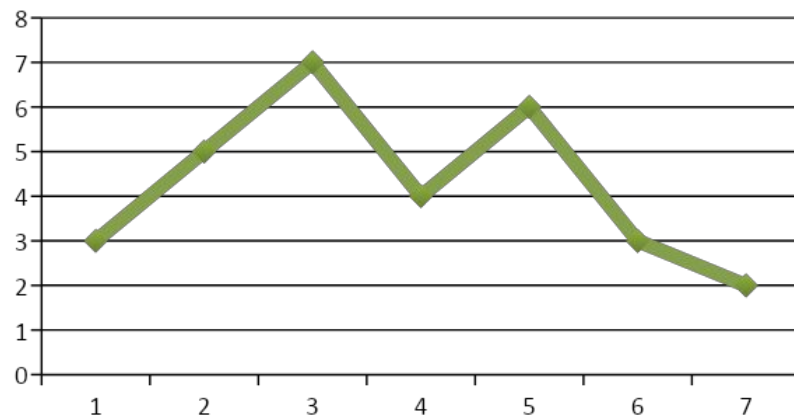
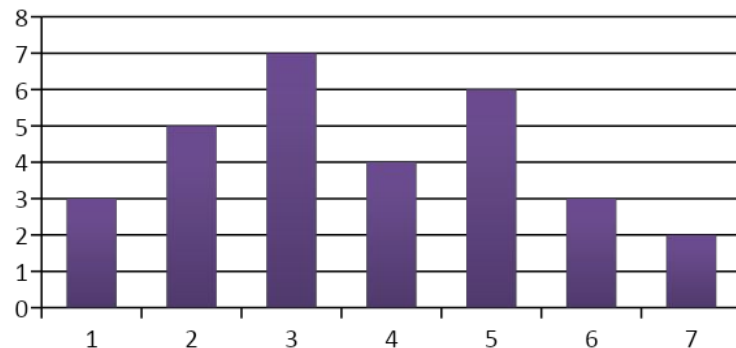


Московское суворовское военное училище

Тема
урока:



Статистическая обработка данных



Преподаватель Каримова
С.Р.

Средним арифметическим ряда чисел называется частное от деления суммы этих чисел на число слагаемых.

Размахом ряда чисел называется разность между наибольшим и наименьшим из этих чисел.

Модой ряда чисел называется число, которое встречается в данном ряду чаще других.

Упорядоченный ряд чисел:

1; 2; 2; 3; 4; 4; 5; 5; 5

1) Среднее арифметическое:

$$\frac{1 + 2 \cdot 2 + 3 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3}{9} = \frac{31}{9}$$

2) Размах: $5 - 1 = 4$

3) Мода: 5

Решение задач

- 1) **171.** В таблице показан расход электроэнергии некоторой семьей в течение года:

Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Расход электроэнергии, кВт·ч	85	80	74	61	54	34	32	32	62	78	81	82

Найдите средний ежемесячный расход электроэнергии этой семьей.

Решение:

Средний ежемесячный расход электроэнергии находим по формуле среднего арифметического:

$$x = \frac{85 + 80 + 74 + 61 + 54 + 34 + 32 + 32 + 62 + 78 + 81 + 83}{12} = 63.$$

Ответ: 63 кВт · ч.

- 2) **177.** В таблице показано число деталей, изготовленных за смену рабочими одной бригады:

№ п/п	Фамилия	Число деталей	№ п/п	Фамилия	Число деталей
1	Иванов	38	7	Семенов	45
2	Лазарев	42	8	Лукин	42
3	Ильин	36	9	Андреев	40
4	Бережной	45	10	Попов	47
5	Егоров	48	11	Сурков	39
6	Петров	45			

Для представленного в таблице ряда чисел найдите среднее арифметическое, размах и моду. Каков смысл каждого из этих показателей?

Решение:

Среднее арифметическое равно:

$$X = \frac{38 + 42 + 36 + 45 + 48 + 45 + 45 + 42 + 40 + 47 + 39}{11} = \frac{467}{11} \approx \mathbf{42,45}.$$

Размах $A = x_{\max} - x_{\min} = 48 - 36 = \mathbf{12}$.

Мода $M = \mathbf{45}$ (встречается 3 раза).

Среднее арифметическое – это условная величина (она не целая, хотя число деталей может быть только «целым»); она показывает центр «рассеивания» наблюдаемых величин (сумма отклонений от неё равна нулю); также это можно назвать средней выработкой рабочими деталей.

Размах характеризует разброс наблюдаемых значений, а *мода* показывает, какое число изготовленных деталей встречается чаще всего в данной смене рабочих.

Ответ: $\approx 42,45$; 12; 45.

Медианой упорядоченного ряда чисел с нечетным числом членов называется число, записанное посередине, а *медианой упорядоченного ряда* чисел с четным числом членов называется среднее арифметическое двух чисел, записанных посередине.

Медианой произвольного ряда называется медиана соответствующего упорядоченного ряда.

Решение задач

3) Найдите среднее арифметическое и медиану ряда чисел:

а) 27, 29, 23, 31, 21, 34; б) 56, 58, 64, 66, 62, 74.

Решение:

Для нахождения медианы необходимо каждый ряд упорядочить:

а) 21, 23, 27, 29, 31, 34.

$$n = 6; X = \frac{21 + 23 + 27 + 29 + 31 + 34}{6} = \frac{165}{6} = 27,5;$$

$$Me = \frac{27 + 29}{2} = 28;$$

б) 56, 58, 62, 64, 66, 74.

$$n = 6; X = \frac{56 + 58 + 62 + 64 + 66 + 74}{6} = \frac{380}{6} \approx 63,3;$$

$$Me = \frac{62 + 64}{2} = 63;$$

Решение задач

4)

192. Отмечая время (с точностью до минуты), которое токари бригады затратили на обработку одной детали, получили такой ряд данных:

30, 32, 32, 38, 36, 31, 32, 38, 35, 36,
32, 40, 42, 36, 33, 35, 32, 32, 40, 38.

Для полученного ряда данных найдите размах, моду и медиану. Объясните практический смысл этих статистических показателей.

Решение:

Упорядочим ряд данных:

30, 31, 32, 32, 32, 32, 32, 32, 33, 35,
35, 36, 36, 36, 38, 38, 38, 40, 40, 42;

число членов ряда $n = 20$.

Размах $A = x_{\max} - x_{\min} = 42 - 30 = 12$.

Мода $M_o = 32$ (это значение встречается 6 раз – чаще других).

Медиана $Me = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{35 + 35}{2} = 35$.

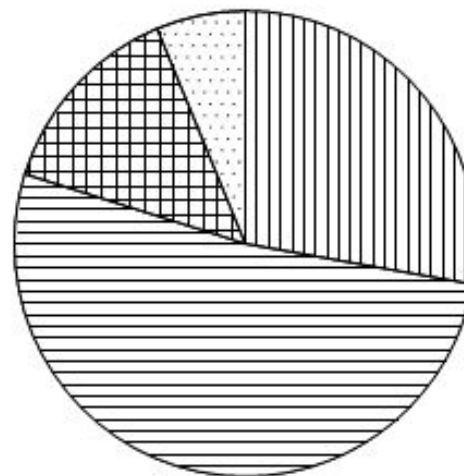
Размах показывает наибольший разброс времени на обработку детали; мода показывает наиболее типичное значение времени обработки; медиана – время обработки, которое не превысили половина токарей.

Ответ: 12; 32; 35.

Упражнения

Вариант 1

1 На круговой диаграмме показано распределение населения Индонезии по возрастным группам. Определите по диаграмме, к какой возрастной группе относится большинство населения Индонезии.



0 – 14 лет



15 – 49 лет



50 – 64 года



65 лет и более

1) 0 – 14 лет

2) 15 – 49 лет

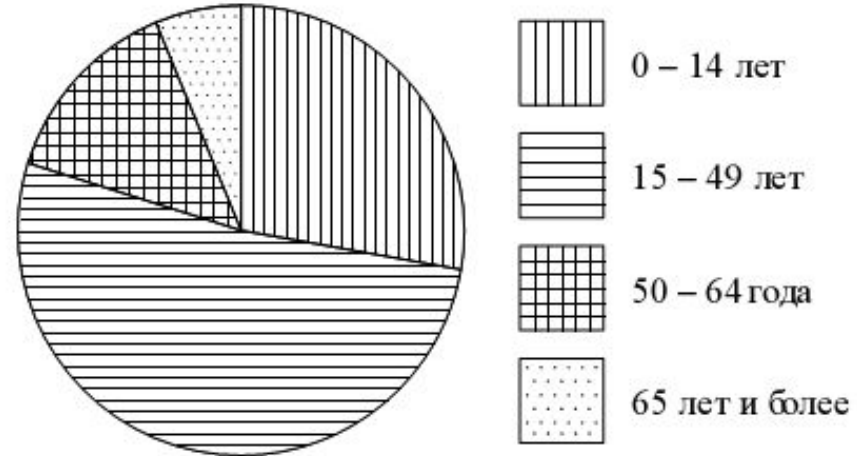
3) 50 – 64 года

4) 65 лет и более

Решение

Вариант 1

1 На круговой диаграмме показано распределение населения Индонезии по возрастным группам. Определите по диаграмме, к какой возрастной группе относится большинство населения Индонезии.



1) 0 – 14 лет

2) 15 – 49 лет

3) 50 – 64 года

4) 65 лет и более

Ответ: 2).

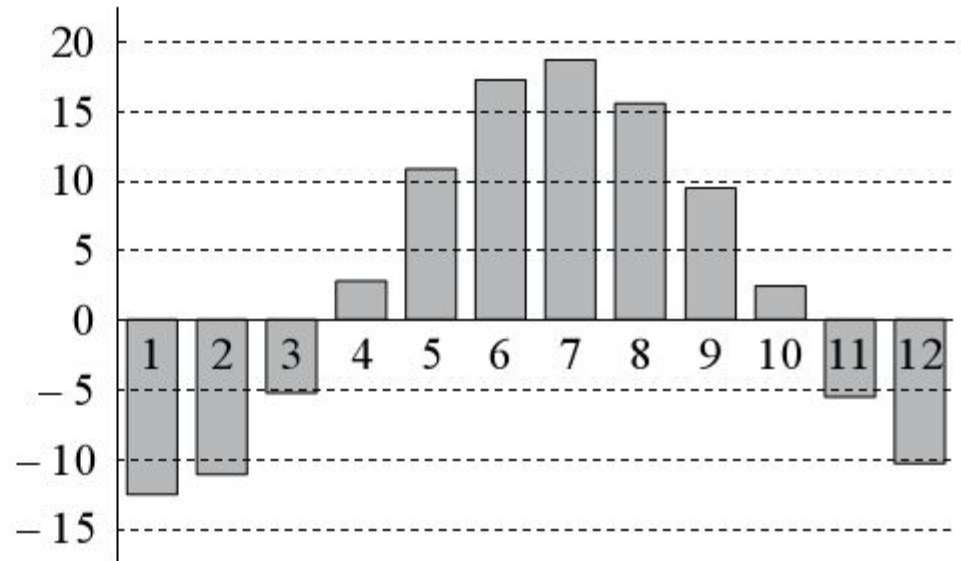
Упражнения

2 На диаграмме показаны среднемесячные температуры в г. Ижевске за много лет наблюдений. Определите по диаграмме.

а) Сколько месяцев в году в среднем холоднее, чем сентябрь?

б) Какая средняя температура в самом теплом месяце (приблизительно)?

в) Какой месяц в среднем самый холодный в Ижевске? В ответ запишите название месяца.



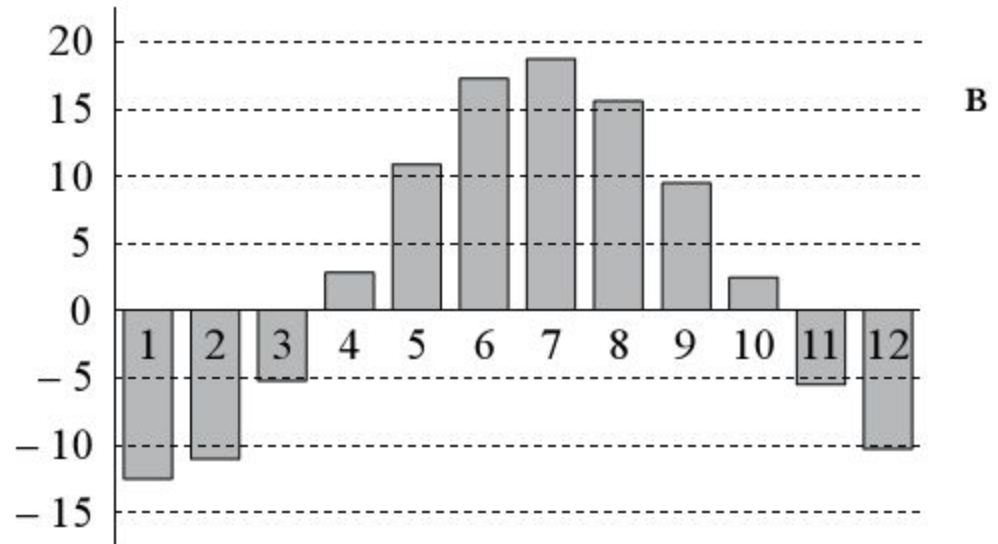
Решение

2 На диаграмме показаны среднемесячные температуры г. Ижевске за много лет наблюдений. Определите по диаграмме.

а) Сколько месяцев в году в среднем холоднее, чем сентябрь?

б) Какая средняя температура в самом теплом месяце (приблизительно)?

в) Какой месяц в среднем самый холодный в Ижевске? В ответ запишите название месяца.



Ответ: а) 7; б) припл. 18°C ; в) январь.

Упражнения

3

В таблице приведены две характеристики 30 разных стиральных машин, имеющих в продаже: максимальная загрузка белья (кг) и средний расход воды на одну стирку (л). По данным таблицы:

- найдите медиану расхода воды для машин, у которых загрузка белья не более 5 кг;
- найдите медиану расхода воды для машин, у которых загрузка белья более 5 кг.
- По вашему мнению, существенно ли отличаются полученные медианы для этих двух групп машин? Попробуйте обосновать свою точку зрения или объяснить своими словами возможную причину такого различия.

Загрузка белья (кг)	Расход воды (л)	Загрузка белья (кг)	Расход воды (л)	Загрузка белья (кг)	Расход воды (л)
3,5	42	5	48	6	48
3,5	42	5	45	6	48
4	43	5	40	6	47
4	43	5	43	6	48
4,5	40	5	52	6	48
4,5	40	5,5	39	6	64
5	44	5,5	49	7	47
5	44	6	48	7	42
5	49	6	45	7	42
5	46	6	47	8	56

Решение

3

В таблице приведены две характеристики 30 разных стиральных машин, имеющих в продаже: максимальная загрузка белья (кг) и средний расход воды на одну стирку (л). По данным таблицы.

а) найдите медиану расхода воды для машин, у которых загрузка белья не более 5 кг;

б) найдите медиану расхода воды для машин, у которых загрузка белья более 5 кг.

в) По вашему мнению, существенно ли отличаются полученные медианы для этих двух групп машин? Попробуйте обосновать свою точку зрения или объяснить своими словами возможную причину такого различия.

Загрузка белья (кг)	Расход воды (л)	Загрузка белья (кг)	Расход воды (л)	Загрузка белья (кг)	Расход воды (л)
3,5	42	5	48	6	48
3,5	42	5	45	6	48
4	43	5	40	6	47
4	43	5	43	6	48
4,5	40	5	52	6	48
4,5	40	5,5	39	6	64
5	44	5,5	49	7	47
5	44	6	48	7	42
5	49	6	45	7	42
5	46	6	47	8	56

Ответ: а) 43; б) 48; в) чем больше белья, тем больше нужно воды, чтобы его постирать.

Упражнения

4

Когда на деревообрабатывающем комбинате пилят доски, их проверяют на соответствие стандартам. Если доска не имеет серьезных дефектов, ее измеряют, чтобы выяснить, насколько ее размеры отклоняются от заданных (номинальных). Для этого ширину и толщину доски измеряют в четырех местах.

В таблице приведены результаты четырех измерений доски номинальной шириной 200 мм и номинальной толщиной 20 мм.

Замер	1	2	3	4
Ширина (мм)	202	204	203	201
Толщина (мм)	20	19	20	21

- а) Найдите размах измерений ширины;
- б) Найдите дисперсию измерений толщины;

Требование государственного стандарта (ГОСТ): допустимые отклонения от номинального значения: по ширине – 3 мм, по толщине – 1 мм. Если максимальное отклонение по ширине или по толщине больше, чем допустимое, доску признают бракованной.

- в) Следует ли доску, измерения которой даны в таблице, признать бракованной? Обоснуйте свой ответ.

4

Когда на деревообрабатывающем комбинате пилят доски, их проверяют на соответствие стандартам. Если доска не имеет серьезных дефектов, ее измеряют, чтобы выяснить, насколько ее размеры отклоняются от заданных (номинальных). Для этого ширину и толщину доски измеряют в четырех местах. В таблице приведены результаты четырех измерений доски номинальной шириной 200 мм и номинальной толщиной 20 мм.

Замер	1	2	3	4
Ширина (мм)	202	204	203	201
Толщина (мм)	20	19	20	21

- а) Найдите размах измерений ширины;
б) Найдите дисперсию измерений толщины;

Требование государственного стандарта (ГОСТ): допустимые отклонения от номинального значения: по ширине – 3 мм, по толщине – 1 мм. Если максимальное отклонение по ширине или по толщине больше, чем допустимое, доску признают бракованной.

- в) Следует ли доску, измерения которой даны в таблице, признать бракованной? Обоснуйте свой ответ.

Ответ: а) 3; б) 0,5; в) следует, поскольку максимальное отклонение 4 мм по ширине от номинального значения больше, чем допустимое.

Упражнения

5 В баскетбольной команде 9 игроков. Их средний рост равен 199 см. Чему будет равен средний рост игроков команды, когда к ней присоединится новый игрок ростом 205 см?

Решение

5 В баскетбольной команде 9 игроков. Их средний рост равен 199 см. Чему будет равен средний рост игроков команды, когда к ней присоединится новый игрок ростом 205 см?

Возможный вариант записи решения:

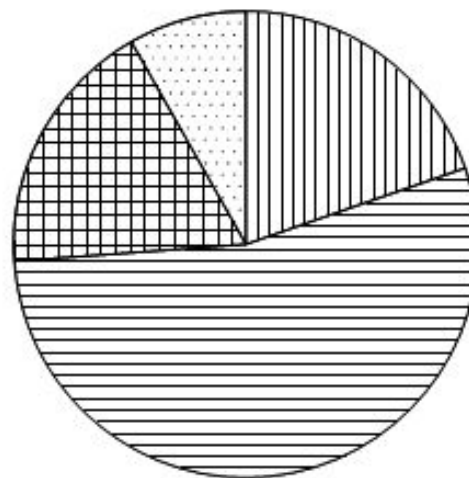
$$\frac{199 \cdot 9 + 205}{10} = \frac{1791 + 205}{10} = \frac{1996}{10} = 199,6.$$

Ответ: 199,6 см.

Упражнения

Вариант 2

1 На круговой диаграмме показано распределение населения Китая по возрастным группам. Определите по диаграмме, какие две из этих групп примерно одинаковы по численности.



A) 0 – 14 лет



B) 15 – 49 лет



C) 50 – 64 года



D) 65 лет и более

1) А и В

2) А и С

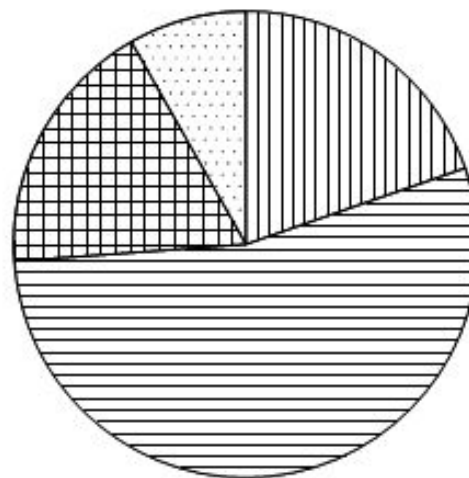
3) В и С

4) В и D

Решение

Вариант 2

1 На круговой диаграмме показано распределение населения Китая по возрастным группам. Определите по диаграмме, какие две из этих групп примерно одинаковы по численности.



A) 0 – 14 лет



B) 15 – 49 лет



C) 50 – 64 года



D) 65 лет и более

1) А и В

2) А и С

3) В и С

4) В и D

Ответ: 2.

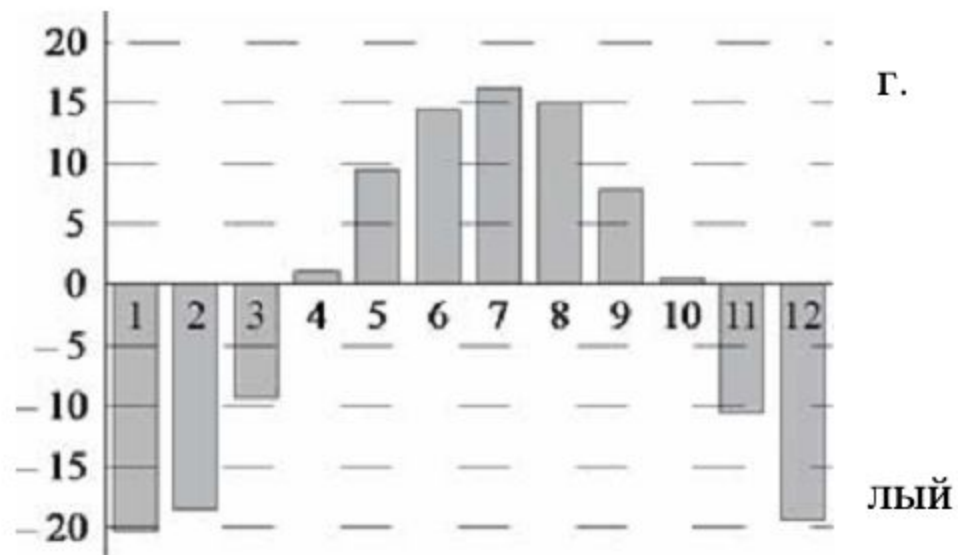
Упражнения

2 На диаграмме показаны среднемесячные температуры в Иркутске за много лет наблюдений. Определите по диаграмме.

а) Сколько месяцев в году в среднем холоднее, чем май?

б) Какая средняя температура в самом холодном месяце (приблизительно)?

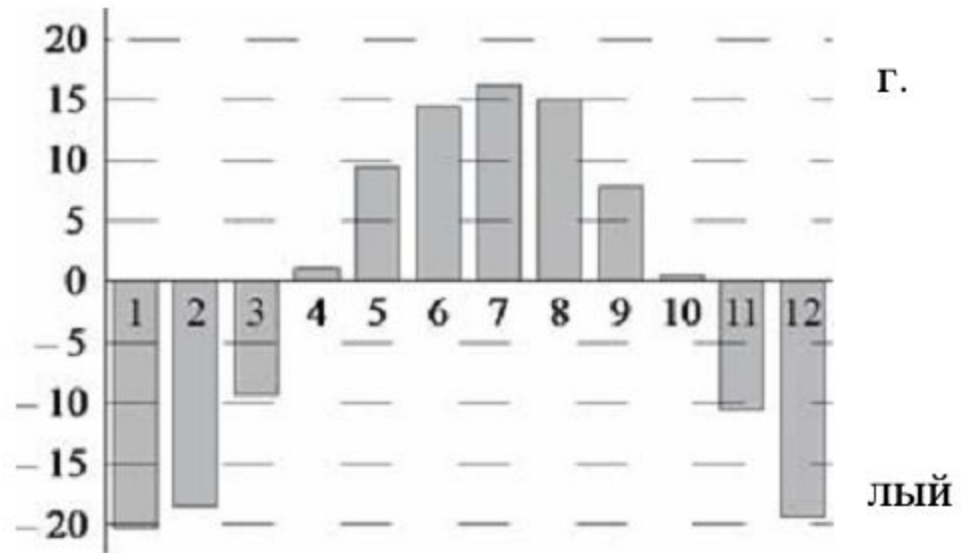
в) Какой месяц в среднем самый тёплый в Иркутске? В ответ запишите название месяца.



Решение

2 На диаграмме показаны среднемесячные температуры в Иркутске за много лет наблюдений. Определите по диаграмме.

- а) Сколько месяцев в году в среднем холоднее, чем май?
б) Какая средняя температура в самом холодном месяце (приблизительно)?
в) Какой месяц в среднем самый тёплый в Иркутске? В ответ запишите название месяца.



Ответ: а) 8; б) пригл. -21°C ; в) июль.

Упражнения

3

В таблице приведены две характеристики 30 разных бензопил, имеющих в продаже – мощность (в лошадиных силах) и максимальная длина шины (см). По данным таблицы:

а) найдите медиану мощности для бензопил с длиной шины не более 40 см;

б) найдите медиану мощности для бензопил длиной шины более 40 см.

в) По вашему мнению, существенно ли отличаются полученные медианы для этих двух групп бензопил? Попробуйте обосновать свою точку зрения или объяснить своими словами возможную причину такого различия.

Мощность (л.с.)	Длина шины (см)	Мощность (л.с.)	Длина шины (см)	Мощность (л.с.)	Длина шины (см)
1,8	35	1,8	40	1,6	45
2	35	1,8	40	3	45
2	35	1,9	40	5,8	45
2,3	35	2	40	2,7	45
2,7	35	2	40	4,6	45
3,5	37	2,2	41	2,9	45,5
2	38	2,4	41	2,15	51
2,4	38	3,4	41	2,4	51
2,2	38	2,4	41	3	55
2	38	1,9	41	5,4	75

Решение

3

В таблице приведены две характеристики 30 разных бензопил, имеющих в продаже – мощность (в лошадиных силах) и максимальная длина шины (см). По данным таблицы:

а) найдите медиану мощности для бензопил с длиной шины не более 40 см;

б) найдите медиану мощности для бензопил длиной шины более 40 см.

в) По вашему мнению, существенно ли отличаются полученные медианы для этих двух групп бензопил? Попробуйте обосновать свою точку зрения или объяснить своими словами возможную причину такого различия.

Мощность (л.с.)	Длина шины (см)	Мощность (л.с.)	Длина шины (см)	Мощность (л.с.)	Длина шины (см)
1,8	35	1,8	40	1,6	45
2	35	1,8	40	3	45
2	35	1,9	40	5,8	45
2,3	35	2	40	2,7	45
2,7	35	2	40	4,6	45
3,5	37	2,2	41	2,9	45,5
2	38	2,4	41	2,15	51
2,4	38	3,4	41	2,4	51
2,2	38	2,4	41	3	55
2	38	1,9	41	5,4	75

3. Ответ: а) 2; б) 2,7; в) чем длиннее цепь (шина) у пилы, тем более толстые брёвна может пилить пила и тем мощнее должен быть двигатель.

Упражнения

4

Когда на деревообрабатывающем комбинате пилят доски, их проверяют на соответствие стандартам. Если доска не имеет серьезных дефектов, ее измеряют, чтобы выяснить, насколько ее размеры отклоняются от заданных (номинальных). Для этого ширину и толщину доски измеряют в четырех местах.

В таблице приведены результаты четырех измерений доски номинальной шириной 150 мм и номинальной толщиной 20 мм.

Замер	1	2	3	4
Ширина (мм)	151	149	152	148
Толщина (мм)	21	18	21	20

- а) Найдите размах измерений толщины;
- б) Найдите дисперсию измерений ширины;

Требование государственного стандарта (ГОСТ). допустимые отклонения от номинального значения: по ширине – 3 мм, по толщине – 1 мм. Если максимальное отклонение по ширине или по толщине больше, чем допустимое, доску признают бракованной (третьего сорта).

- в) Следует ли доску, измерения которой даны в таблице, признать бракованной? Обоснуйте свой ответ.

Решение

4

Когда на деревообрабатывающем комбинате пилят доски, их проверяют на соответствие стандартам. Если доска не имеет серьезных дефектов, ее измеряют, чтобы выяснить, насколько ее размеры отклоняются от заданных (номинальных). Для этого ширину и толщину доски измеряют в четырех местах. В таблице приведены результаты четырех измерений доски номинальной шириной 150 мм и номинальной толщиной 20 мм.

Замер	1	2	3	4
Ширина (мм)	151	149	152	148
Толщина (мм)	21	18	21	20

- а) Найдите размах измерений толщины;
б) Найдите дисперсию измерений ширины;

Требование государственного стандарта (ГОСТ). допустимые отклонения от номинального значения: по ширине – 3 мм, по толщине – 1 мм. Если максимальное отклонение по ширине или по толщине больше, чем допустимое, доску признают бракованной (третьего сорта).

- в) Следует ли доску, измерения которой даны в таблице, признать бракованной? Обоснуйте свой ответ.

4. Ответ: а) 3; б) 2,5; в) следует, поскольку максимальное отклонение 2 мм по толщине от номинального значения больше, чем допустимое.

Упражнения

5

В баскетбольной команде 11 игроков. Их средний рост равен 196 см. Чему будет равен средний рост игроков команды, когда из команды уйдёт игрок ростом 185 см?

Решение

5

В баскетбольной команде 11 игроков. Их средний рост равен 196 см. Чему будет равен средний рост игроков команды, когда из команды уйдёт игрок ростом 185 см?

Ответ: 197,1 см.

Вариант 1

1. В таблице дана длительность каникул (в днях) в течение учебного года:

Осень	Зима	Весна	Лето	всего дней
4	22	7	87	120

Какая из четырех круговых диаграмм верно отражает данные таблицы?



1)



2)



3)



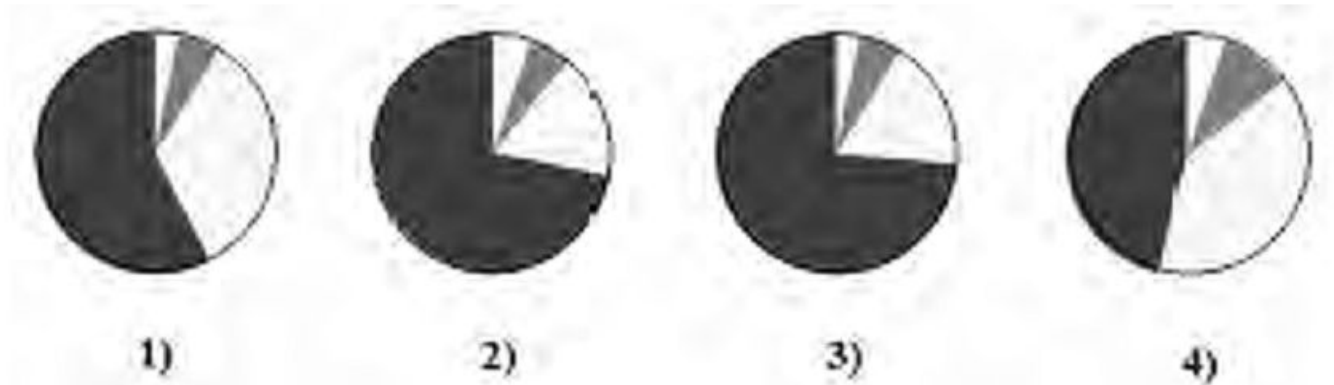
4)

Вариант 1

1. В таблице дана длительность каникул (в днях) в течение учебного года:

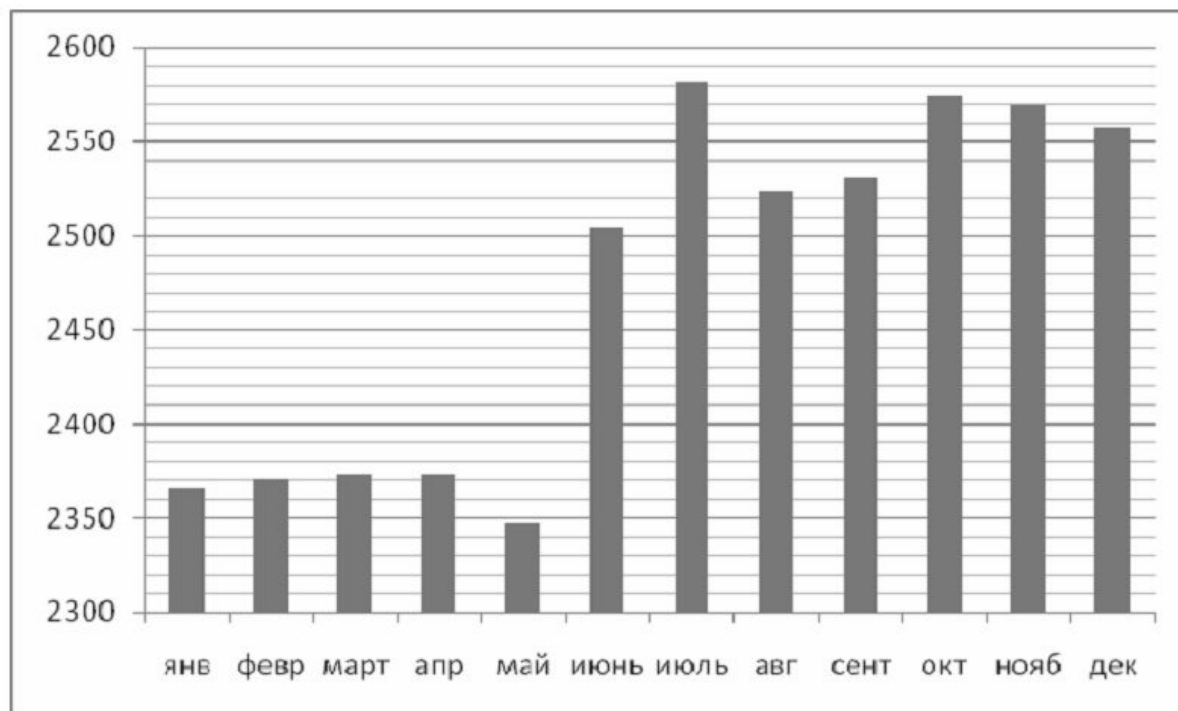
Осень	Зима	Весна	Лето	всего дней
4	22	7	87	120

Какая из четырех круговых диаграмм верно отражает данные таблицы?



Ответ: 3

2. На диаграмме дано число рабочих на фабриках и заводах Российской Федерации в 1927 году (в тыс. чел.). С помощью диаграммы ответьте на вопросы:

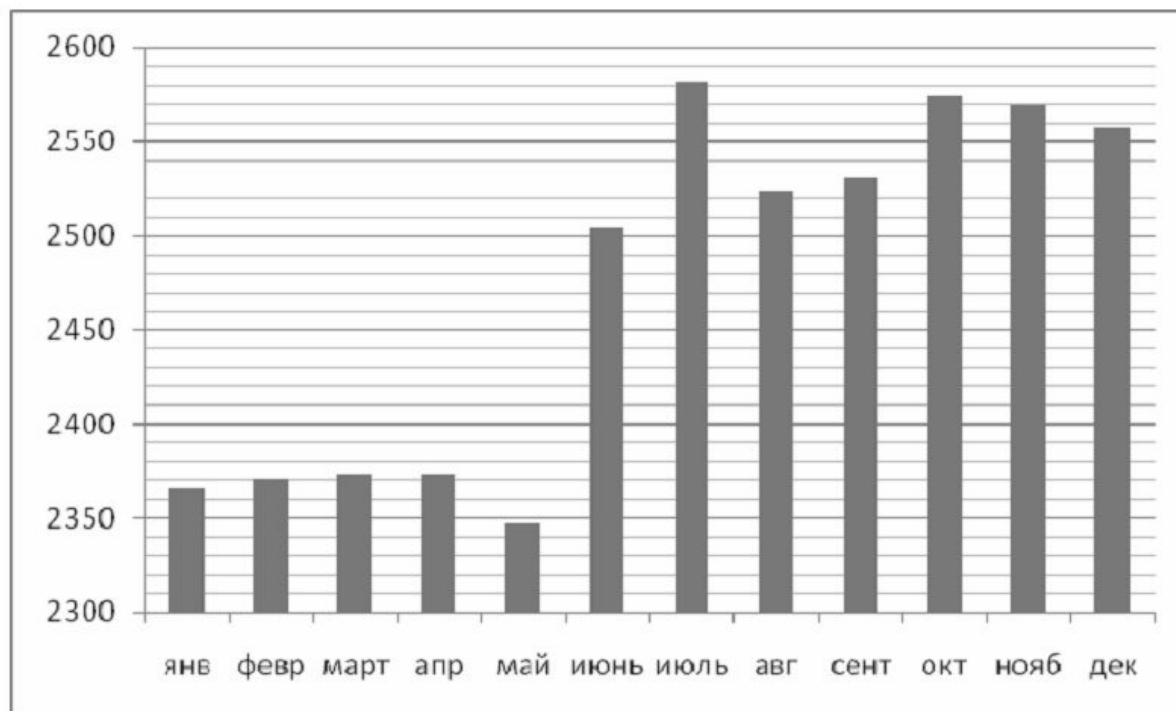


а) В каком месяце 1927 года наблюдалось наиболее резкое увеличение численности рабочих?

б) На сколько выросла численность рабочих в июле по сравнению с маем? Дайте примерный ответ в тыс. чел.

в) В какие месяцы второго полугодия наблюдалось снижение численности рабочих по сравнению с предыдущим месяцем?

2. На диаграмме дано число рабочих на фабриках и заводах Российской Федерации в 1927 году (в тыс. чел.). С помощью диаграммы ответьте на вопросы:



а) В каком месяце 1927 года наблюдалось наиболее резкое увеличение численности рабочих?

б) На сколько выросла численность рабочих в июле по сравнению с маем? Дайте примерный ответ в тыс. чел.

в) В какие месяцы второго полугодия наблюдалось снижение численности рабочих по сравнению с предыдущим месяцем?

Ответ: а) в июне; б) около 230 тыс. чел.; в) в августе, ноябре и декабре

3. В таблице приведено число пользователей интернета в 10 крупнейших по площади странах мира.

Страна	Число пользователей, (млн.)
Россия	30
Канада	24
США	220
Китай	213
Бразилия	68
Австралия	15
Индия	81
Аргентина	11
Казахстан	2
Судан	4

- Найдите среднее арифметическое числа пользователей.
- Найдите медиану числа пользователей.
- Какое из найденных средних лучше характеризует численность пользователей интернета в этих странах? Кратко обоснуйте свое мнение.

3. В таблице приведено число пользователей интернета в 10 крупнейших по площади странах мира.

Страна	Число пользователей, (млн.)
Россия	30
Канада	24
США	220
Китай	213
Бразилия	68
Австралия	15
Индия	81
Аргентина	11
Казахстан	2
Судан	4

- Найдите среднее арифметическое числа пользователей.
- Найдите медиану числа пользователей.
- Какое из найденных средних лучше характеризует численность пользователей интернета в этих странах? Кратко обоснуйте свое мнение.

Ответ: а) 66,8 млн.; б) 27 млн.; в) медиана, поскольку данные содержат значения, значительно отличающиеся от прочих

4. Швейцарские часы испытывают на точность с помощью специального теста. В ходе теста определяется ошибка измерения времени (в секундах на протяжении суток) при разной температуре, влажности и в разных положениях механизма. Часы получают сертификат точности, если размах ошибки меньше 4,5 секунд за сутки, а дисперсия меньше 3.

Если средняя ошибка в ту или иную сторону превышает 2 секунды, то часы нуждаются в регулировке.

В таблице даны результаты пяти испытаний одного часового механизма.

Номер испытания	1	2	3	4	5
Ошибка (с)	-1,1	-2,7	-0,8	-5,5	-2,9

- а) Найдите среднюю ошибку, размах и дисперсию ошибки.
- б) Определите, получают ли эти часы сертификат точности.
- в) Определите, нуждаются ли часы в регулировке.

4. Швейцарские часы испытывают на точность с помощью специального теста. В ходе теста определяется ошибка измерения времени (в секундах на протяжении суток) при разной температуре, влажности и в разных положениях механизма. Часы получают сертификат точности, если размах ошибки меньше 4,5 секунд за сутки, а дисперсия меньше 3.

Если средняя ошибка в ту или иную сторону превышает 2 секунды, то часы нуждаются в регулировке.

В таблице даны результаты пяти испытаний одного часового механизма.

Номер испытания	1	2	3	4	5
Ошибка (с)	-1,1	-2,7	-0,8	-5,5	-2,9

- а) Найдите среднюю ошибку, размах и дисперсию ошибки.
- б) Определите, получают ли эти часы сертификат точности.
- в) Определите, нуждаются ли часы в регулировке.

Ответ:

- а) Средняя ошибка 2,6 (или $-2,6$) с; размах 4,7 с; дисперсия 2,8.
- б) Не получают, поскольку размах превышает 4,5 с.
- в) Нуждаются, поскольку средняя ошибка больше 2 с;

5. Среднее значение набора чисел равно 4, а дисперсия равна 18. Каждое число набора изменили на противоположное. Найдите:

- а) среднее значение нового набора; б) дисперсию нового набора.

Итоги урока.

- Какие существуют средние статистические характеристики ряда?
- Как найти среднее арифметическое ряда?
- Что такое размах ряда? Что он характеризует?
- Что такое мода ряда? Что она характеризует?
- Что называется медианой ряда чисел?

Задание на с/п:

№ 178, № 182, № 187, № 190.

