

ЭКОНОМЕТРИКА



Методы и модели анализа временных рядов.

Прогнозирование экономических процессов с использованием временных рядов

Вопросы

- Структура временных рядов экономических показателей.
- Требования, предъявляемые к исходной информации.
- Основные этапы построения моделей экономического прогнозирования.
- Выявление и устранение аномальных наблюдений во временных.
- Предварительный анализ временных рядов. Проверка наличия тренда.
- Предварительный анализ временных рядов. Сглаживание временных рядов.
- Предварительный анализ временных рядов. Вычисление количественных характеристик развития экономических процессов.
- Построение моделей кривых роста. Оценка параметров кривых роста с помощью метода наименьших квадратов (МНК).
- Временной ряд, тренд, трендовая модель. Получение трендовой модели средствами Excel.
- Оценка качества моделей прогнозирования. Проверка адекватности и оценка точности.
- Оценка адекватности модели кривой роста.
- Оценка точности модели кривой роста, выбор наилучшей кривой роста.
- Прогнозирование на основе кривой роста.

Структура и особенности временных рядов экономических показателей

Динамика финансово-экономических показателей обычно отражается динамическими и временными рядами.

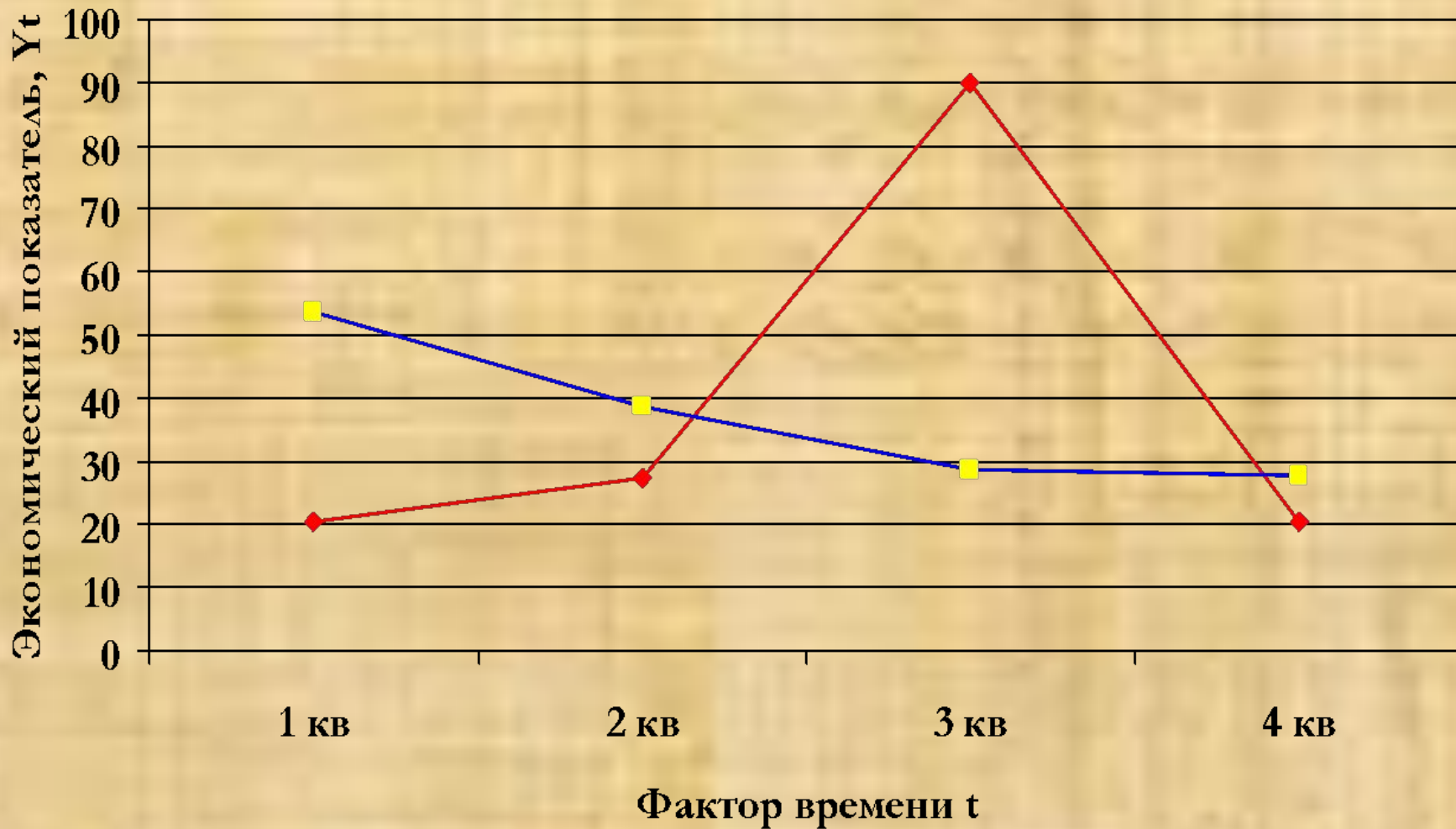
Динамические ряды – упорядоченная совокупность последовательных наблюдений одного показателя y в зависимости от последовательно возрастающих или убывающих значений другого показателя x .

Временные ряды – динамические ряды, у которых в качестве признака упорядочения выбрано время t .

- **Формы представления временных рядов:**
 - Векторная $Y(t)$, $t = 1, 2, \dots, N$ – фактор времени,
 - Табличная =>

t	1	2	...	N
y_t	y_1	y_2	...	y_n

– Графическая форма представления ВР



Всякий временной ряд состоит из отдельных уровней.

Уровни ряда - отдельные значения временного ряда, характеризующие изменение показателя во времени.

Уровни ряда могут измеряться в различных величинах:

- **абсолютных** (размер прибыли, издержек, ...);
- **относительных** (объем производства с/х продукции на душу населения);
- **средних** за некоторый период времени (среднесуточная выработка продукции,...);
- **индексных** (индексы роста накопленного дохода,...).

Уровни временного ряда могут принимать:

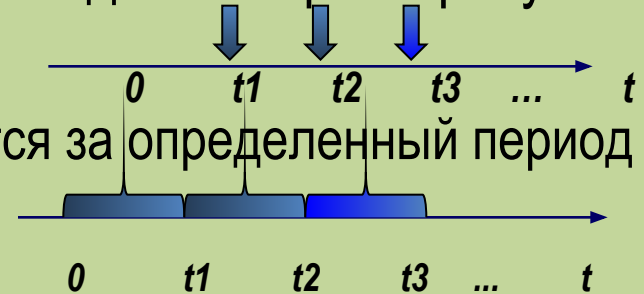
- ✓ **детерминированные значения** – не представляют интереса (например, число дней в месяце);
- ✓ **случайные значения** – подвергаются научному анализу, при этом они могут быть: *дискретными* и *непрерывными*.

Длина временного ряда определяется количеством наблюдений n .

Среди временных рядов выделяют два вида:

моментные ВР – последовательные наблюдения характеризуют показатель на некоторый момент времени

интервальные ВР – показатель характеризуется за определенный период времени.



Структура временных рядов

Изучение структуры ВР строится на основе **компонентного анализа** - разложения исходного ряда на составляющие компоненты:

- f_t – **тренд** (систематическая) составляющая или тенденция;
- c_t – **циклическая составляющая** – нестрогие периодические циклические колебания, которые совершаются в течение ряда лет и вызваны политическими, военными, экономическими причинами;
- s_t – **сезонная составляющая** – строго периодические циклические колебания, которые совершаются в течение года и вызваны природно-климатическими условиями;
- ε_t – **случайная составляющая** (несистематическая) – всё то, что осталось от ВР после выделения из него u_t, c_t, s_t .

Экономические процессы могут быть представлены в виде различных моделей:

- одной из названных составляющих компонент: $y_t = f_t, s_t \dots$;
- *аддитивной модели* (сумма составляющих компонент):

$$y_t = f_t + c_t + s_t + \varepsilon_t;$$

- *мультипликативной модели* (произведение составляющих компонент):

$$y_t = f_t \cdot c_t \cdot s_t \cdot \varepsilon_t;$$

Если все компоненты в ряду выявлены верно, то ε_t должна :

- подчиняться нормальному закону распределения;
- представляться случайными числами;
- быть независима от остатков других уровней ряда;
- математическое ожидание $M(\varepsilon_t) \approx 0$.

Этапы построения прогнозов экономических показателей, представленных временными рядами



- **Предварительный анализ временных рядов.**
- **Построение моделей.**
- **Оценка качества моделей.**
- **Выбор лучшей модели.**
- **Получение прогноза.**

Предварительный анализ временных рядов

1. Выявление аномальных наблюдений

Метод Ирвина.

2. Сглаживание временных рядов.

- Метод простой скользящей средней.
- Метод взвешенной скользящей средней.
- Метод экспоненциального сглаживания.

3. Проверка наличия тренда.

- Метод проверки разностей средних уровней.
- Метод Фостера-Стьюарта.

4. Вычисление количественных характеристик развития экономических процессов.

Проверка требований, предъявляемых к исходной информации и ее анализ

На этапе предварительного анализа уровни ВР должны проверяться:

- на сопоставимость;**
- на однородность;**
- на устойчивость;**
- на полноту (представительность, репрезентативность) данных.**

Сопоставимость означает, что уроне ряда должны отвечать ряду требований:

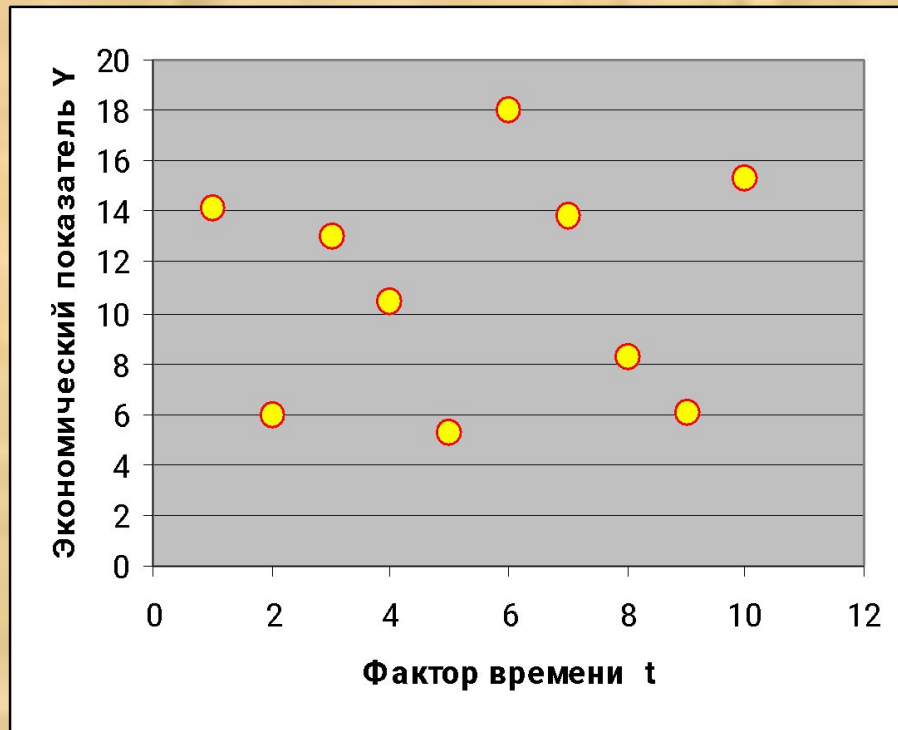
- 1) выражаться в одних и тех же единицах измерения;
- 2) иметь одинаковый шаг наблюдения;
- 3) рассчитываться по одной и той же методике;
- 4) охватывать одни и те же единицы совокупности;
- 5) соответствовать одинаковым интервалам или моментам времени.

Несопоставимость чаще всего проявляется в стоимостных показателях.

Полнота данных означает достаточное число наблюдений для выполнения прогноза, из условий обнаружения закономерностей.

Однородность предполагает отсутствие нетипичных и аномальных наблюдений и изломов тенденций.

Устойчивость характеризует преобладание закономерности над случайностью в изменении уровней ряда.



Преобладание **случайности**



Преобладание **закономерности**

На данном этапе строятся графики динамики и подвергаются визуальному анализу.

Расчет динамических характеристик ВР включает в себя:

- Расчет абсолютных приростов:

- цепных $\Delta y_{цепн} = y_t - y_{t-1}$,
- базисных $\Delta y_{базисн} = y_t - y_1$,
- средних $САП = (y_n - y_1) / (n-1)$,

где y_1, y_t, y_{t-1}, y_n – первый, текущий, предшествующий и последний уровни ВР, соответственно.

САП может использоваться для прогнозирования:

$$y_{n+k} = y_n + k \cdot САП,$$

где k – шаг прогнозирования.

Недостаток САП – нельзя опираться только на последнее наблюдение, поскольку оно имеет случайное значение, поэтому низкое качество прогноза, нельзя построить доверительный интервал прогноза.

- Расчет темпов роста:

- Цепных $T_{цепн} = y_t / y_{t-1}$,
- Базисных $T_{базисн} = y_t / y_1$,
- Средних $T_{средн} = \sqrt[n]{y_n / y_1}$.

- Выявление автокорреляции.

Автокорреляция отражает взаимосвязь между уровнями временного ряда и она характеризуется *коэффициентом автокорреляции*:

$$r_l = \frac{\frac{1}{n-l} \sum_{t=1}^{n-l} (y_t - \bar{y})(y_{t+l} - \bar{y})}{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2},$$

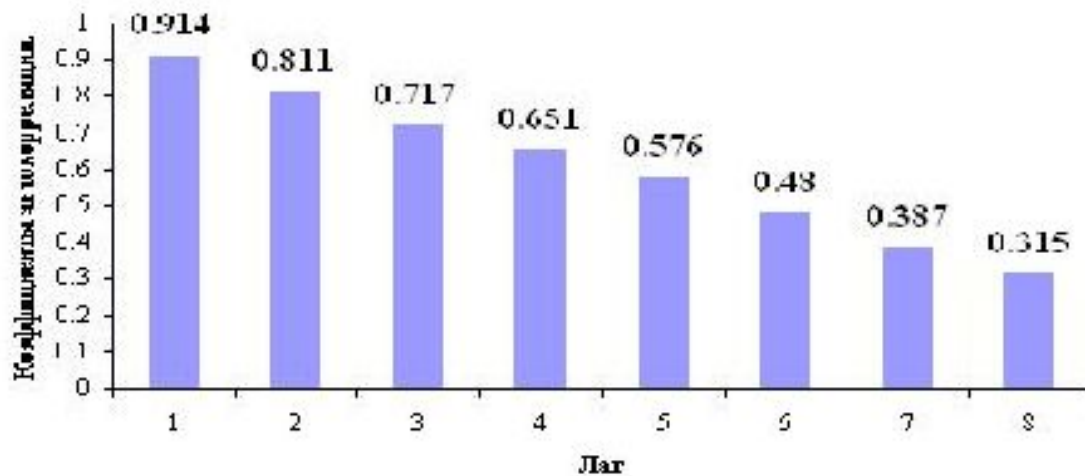
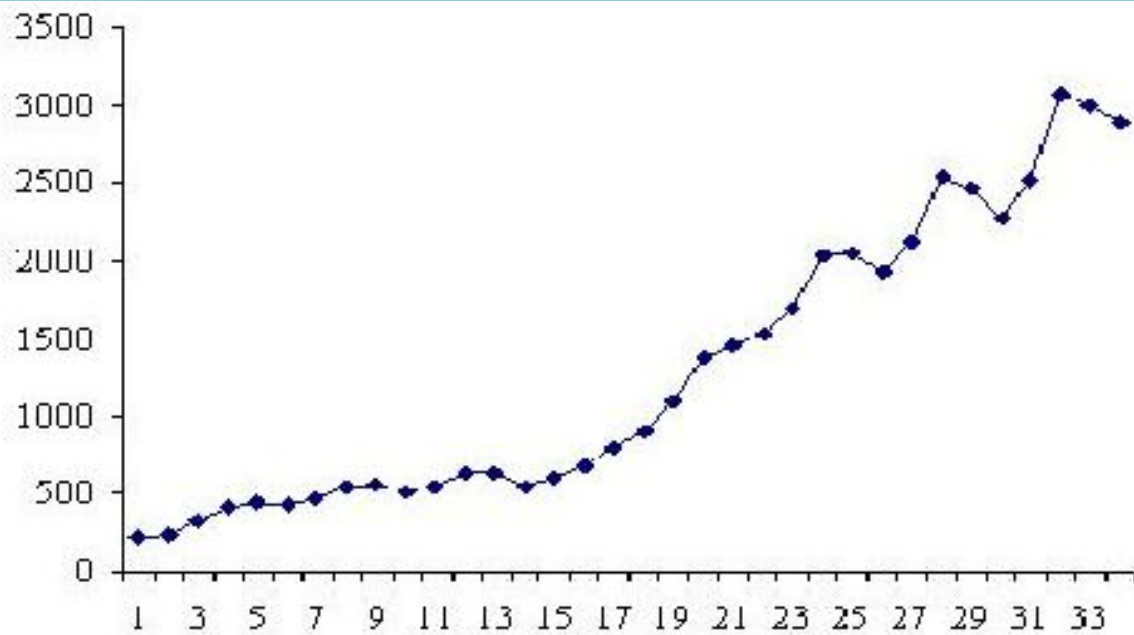
где l – количество шагов на которое сдвигаются уровни ряда.

Если $0,7 < |r_l| < 1,0$, то имеет смысл выполнять прогноз на l шагов вперед.

Основные показатели динамики

	Абсолютный прирост	Темп роста	Темп прироста
Цепной	$\Delta y = y_t - y_{t-1}$	$T_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100\%$	$T(np)_t = T_t - 100\%$
Базисный	$\Delta y_{basis} = y_t - y_{basis}$	$T_{basis} = \frac{y_t}{y_{basis}} \cdot 100\%$	$T(np)_{basis} = T_{basis} - 100\%$
Средний	САП = $\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}$	$\overline{T} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\%$	$\overline{T(np)} = \overline{T} - 100\%$

Коррелограмма автокорреляционной функции ВВП



Выявление аномальных наблюдений включает:

1. Определение аномальных наблюдений (по критерию Ирвина):

□ для каждого наблюдения начиная со второго, рассчитывается:

$$\lambda_t = |y_t - y_{t-1}| / \sigma_y$$

где $\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}{n-1}}$ - среднее квадратическое отклонение;

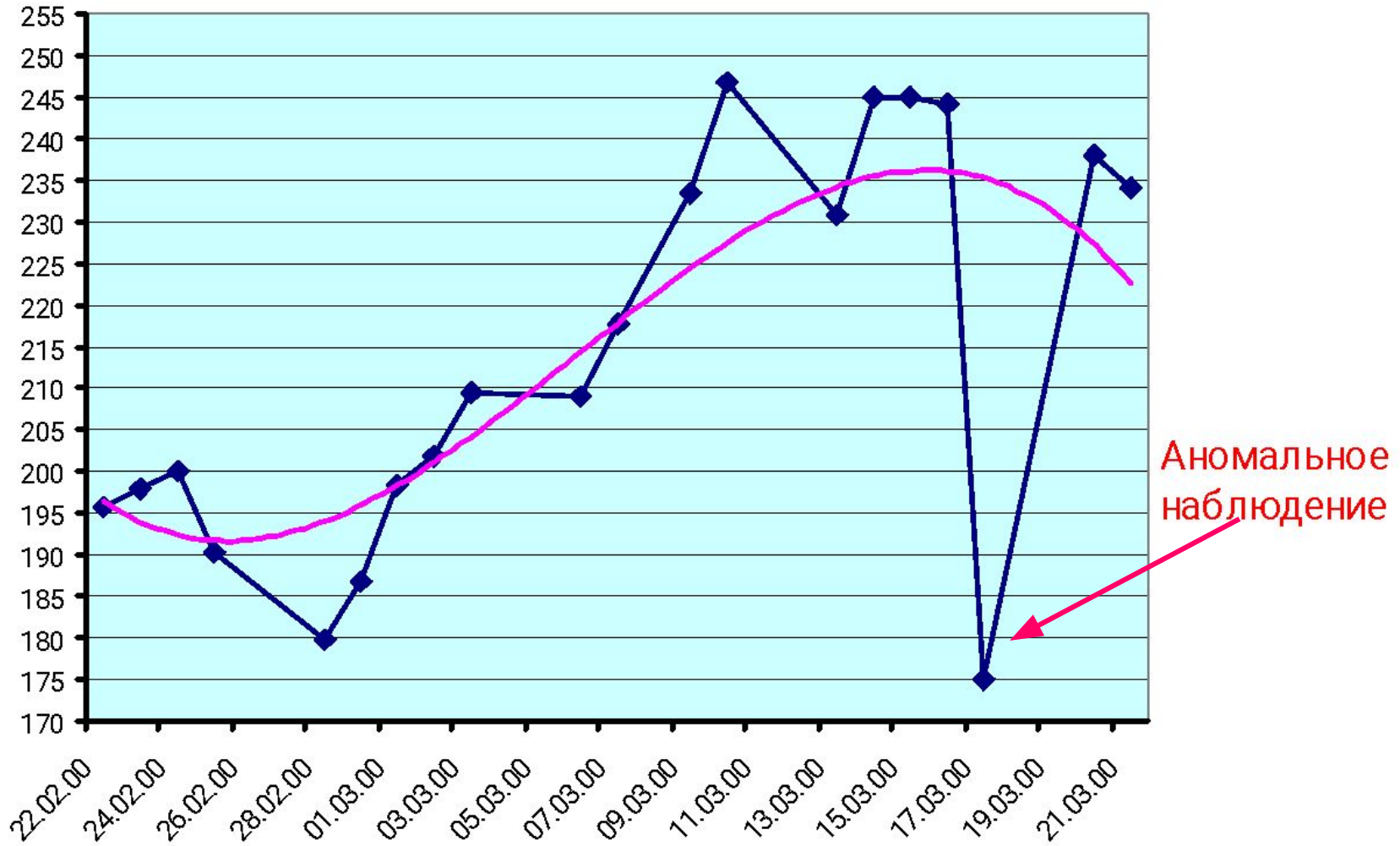
$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t$$

- среднее арифметическое значение показателя y_t .

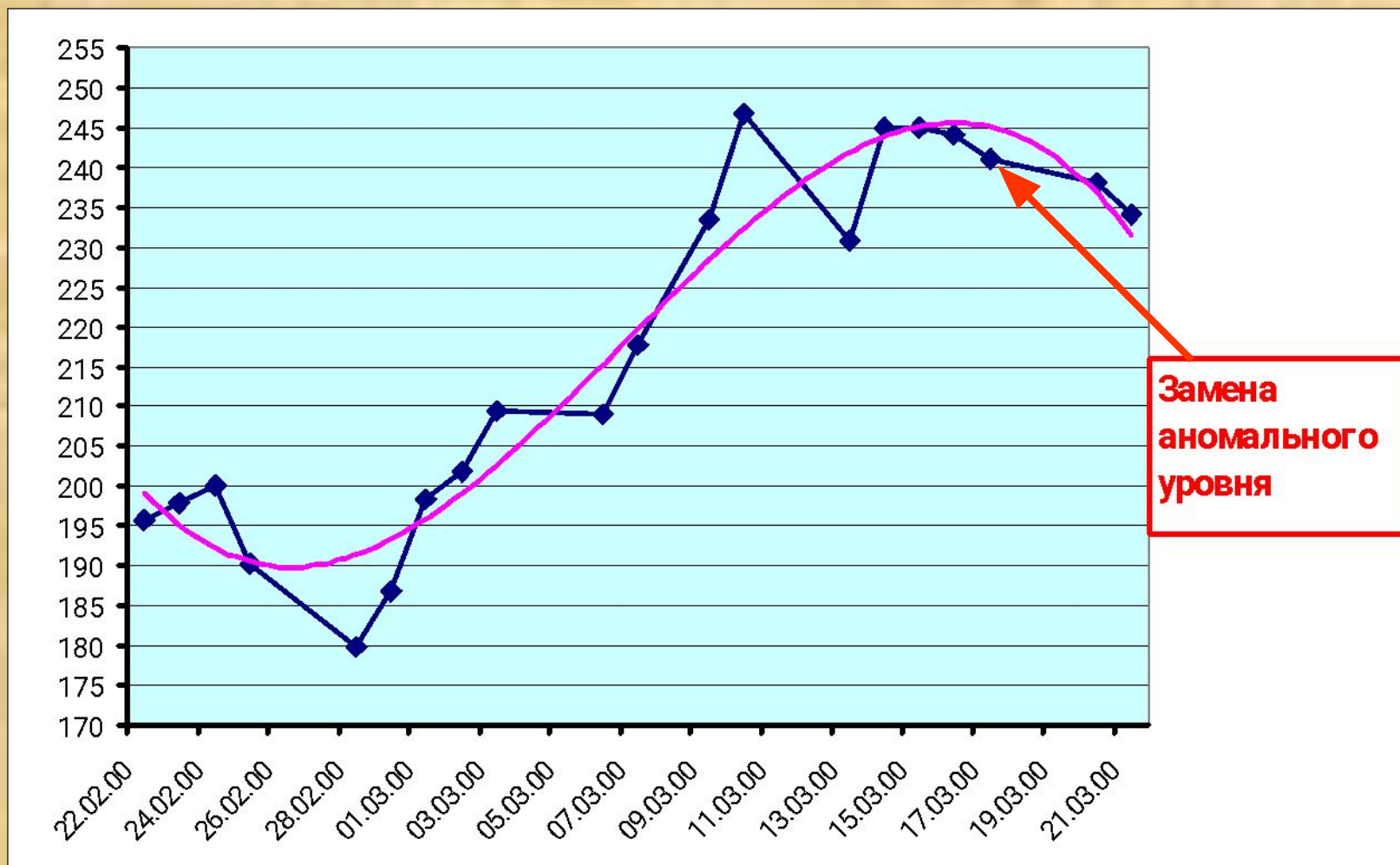
□ рассчитанные значения λ_t сравниваются с табличным $\lambda_t^{\text{табл}}$, и если выполняется неравенство $\lambda_t > \lambda_t^{\text{табл}}$, то наблюдение **аномально**.

Табличные значения $\lambda_t \Rightarrow$	Число наблюдений, n	Вероятность, p	
		0,95	0,99
	10	1,5	2,0
	20	1,3	1,8

Предварительный анализ данных. Влияние аномальных наблюдений на результаты моделирования



Предварительный анализ данных. Влияние аномальных наблюдений на результаты моделирования



Устранение причин возникновения аномальных наблюдений

АН могут быть вызваны двумя причинами:

- **техническими** - из-за ошибок в измерении и передаче информации, их называют ошибками первого рода (они подлежат устранению);
- **объективными** – из-за ошибок, возникающих в результате воздействия на данный процесс редко проявляющихся объективных факторов, называют ошибками второго рода (устранению не подлежат).

Устранение АН производится путем их замены средней арифметической соседних уровней ряда: $y_t = (y_{t-1} + y_{t+1})/2$, или экспоненциальной скользящей средней.

Пример. Проверить ВР на наличие АН.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	15	21	23	12	17	30	34	27	25	36
$y_t - y_t^{cp}$										
$(y_t - y_t^{cp})^2$										
λ_t										

Здесь $\sum y_t = 240$, $y_t^{cp} = 24$, $\sum (y_t - y_t^{cp})^2 = 574$, $\sigma_y \approx 8$, $\lambda_t^{табл} = 1,5$.

Для 6-го наблюдения $\lambda_t > \lambda_t^{табл}$, поэтому с вероятностью $p = 0,95\%$ можно предположить, что оно аномально.

Поскольку его природа неизвестна, то АН относится к ошибкам *второго рода* и его заменяем на среднее арифметическое соседних уровней $y_6 = (y_5 + y_7) / 2 = (17 + 34) / 2 = 25,5$.

Сглаживание ВР

Сглаживание ВР позволяет более четко выявить тренд и подготовить ряд для построения модели прогнозирования.

Сглаживание может выполняться различными методами:

- Простой скользящей средней;
- Взвешенной скользящей средней;
- Экспоненциального сглаживания.

Метод простой скользящей средней:

1) Выбирается интервал сглаживания $m = 3, 5, 7, 9$.

Если необходимо сгладить мелкие колебания, то m выбирается по возможности большим, и m уменьшается, если необходимо сохранить мелкие волны.

2) Рассчитывается параметр: $p=(m-1)/2$.

3) Вычисляется среднее арифметическое значение уровней в интервале сглаживания:

$$\bar{y} = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m y_l .$$

4) Интервал сглаживания смещается на один уровень ряда и вновь рассчитывается среднее арифметическое. Вычисления продолжаются до последнего уровня.

Недостаток метода – первые и последние p уровней остаются не сглаженными.

Метод взвешенной скользящей средней

Сглаживание производится по уравнению полинома

$$\hat{y} = (-3y_{t-2} + 12y_{t-1} + 17y_t + 12y_{t+1} - 3y_{t+2})/35$$

с учетом весовых коэффициентов (для $m=5$).

Выявление тренда

Тренд – долговременная устойчивая тенденция изменения показателя во времени. Различают 3 вида: \uparrow , \downarrow , \rightarrow .

возрастающий убывающий боковой

- Для выявления тренда используются:
 - Знаковый критерий Кокса и Стьюарта;
 - метод Фостера-Стьюарта;
 - метод проверки разностей средних уровней;
 - метод автокорреляционных функций и другие.

Метод обнаружения тренда - сравнение средних уровней ряда.

Временной ряд разбивают на две примерно равные по числу уровней части, каждая из которых рассматривается как некоторая самостоятельная выборочная совокупность, имеющая нормальное распределение. Если временной ряд имеет тенденцию к тренду, то средние, вычисленные для каждой совокупности, должны существенно (значимо) различаться между собой. Если же расхождение незначительно, несущественно (случайно), то временной ряд не имеет тенденции. Таким образом, проверка наличия тренда в исследуемом ряду сводится к проверке гипотезы о равенстве средних двух нормально распределенных совокупностей.

1. Делим исходный временной ряд на две примерно равные по числу уровней части: ($n_1+n_2=n$).
2. Для каждой из этих частей вычисляем средние значения:

$$\bar{Y}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n_1} y_t}{n_1}, \quad \bar{Y}_2 = \frac{\sum_{t=n_1+1}^n y_t}{n_2},$$

и дисперсии:

$$S_{y1}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n_1} (y_t - \bar{Y}_1)^2}{n_1 - 1}, \quad S_{y2}^2 = \frac{\sum_{t=n_1+1}^{n_2} (y_t - \bar{Y}_2)^2}{n_2 - 1},$$

3. Проверяем гипотезу о равенстве (однородности) дисперсий обеих частей ряда с помощью F-критерия Фишера. Для вычисления F-критерия большую дисперсию делят на меньшую:

$$F_{расч} = S_{y1}^2 / S_{y2}^2$$

Если $F_{расч} < F_{кр}$, то с заданной вероятностью нет оснований отвергать нулевую гипотезу о равенстве дисперсий обеих частей ряда.

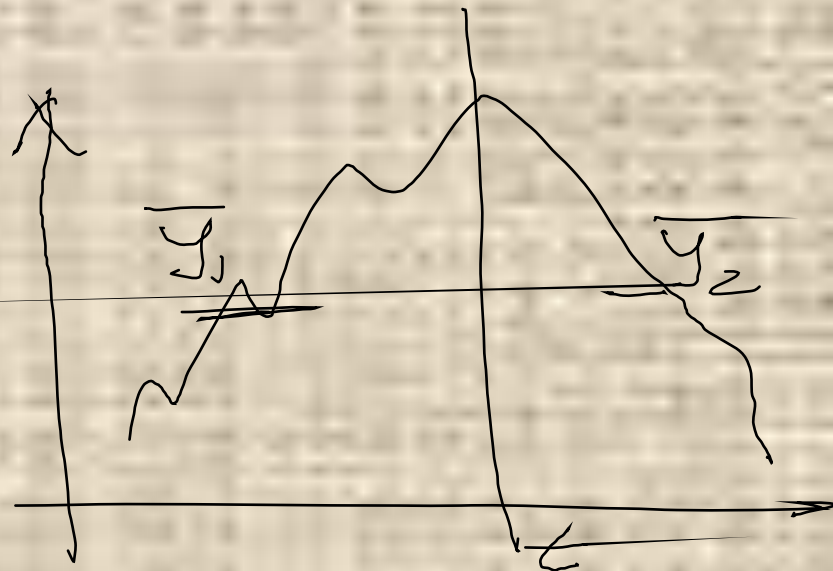
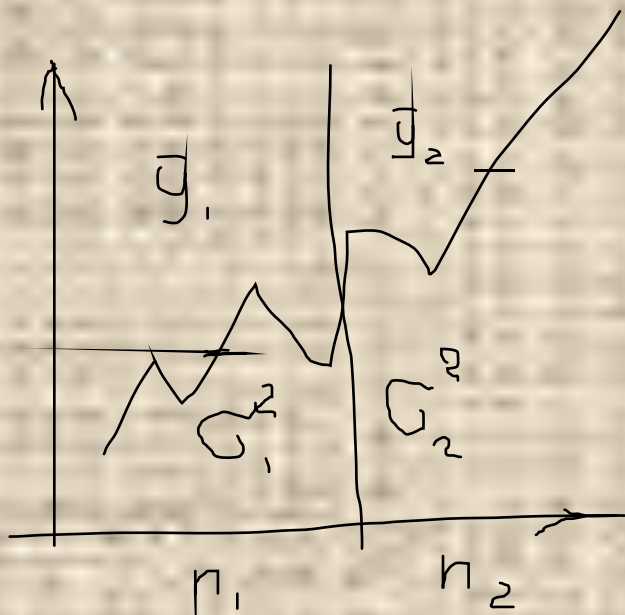
4. Проверяем основную гипотезу о равенстве средних значений с использованием t-критерия Стьюдента:

$$t = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\sqrt{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}},$$

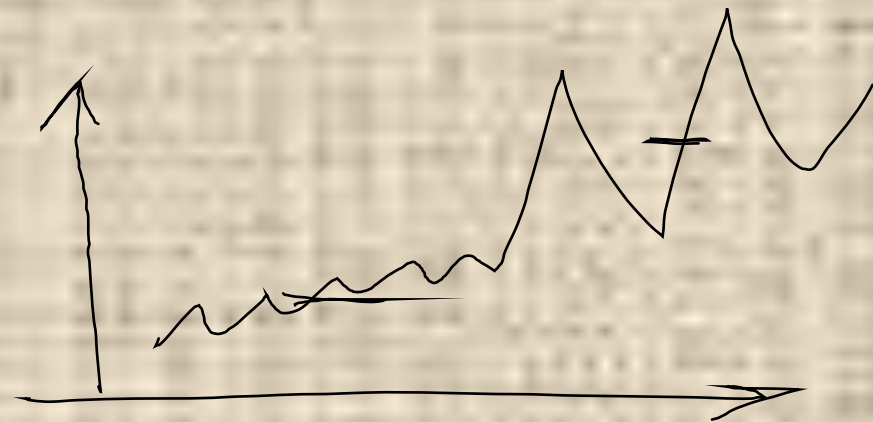
Если $|t_{расч}| < t_{кр}$, то нет оснований отвергать нулевую гипотезу о равенстве средних, расхождение между вычисленными средними незначимо. Отсюда вывод: тренд отсутствует.

Если $|t_{расч}| > t_{кр}$, то делают вывод о наличии тренда.

Метод обнаружения тренда - сравнение средних уровней ряда.



F критерий
t критерий



$$t = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\sqrt{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}$$

Построение моделей временных рядов.

Формирование уровней ряда определяется закономерностями трех основных типов: **инерцией тенденции**, **инерцией взаимосвязи между последовательными уровнями ряда** и **инерцией взаимосвязи между исследуемым показателем и показателями-факторами, оказывающими на него причинное воздействие**. Соответственно различают задачи анализа и моделирования тенденций, взаимосвязи между последовательными уровнями ряда; причинных взаимодействий между исследуемым показателем и показателями - факторами. Первая из них решается с помощью **моделей кривых роста**, вторая - с помощью **адаптивных методов и моделей**, а третья с помощью **регрессионных моделей**.

Модели кривых роста

Плавную кривую (гладкую функцию), аппроксимирующую временной ряд принято называть **кривой роста**.

Аналитические методы выделения (оценки) неслучайной составляющей временного ряда с помощью кривых роста реализуются в рамках моделей регрессии, в которых в роли зависимой переменной выступает переменная y_t , а в роли единственной объясняющей переменной – время t .

Виды аппроксимирующих функций

В качестве кривых роста для описания тренда могут выбираться различные функции:

- Полиномиальные (полином q –й степени)

$$y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_q t^q;$$

- Экспоненциальные

$$y_t = a_0 \cdot e^{a_1 t} \text{ – простая экспонента,}$$

$$y_t = a_0 + a_1 \cdot e^{a_2 t} \text{ – модифицированная;}$$

- S –образные

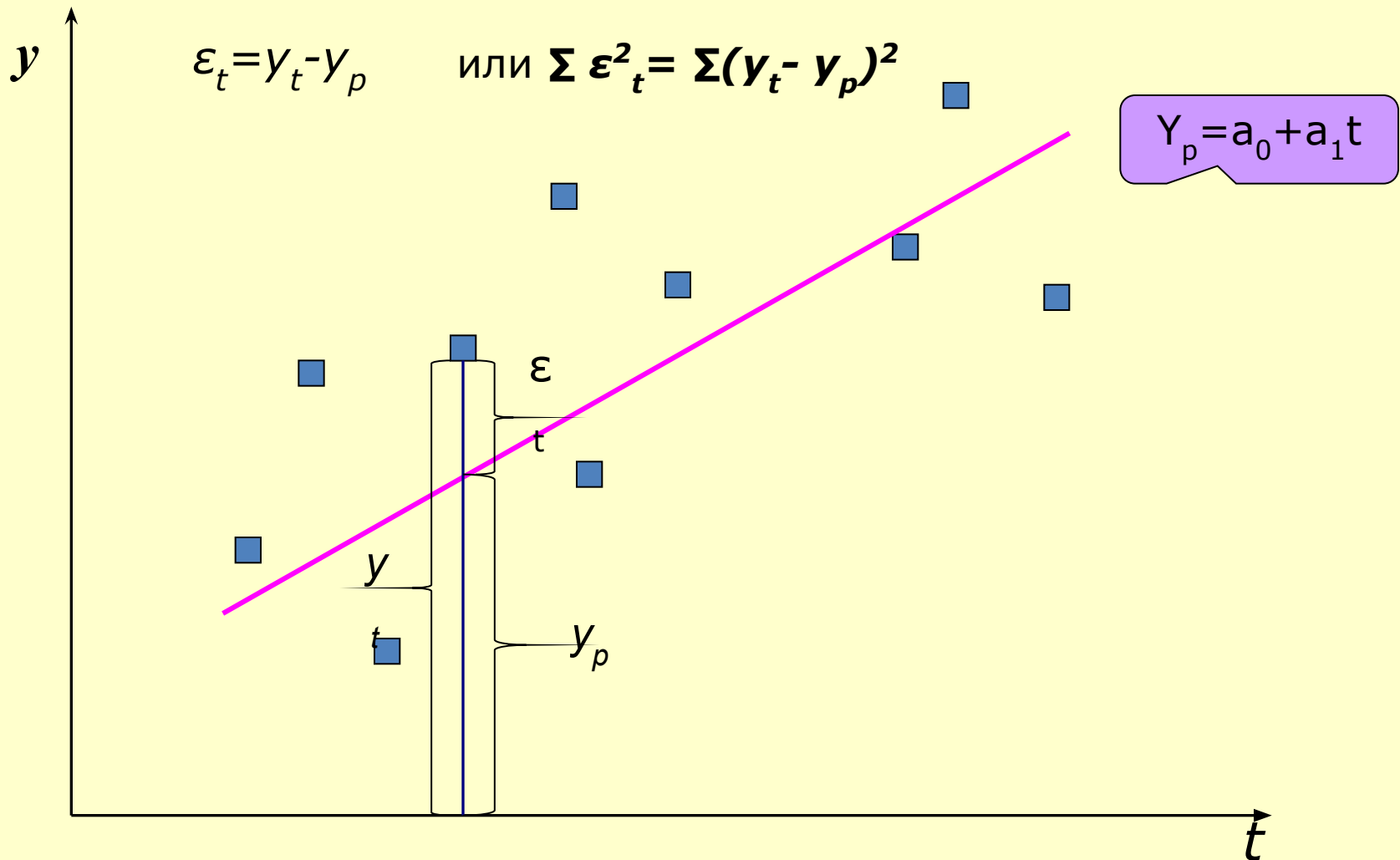
$$y_t = a_0 \cdot a_1^{a_2 t} \text{ – Гомперца,}$$

$$y_t = a_0 / (1 + a_1 \cdot e^{-a_2 t}) \text{ – логистическая.}$$

Расчет параметров модели МНК

Параметры большинства "кривых роста", как правило, оцениваются по **методу наименьших квадратов**, т.е. подбираются таким образом, чтобы график функции "кривой роста" располагался на минимальном удалении от точек исходных данных. Согласно методу наименьших квадратов при оценке параметров модели всем наблюдениям присваиваются равные веса, т.е. их информационная ценность признается равной, а тенденция развития на всем участке наблюдений – неизменной.

Построим график $y = f(t)$



Далее минимизируется сумма квадратов отклонений ε_t^2 , для чего вычисляются **частные** производные по a_1 , a_0 и приравняются нулю.

В результате решения системы уравнений получаем:

$$a_1 = \frac{\sum_{t=1}^n (y - \bar{y})(t - \bar{t})}{\sum_{t=1}^n (t - \bar{t})^2} ; \quad a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{t}$$

- Вычисленные значения параметров модели подставляются в уравнение модели:

$$y_p = a_0 + a_1 t ,$$

Оценка качества модели

Проверка адекватности

1. Проверка независимости (отсутствие автокорреляции).
2. Проверка случайности.
3. Соответствие ряда остатков нормальному закону распределения.
4. Равенство нулю средней ошибки.

Оценка точности модели

- Среднеквадратическое отклонение.
- Минимальная по абсолютной величине ошибка.
- Средняя относительная ошибка аппроксимации.

Оценка качества модели прогнозирования

Модель считается хорошей со статистической точки зрения, если она адекватна и достаточно точна.

Качество оценивается на основе исследования остаточной компоненты ε_t *по критериям адекватности* :

- Критерий поворотных точек или **p** - критерий (свойство случайности);
- **R/S** – критерий (нормальность распределения);
- Критерий **Дарбина-Уотсона** или **d** – критерий (свойство независимости остатков);
- Равенство математического ожидания нулю **$M(\varepsilon_t) = 0$** .

и критериям точности :

- Среднее квадратическое отклонение **S**;
- Средняя относительная ошибка аппроксимации **ε отн.**

1) проверка равенства математического ожидания нулю (Равенство нулю средней ошибки).

Если случайная компонента имеет нормальное распределение, то проверка выполняется по t- критерию Стьюдента

$$t_{расч} = \frac{|\bar{\varepsilon}|}{S_{\varepsilon}} \sqrt{n}, \quad S_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\varepsilon_t - \bar{\varepsilon})^2}{n-1}}$$

где $\bar{\varepsilon}$ – среднее арифметическое значение ε_t ,

S_{ε} – стандартное (среднеквадратическое) отклонение значений ε_t .

Если рассчитанное значение t- критерия Стьюдента меньше его табличного значения с уровнем значимости α и числом степеней свободы $(n-1)$, то H_0 нулевая гипотеза о равенстве нулю математического ожидания принимается.

2) Проверка условия случайности возникновения отдельных отклонений от тренда

Для проверки *случайности* уровней ряда могут быть использованы критерий серий и критерий поворотных точек.

Критерий «пиков», или критерий поворотных точек. Значение случайной переменной считается поворотной точкой, если оно одновременно больше (меньше) соседних с ним элементов. Если остатки случайны, то поворотная точка приходится примерно на каждые 1,5 наблюдения. Если их больше, то возмущения быстро колеблются и это не может быть объяснено только случайностью. Если же их меньше, то последовательные значения случайного компонента положительно коррелированы.

Проверка случайности.

Критерий поворотных точек (p – критерий)

Данный критерий служит для проверки свойства случайности колебаний остаточной компоненты относительно тренда.

Значение ε_t считается поворотной точкой если выполняется одно из условий:

$$\varepsilon_{t-1} < \varepsilon_t > \varepsilon_{t+1} \text{ или } \varepsilon_{t-1} > \varepsilon_t < \varepsilon_{t+1} .$$

Свойство случайности с уровнем значимости 0,05 выполняется, если фактическое количество поворотных точек p больше расчетного:

$$p > \left[\frac{2}{3}(n-2) - 1,96 \sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right] ,$$

3) Проверка независимости (отсутствие автокорреляции)

Критерий **Дарбина-Уотсона** или **d** – критерий (свойство независимости остатков т.е. **отсутствие автокорреляции**):

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}$$

где $\varepsilon_i = y_i^{\text{факт}} - y_i^{\text{расч}}$.

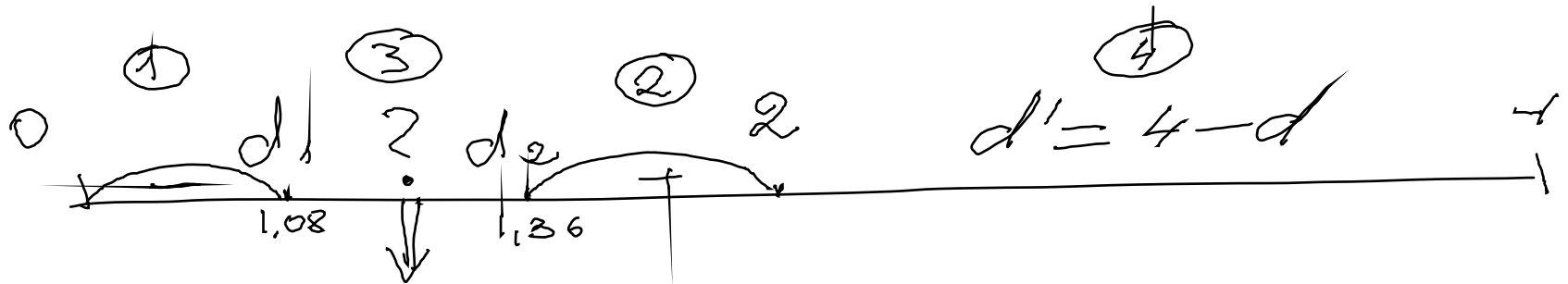
Критерий **d** – распределен в интервале $0 \dots 4$.

Если $d < 2$, то присутствует **положительная** автокорреляция между остатками уровней и **отрицательная** - если **$d > 2$** .

Если $0 < d < d_1$, то остатки содержат автокорреляцию.

Если $d_1 < d < d_2$, то имеется неопределенность и тогда рассчитывается первый коэффициент автокорреляции по формуле:

Проверка независимости (отсутствие автокорреляции)



$$|Z(1)| < Z_{табл.}$$

- 1 — свойство не выполняется
- 2 — свойство выполняется
- 3 — зона неопределенности — следует применить другие критерии
- 4 — $d' = 4 - d$

Проверка независимости (отсутствие автокорреляции)

$$r(1) = \frac{\sum_{t=2}^n \varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t-1}}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}$$

Рассчитанное значение $r(1)$ сопоставляется с $r(1)_{\text{табл}}$ табличным, и если $r(1) < r(1)_{\text{табл}}$, то автокорреляция отсутствует, в противном случае присутствует ($r(1)_{\text{табл}} = 0,36$).

Если $d_2 < d < 2$, то ряд остатков не коррелирован.

Если $d > 2$, то d - критерий пересчитывается по формуле: $d' = 4 - d$ и дальнейшие выводы делают по d' .



Для $n = 15$ значения $d_1 = 1,08$ и $d_2 = 1,36$ (при уровне значимости 0,05).

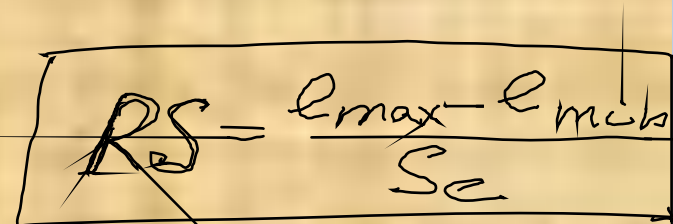
4) Соответствие ряда остатков нормальному закону распределения

R/S – критерий (нормальность распределения ε_t)

Критерий рассчитывается как отношение размаха вариации случайной величины

$$R = \varepsilon_{t \max} - \varepsilon_{t \min}$$

к стандартному отклонению $S_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}{n-1}}$



Handwritten formula: $R/S = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{S_\varepsilon}$

Если фактическое численное значение R/S-критерия попадает в диапазон табличных значений: для $n = 10 \Rightarrow R/S = 2,670 \dots 3,685$;

для $n = 20 \Rightarrow R/S = 3,180 \dots 4,490$;

для $n = 30 \Rightarrow R/S = 3,470 \dots 4,890$,

при уровне значимости $\alpha = 0,05$, то H_0 нулевая гипотеза о ненормальном распределении ε_t отвергается и принимается альтернативная гипотеза H_1 о нормальном распределении случайной компоненты.

Критерии точности модели

В качестве статистических показателей точности модели применяются:

среднее квадратическое отклонение

$$S_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}{n - k - 1}},$$

где n – количество уровней ряда,

k - число факторов в модели.

Чем меньше значение S_{ε} тем выше точность модели;

средняя относительная ошибка аппроксимации

$$\varepsilon^{отн} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{\varepsilon_t}{y_t} \right| \cdot 100$$

Если $\varepsilon^{отн} < 5\%$, то точность модели считается удовлетворительной,

при $\varepsilon^{отн} > 10\%$ - низкой.

Точность модели можно оценивать и по коэффициенту детерминации R^2

Выбор лучшей модели

производится по критериям адекватности и точности.

Лучшей считается та модель, которая имеет лучшие показатели качества.

Получение точечного и интервального прогноза

Точечный прогноз получают путем подстановки в модель значений фактора времени на прогнозируемом шаге

$$\hat{y}_{n+k} = a_0 + a_1 \cdot (n+k), \quad \text{где } n + k = t.$$

Поскольку вероятность точечного прогноза близка к нулю, то рассчитывается интервальный прогноз

$$\hat{y}_{n+k} \in [\hat{y}_{n+k} \pm u_k],$$

$$\text{где } u_k = S \cdot t_\alpha \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(n + k - \bar{t})^2}{\sum_{t=1}^n (t - \bar{t})^2}}.$$

Строим прогнозные значения показателя y_t

