

РЕШЕНИЕ
КВАДРАТНЫХ
НЕРАВЕНСТВ
часть 1

Параграф 40-41 учебника

Домашнее задание

- Параграф 40-41
- № 659 (весь)
- №№ 660-662 (1, 3)
- № 665

Ссылка на видеоурок

<https://youtu.be/5ewyFZZw0wM>

Конспект видеоурока

Квадратным неравенством называют неравенство вида:

$$ax^2 + bx + c > 0, \quad (a \neq 0)$$

Пример 1: Решить неравенство: а) $x^2 - 2x - 3 > 0$;

б) $x^2 - 2x - 3 < 0$;

в) $x^2 - 2x - 3 \geq 0$;

г) $x^2 - 2x - 3 \leq 0$;

Решение:

а) $x^2 - 2x - 3 > 0$;

$$y = x^2 - 2x - 3;$$

$$y > 0 \quad x < -1 \quad \text{или} \quad x > 3$$

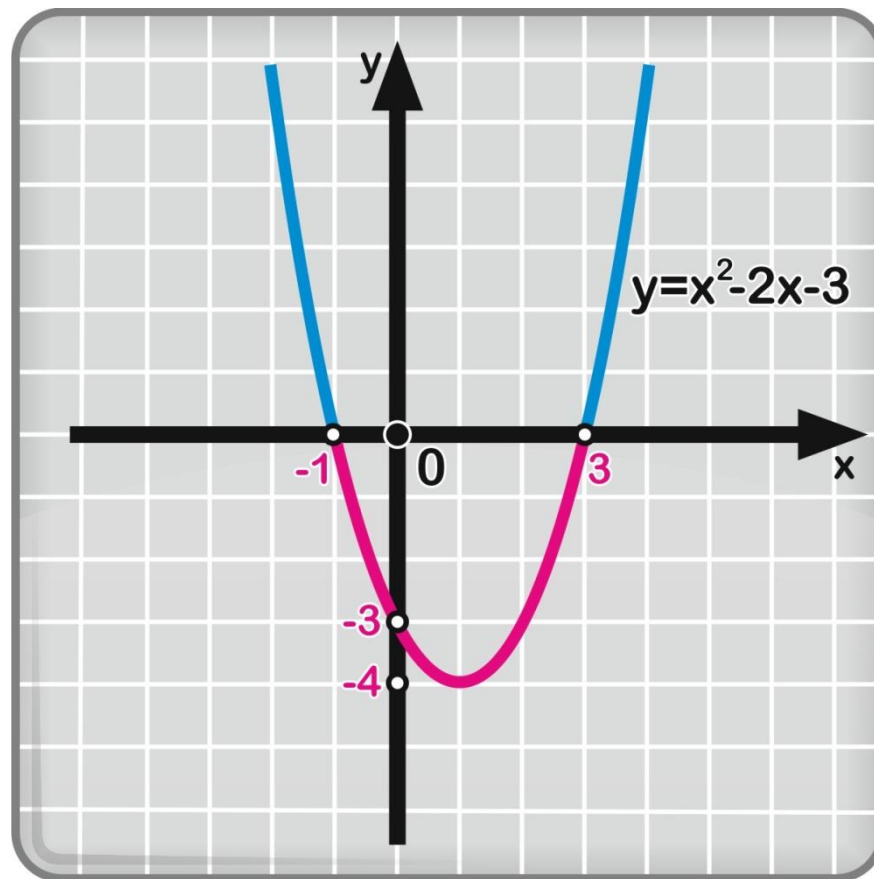
$$(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$$

б) $x^2 - 2x - 3 < 0$;

$$y = x^2 - 2x - 3;$$

$$y < 0 \quad -1 < x < 3$$

$$(-1; 3)$$



Пример 1: Решить неравенство:

в) $x^2 - 2x - 3 \geq 0;$

$$x^2 - 2x - 3 > 0;$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0;$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 3$$

$$(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$$

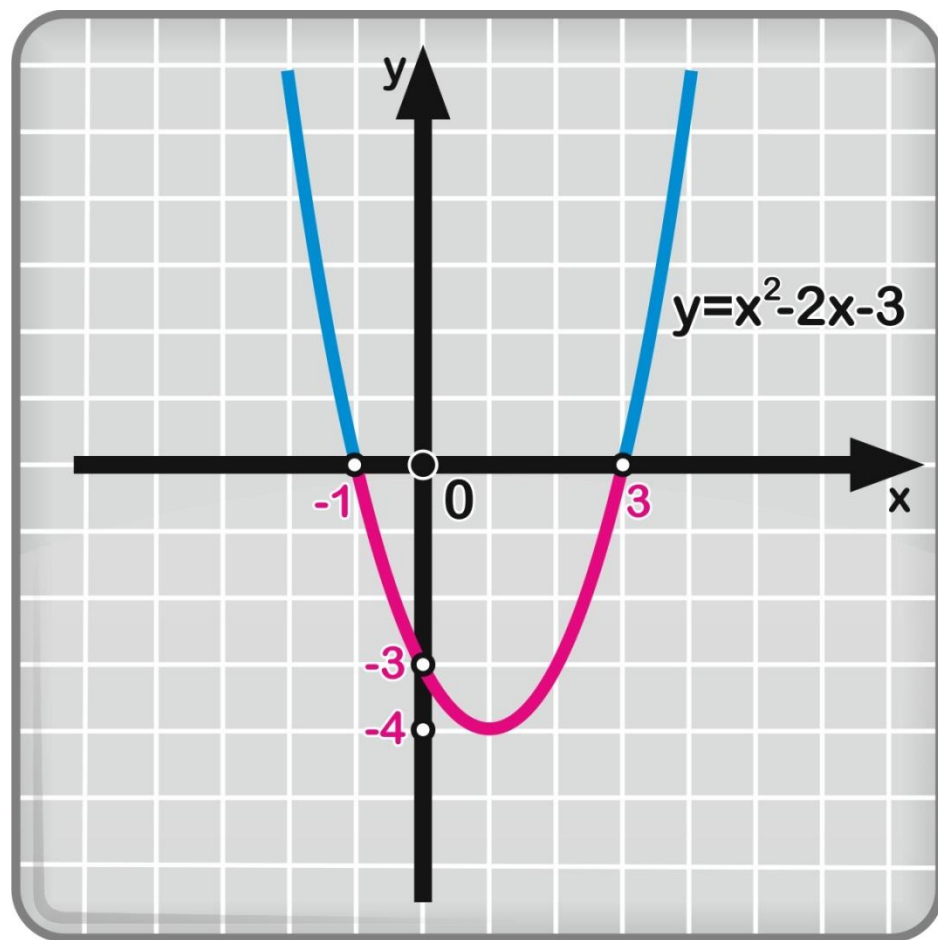
г) $x^2 - 2x - 3 \leq 0;$

$$x^2 - 2x - 3 < 0;$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0;$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 3$$

$$[-1; 3]$$



Пример 2: Решить неравенство:

$$-2x^2 + 3x + 9 < 0.$$

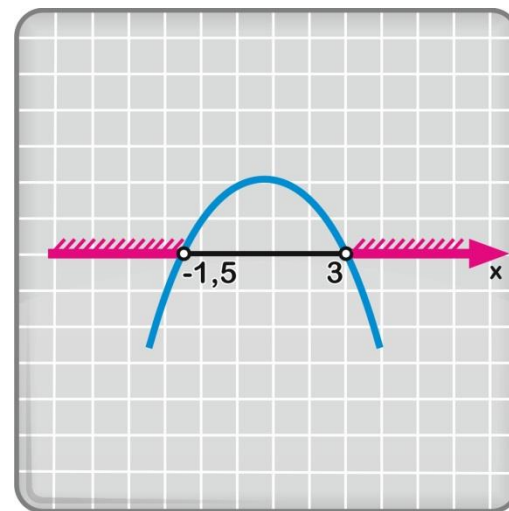
Решение:

$$-2x^2 + 3x + 9: x_1 = 3, x_2 = -1,5$$

$$y = -2x^2 + 3x + 9;$$

$$y < 0 \quad - \quad (-\infty; -1,5) \cup (3; +\infty)$$

$$x < -1,5; x > 3.$$



Пример 3: Решить неравенство:

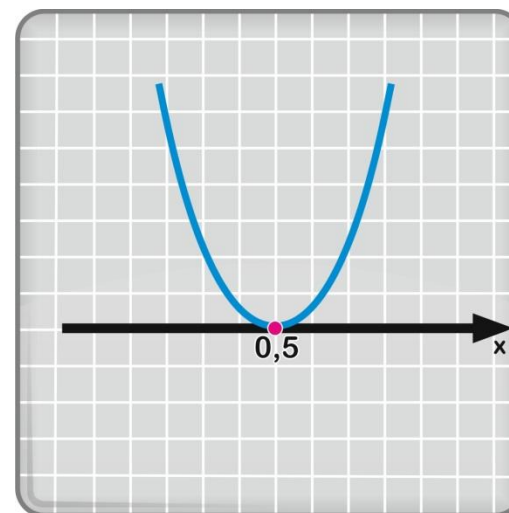
$$4x^2 - 4x + 1 \leq 0.$$

Решение:

$$4x^2 - 4x + 1 = 0: x_{1,2} = \frac{1}{2}.$$

$$y = 4x^2 - 4x + 1;$$

$$x = \frac{1}{2}.$$



Алгоритм решения квадратного неравенства

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad (ax^2 + bx + c > 0)$$

1. Найти корни квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$.
2. Отметить найденные корни на оси x и определить, куда (вверх или вниз) направлены ветви параболы, служащей графиком функции $ax^2 + bx + c$; сделать набросок графика.
3. С помощью полученной геометрической модели определить, на каких промежутках оси x ординаты графика положительны (отрицательны); включить эти промежутки в ответ.

Теорема 1: Если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$
не имеет корней

(т.е. его дискриминант D — отрицательное число)

и если при этом $a > 0$, то при всех значениях x
выполняется неравенство $ax^2 + bx + c > 0$.

$$\text{При } 0 < a < \infty \rightarrow ax^2 + bx + c > 0$$

ax^2 не имеет решений

Доказательство:

график парабола

при всех $x > 0$

