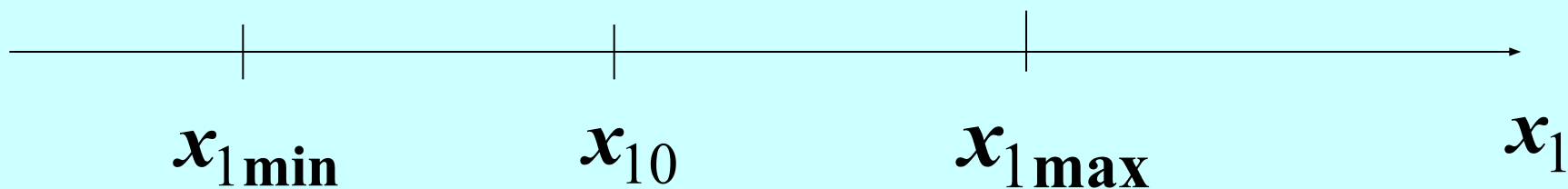
Теория планирования эксперимента (ТПЭ) позволяет при минимальном числе опытов получить математическую модель процесса и определить оптимальные пути его протекания

Функция цели и факторы

- **Факторы** – это независимые переменные, влияющие на рассматриваемую зависимую величину
- Зависимая величина называется **функцией цели** или **функцией отклика** (отклик на изменившийся фактор), если связывает независимые переменные (факторы) с исследуемой зависимой величиной

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

- Значения, которые факторы принимают в эксперименте, называются **уровнями факторов**
- *Нижний уровень фактора* – наименьшее значение, которое может принимать фактор в эксперименте
- *Верхний уровень фактора* – наибольшее значение, которое может принимать фактор в эксперименте
- *Нулевой уровень фактора* – середина диапазона изменения фактора



Классификация факторов

- **Управляющие** – когда известно их наименование и диапазон изменения
- **Контролируемые** – факторы внешней среды, которые могут влиять на функцию цели. Обычно эти значения фиксируются в протоколе эксперимента
- **Неконтролируемые (*возмущающие*)** – совершенно случайные как во времени своего проявления, так и по силе влияния на функцию цели

Внимание!

Опыты, в которых выявлено влияние неконтролируемых факторов, нужно исключить из общего числа опытов данного эксперимента

Требования на управляющие факторы:

- **измеряемость** – т.е. возможность измерить фактор имеющимися средствами измерения с требуемой точностью;
- **управляемость** – возможность поддерживать фактор на заранее заданном уровне;
- **независимость** – отсутствие зависимости от других факторов;
- **совместимость** – возможность практического осуществления намеченной комбинации двух или нескольких факторов.

Конкретные условия эксперимента определяют ***диапазон изменения уровней факторов***

Интервалы варьирования фактора внутри диапазона выбираются ***из условий различимости***

Если интервал уровней фактора не меньше, чем удвоенное среднеквадратичное отклонение измерения этого фактора, то ***условие различимости*** выполнено.

В противном случае будет невозможно различить полученные результаты

2. Методы планирования многофакторных экспериментов

- Основная цель **ТПЭ** – построение математической модели исследуемого в эксперименте процесса
Проверка воспроизводимости эксперимента
если в процессе эксперимента в любой момент времени *объект исследования и измерительное оборудование* можно вернуть в исходное состояние и повторить эксперимент, то он **воспроизводимый**
Яркий пример *невоспроизводимого эксперимента* – исследование изнашивания детали какого-либо узла машины при испытаниях ее на надежность

В процессе **лабораторного** или **эксплуатационного эксперимента** объект исследования деформируется, меняя форму, или уменьшается в размерах. Такое прогрессирующее ухудшение технического состояния объекта исследований не позволяет воспроизвести состояние, в котором объект был в начале исследования

Для **проверки воспроизводимости** эксперимента проводят несколько серий параллельных опытов

Параллельные опыты – это проведенные несколько раз опыты при одних и тех же значениях факторов

Результаты опытов

№ серии опытов	Параллельные опыты				\bar{y}_j^{ϑ}	S_j^2
1	y_{11}	y_{12}	y_{1k}	\bar{y}_1^{ϑ}	S_1^2
2	y_{21}	y_{22}	y_{2k}	\bar{y}_2^{ϑ}	S_2^2
3	y_{31}	y_{32}	y_{3k}	\bar{y}_3^{ϑ}	S_3^2
.....
.....
.....
N	y_{N1}	y_{N2}	y_{Nk}	\bar{y}_N^{ϑ}	S_N^2

$$\bar{y}_j^{\vartheta} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_{ji}, j = 1, \dots, N$$

$$S_j^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (y_{ji} - \bar{y}_j^{\vartheta})^2 \quad \text{– дисперсия}$$

Критерий проверки воспроизводимости эксперимента – это **число Кохрана** $G_p = \frac{\max S_j^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2}$

Значения критерия Кохрана соответствуют доверительной вероятности **$P = 0,95$** , с которой принимается гипотеза о воспроизводимости опытов

Величина **$p = 1 - P$** называется **уровнем значимости**

Для нахождения табличного значения G_T критерия Кохрана надо знать количество оценок дисперсий N и число степеней свободы f , связанной с каждой из них $f = k - 1$

Опыты воспроизводимы, если $G_p \leq G_T$

А ряд дисперсий - однородный

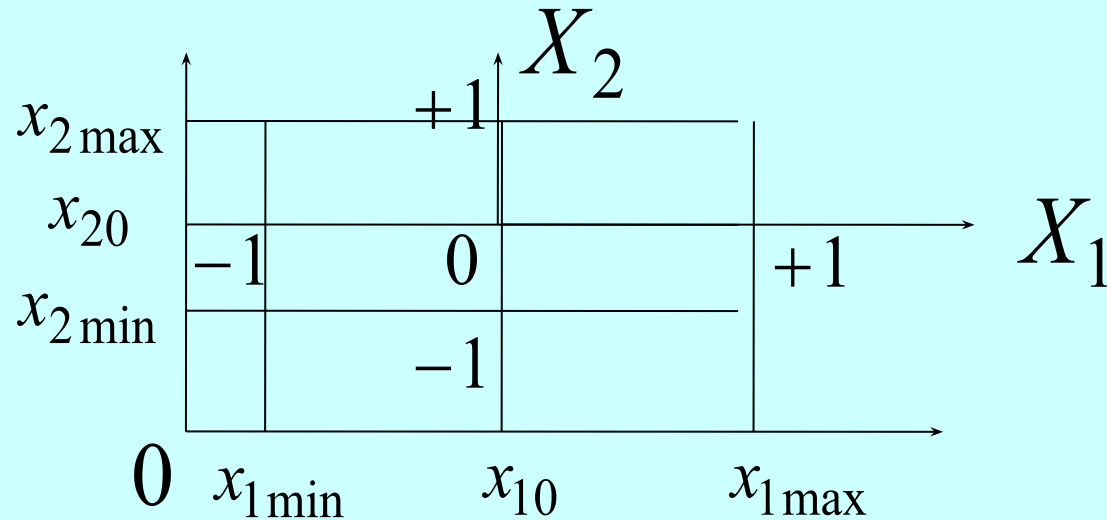
Вид функции отклика $y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ заранее не известен. Поэтому рассматривают её разложение в степенной ряд, например, ряд Тейлора:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n + \beta_{12} x_1 x_2 + \dots + \beta_{n(n-1)} x_{n-1} x_n + \beta_{11} x_1^2 + \dots$$

$\beta_0 = y(0, \dots, 0)$ - значение функции отклика в начале координат

$$\beta_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \quad \beta_{ij} = \frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_j} \quad \beta_{ii} = \frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_i}$$

Кодирование факторов



$$x_{i0} = \frac{x_{i\min} + x_{i\max}}{2} \quad \Delta x_i = \frac{x_{i\max} - x_{i\min}}{2}$$

шаг варьирования фактора $X_i = \frac{x_i + x_{i0}}{\Delta x_i}$

РАНДОМИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для компенсации систематических погрешностей эксперимента используют прием, называемый ***рандомизацией***. Опыты проводят в случайной последовательности, которая устанавливается с помощью таблицы случайных чисел. Расположив случайные числа в порядке возрастания (или убывания), получаем последовательность реализации опытов:

Например, 6 опытов, обозначенных цифрами I, II, III, IV, V, VI
Из таблицы случайных чисел имеем: 60, 12, 0,5, 15, 34, 30

Искомая последовательность реализации опытов:

III, II, IV, VI, V, I (или I, V, VI, IV, II, III)

Метод полного факторного эксперимента

В методе полного факторного эксперимента (ПФЭ) ограничиваются линейной частью разложения функции отклика и членами, содержащими произведения факторов в первой степени

Коэффициенты искомого уравнения определяют на основе экспериментальных данных, которые несут на себе отпечаток погрешностей эксперимента. Поэтому в уравнениях вместо символов β пишут b , подразумевая под этим соответствующие выборочные оценки

С помощью ПФЭ ищут математическое описание процесса в виде уравнения, которое называют уравнением регрессии, а коэффициенты – коэффициентами регрессии

$$y = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_n X_n + b_{12} X_1 X_2 + \dots + b_{n(n-1)} X_{n-1} X_n$$

Полным факторным экспериментом (ПФЭ) называется система опытов, содержащая все возможные неповторяющиеся комбинации верхнего и нижнего уровней факторов

Условия проведения опытов полного двухфакторного эксперимента приведены в таблице 2.

Часть таблицы, обведенная пунктиром, называется **матрицей планирования**

Таблица 2. Полный двухфакторный эксперимент

Номер опыта	Факторы		Функция отклика
	X_1	X_2	
1	-1	-1	$y_1^{\text{э}}$
2	+1	-1	$y_2^{\text{э}}$
3	-1	+1	$y_3^{\text{э}}$
4	+1	+1	$y_4^{\text{э}}$

Таблица 3. Полный трехфакторный эксперимент

Номер опыта	Факторы			Функция отклика
	X_1	X_2	X_3	
1	-1	-1	-1	y_1^{ϑ}
2	+1	-1	-1	y_2^{ϑ}
3	-1	+1	-1	y_3^{ϑ}
4	+1	+1	-1	y_4^{ϑ}
5	-1	-1	+1	y_5^{ϑ}
6	+1	-1	+1	y_6^{ϑ}
7	-1	+1	+1	y_7^{ϑ}
8	+1	+1	+1	y_8^{ϑ}

Основные принципы построения матрицы планирования ПФЭ:
 уровни варьирования первого фактора чередуются от опыта к
 опыту

частота смены уровней варьирования каждого последующего
 фактора вдвое меньше, чем в предыдущем

Матрица планирования полного факторного эксперимента обладает следующими свойствами:

$$\sum_{j=1}^N X_{ji} = 0,$$

$$\sum_{j=1}^N X_{ji}^2 = N,$$

$$\sum_{j=1}^N X_{j\ell} X_{jm} = 0,$$

где $\ell \neq m$ N – число опытов, j – номер опыта, i, ℓ, m - номера факторов. Общее количество опытов в матрице планирования

$$N = 2^n, \quad n - \text{число факторов}$$

Коэффициенты регрессии вычисляются на основании ПФЭ

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j,$$

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_{ji} y_j,$$

$$b_{\boxtimes m} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_{j\boxtimes} X_{jm} y_j, \quad \boxtimes \neq m$$

Для двухфакторного эксперимента:

$$b_0 = y_1^{\boxplus} + y_2^{\boxplus} + y_3^{\boxplus} + y_4^{\boxplus},$$

$$b_1 = (-1)y_1^{\boxplus} + (+1)y_2^{\boxplus} + (-1)y_3^{\boxplus} + (+1)y_4^{\boxplus},$$

$$b_2 = (-1)y_1^{\boxplus} + (-1)y_2^{\boxplus} + (+1)y_3^{\boxplus} + (+1)y_4^{\boxplus},$$

$$b_{12} = (-1)(-1)y_1^{\boxplus} + (+1)(-1)y_2^{\boxplus} + (-1)(+1)y_3^{\boxplus} + (+1)(+1)y_4^{\boxplus},$$

$$y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2,$$

Значения коэффициентов указывают как сильно влияют факторы на функцию цели

Для установления факта **незначимости коэффициента** необходимо вычислять оценки дисперсии, с которой они определялись

$$S_e^2 = \frac{S_{воспр}^2}{N k}$$

$$S_{воспр}^2 = \frac{1}{N} \sum S_j^2$$

k – число параллельных опытов

N – общее количество опытов

С оценками дисперсий $S_{воспр}^2$ и S_e^2 связывают число степеней свободы $f_{воспр} = N(k - 1)$

Коэффициент регрессии значим, если $|b| \geq S_e \cdot t_{\alpha, n}$

В противном случае коэффициент незначим, и соответствующий член можно исключить из уравнения регрессии