ОБЛИГАЦИИ

Финансовый университет при Правительстве РФ, кафедра Прикладная математика

Основные понятия и параметры облигации.

- Опр.Облигация - ценная бумага , длительный заем эмитенту от ее обладателя и оговоренный доход обладателю. Он обычно ниже , чем от других ЦБ, но более надежен и стабилен. В облигации чаще всего инвестируют свободные средства пенсионные фонды, ПИФЫ и др.
- **ПАРАМЕТРЫ ОБЛИГАЦИИ.**
- **Дата погашения** (Т- время обращения ОБ с момента выпуска);
- **Срок погашения** (n=T- t , где t -текущее время).
- **НОМИНАЛЬНАЯ СТОИМОСТЬ (N)** –сумма денег , выплачиваемая владельцу облигации на дату погашения. Обычно указывается на самой облигации.
- **Выкупная стоимость** (если она отличается от номинальной).

ПАРАМЕТРЫ ОБЛИГАЦИИ.

- Купонный доход (С)- постоянные платежи , которые выплачиваются владельцу ежегодно по купонной ставке – с (норма дохода)-с = C/N.
- *Опр.* Если выплаты по купонам не предусмотрены , то такую облигацию называют безкупонной. Доход по ней образуется за счет курсовой разницы стоимости облигации.

Виды облигаций

- По сроку действия облигации подразделяются на краткосрочные (от года до 3 лет), среднесрочные (от 3 до 7 лет), долгосрочные (от 7 до 30 лет) и бессрочные (выплаты процентов осуществляются неопределённо долго).

Текущая стоимость облигации.

- С каждой облигацией связан поток платежей - С. Поэтому в момент времени t вводится понятие текущей стоимости - Р облигации (r- процентная ставка, n-время до погашения)

$$\boldsymbol{P} = \sum_{\boldsymbol{i}=1}^{\boldsymbol{n}} \frac{\boldsymbol{C}}{(1+\boldsymbol{r})^{\boldsymbol{i}}} + \frac{\boldsymbol{N}}{(1+\boldsymbol{r})^{\boldsymbol{n}}}$$

- Так как C=cN,то
-

$$P = cN\frac{1-(1+r)^{-n}}{r} + \frac{N}{(1+r)^{n}}, (O1)$$

Пример. Найти текущую стоимость облигации номинальной стоимостью N=1000 руб., сроком погашения n= 5 лет и ежегодными выплатами. По купонной ставке c=15% при годовой процентной ставке r= 20%.

- Решение. Подставляя в формулу (О1) получим
- $$P = cN\frac{1-(1+r)^{-n}}{r} + \frac{N}{(1+r)^{n}} = 150\frac{1-1{,}2^{-5}}{0{,}2} +$$

$$1000 * 1{,}2^{-5} = 850{,}1$$

Текущая доходность и доходность к погашению облигации

- Курсом облигации есть отношение вида: $K=V/N*100\%$,
- где V-рыночная (курсовая) цена облигации определяется конъюнктурой рынка. .
- Текущая доходность – **$i=C/V=cN/V=c/K$.**

Показателем текущей доходности удобно пользоваться, когда до погашения облигации остается немного времени, так как в этом случае ее цена вряд ли будет испытывать существенные колебания.

Пример.

- **Если облигация с $N=1000$ куплена по цене $V=900$, то ее курсовая стоимость равна**
- $K=V/N*100\%=90\%$ т.е. курс облигации составляет 90 % от номинала.

Доходность к погашению-ρ.

- Если известны **V, n, c,** то

$$V = \sum_{i=1}^{n} \frac{C}{\left(1+\rho\right)^{i}} + \frac{N}{\left(1+\rho\right)^{n}},$$

- где ρ - доходность к погашению
- Если C=cN,то

$$V = cN\frac{1-\left(1+\rho\right)^{-n}}{\rho} + \frac{N}{\left(1+\rho\right)^{n}} \quad \textbf{(O2)}$$

- Решение при n<10

$$\rho \approx \frac{2\left(cn+1-K\right)}{\left(K-1+n\left(K+1\right)\right)}$$

АНАЛИЗ (02)

- Следствия

- 1) $V=N$ $(K=1)$ $\Leftrightarrow$ $\rho=c$,
- 2) $V>N$ $(K>1)$ $\Leftrightarrow$ $\rho<c$,
- 3) $V<N$ $(K<1)$ $\Leftrightarrow$ $\rho>c$,

Бескупонная облигация

- Так для бескупонной облигации C=0, то

$$P = \frac{N}{(1+r)^n}$$

Пример.

N = 10000 руб., r = 20%, n = 3 года. Определить P.

$$P = \frac{10000}{(1+0,2)^3} = 5786,0 \text{ руб.}$$

Дюрация облигации по Маколею.

- Для сравнения облигаций с одинаковым сроком погашения, но с различной структурой купонных платежей, необходимо учитывать особенности распределения доходов во времени («профиль»поступления доходов).
- Также важно знать как реагирует цена или стоимость на изменение процентной ставки.

Дюрация потока по Маколею

- Рассмотрим поток { (t1,C1),(t2,C2),…., (tk,Cn)}
- $P(y)=\Sigma Ck(1+y)^{-tk}$.

- Продиф. функцию P(y) по y и разделим на P:
- $P`(y)/P(y)=- [1/(1+y)] *\Sigma wk*tk$, (O3)

Дюрация облигации

-
- $D = \sum w_k * t_k$
- **где $w_k = C_k(1+y)^{-t_k} / P(y)$**– весовые коэфф. определяющ. вклад каждого платежа - $C_k(1+y)^{-t_k}$ в текущ. стоим. всего потока - **$P(y)$ и**
- $\sum w_k = 1$

Дюрация облигации

Дюрация по Маколею. Для выбора облигации необход
оценивать ее риск. Он связан со сроком облигации: чем больш D
выше риск.

$$D = 1\frac{C}{(1+i)P} + 2\frac{C}{(1+i)^2 P} + \cdots + j\frac{C}{(1+i)^j P} + \cdots + n\frac{C}{(1+i)^n P} + \frac{nN}{(1+i)^n P}$$

где $C = q\,N$ – размер купона.

Замечание.

- Дюрация (D) измеряется в годах и показывает среднее время всех выплат. Так дюрация бескупонной облигации равна сроку n до ее погашения. В остальных случаях $D<n$. Чем ниже дюрация , тем привлекательнее данная облигация

Пример 5.7. Две облигации номинала N = 1 000 приобретены за 3 года до погашения. Купоны выплачиваются один раз в году и равны 10 % и 20 % годовых от номинала соответственно. Определить их дюрации при рыночной доходности i = 20 % годовых.

Решение. Купонные доходы облигации равны соответственно

$$C_1 = 0.1 \cdot 1\,000 = 100,\quad C_2 = 0.2 \cdot 1000 = 200.$$

Вычислим цену первой облигации:

$$P_1 = \frac{C_1}{(1+i)} + \frac{C_1}{(1+i)^2} + \frac{C_1 + N}{(1+i)^3} = \frac{100}{(1+0.2)} + \frac{100}{(1+0.2)^2} + \frac{1100}{(1+0.2)^3} =$$
$$= 789.352$$

Дюрация первой облигации равна:

$$D_1 = 1\frac{C_1}{(1+i)P_1} + 2\frac{C_1}{(1+i)^2 P_1} + 3\frac{C_1 + N}{(1+i)^3 P_1} =$$

$= 1 \cdot 0.106 + 2 \cdot 0.088 + 3 \cdot 0.805 = 2.701$ лет.

Цена второй облигации равна номиналу 1000, как это следует из (5.1). Дюрация второй облигации равна:

$$D_2 = 1\frac{C_2}{(1+i)P_2} + 2\frac{C_2}{(1+i)^2 P_2} + 3\frac{C_2 + N}{(1+i)^3 P_2}$$

$= 1 \cdot 0.167 + 2 \cdot 0.1389 + 3 \cdot 0.694 = 2.528$ лет.

Вывод: вторая облигация имеет меньший риск, поскольку ее купон 200 больше купона первой облигации, и потому рентный проект второй облигации окупается быстрее.

Дюрация по Маколею может быть определена с использованием стандартной функции:

ДЛИТ {дата_согл; дата_вступл_в_силу; купон; доход; частота ;базис},

где:

Модифицированная дюрация облигаций

- Из (О3) следует получим **Модифицированную дюрацию облигаций MD**

$$MD = -\frac{\partial \ln P}{\partial i} = \frac{D}{1+i}.$$

- Отсюда получим, при малых процентных изменениях

$$\Delta P \approx -MD \cdot P \cdot \Delta i\,.$$

Вывод

- Модифицированная дюрация (или волатильность цены облигации) – MD показывает на сколько процентов уменьшится облигация при увеличении средней доходности по рынку на 1%. Так при увеличении доходности на 1% , т.е. при Δ=1% получаем , что $\Delta P/P=-MD$

Пример 5.8. Облигация номинала N = 1 000 руб. приобретена за 3 года до погашения. Купоны выплачиваются один раз в году и равны 20 % годовых от номинала. При рыночной доходности i = 20 % определить

1) модифицированную дюрацию

2) процентное изменение цены при рыночной доходности i = 21 % годовых.

Решение. Модифицированная дюрация облигации равна

$$MD = \frac{D}{1+i} = \frac{2.528}{1.2} = 2.107.$$

Отсюда следует, что при увеличении рыночной доходности на 1% годовых, изменение цены облигации составит 2.107 % от её первоначальной цены 1 000 руб.,

$$\Delta P_2 \approx MD_2 * P_2 * 1\% = -2.107 * 1000 * \boxed{0,01} = -21.07,$$

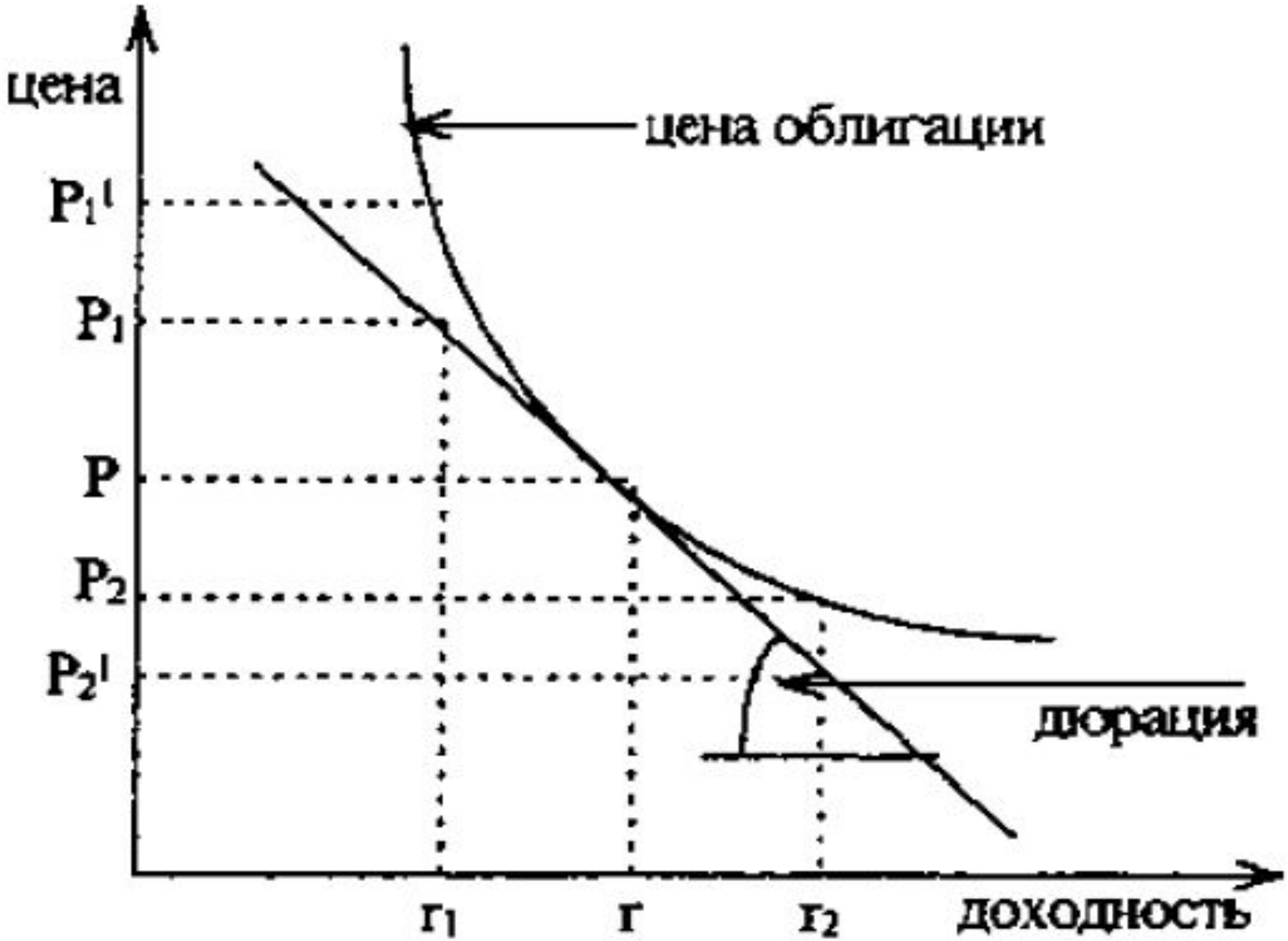
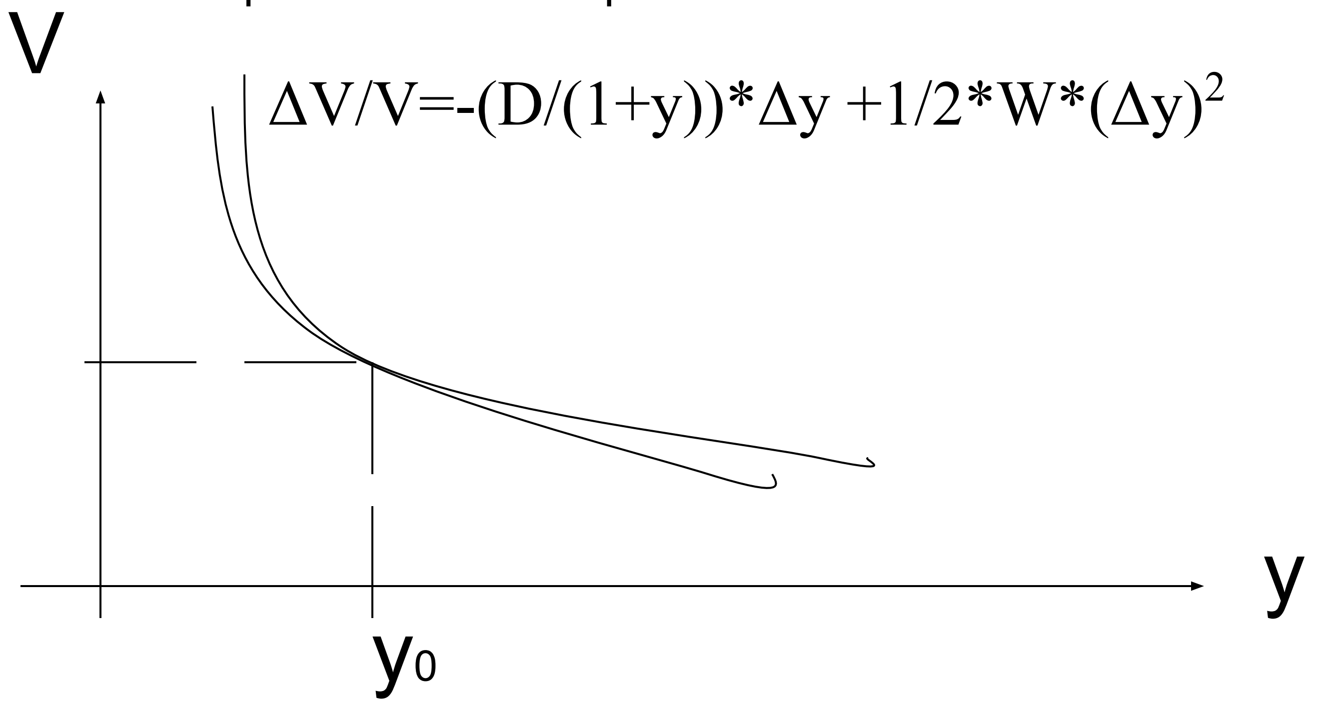


Рис. 1. Дюрация.

Выпуклость облигации

- **Опред.** Выпуклостью облигации W(y) при данной доходности y называют величину
- $$W(y) = V''(y)/V(y)*(1+y)^2$$
- Основное значение - уточнение формулы относительного изменения цены облигации
- $$\Delta V/V = -(D/(1+y))*\Delta y + 1/2*W*(\Delta y)^2$$



Определение курсовой стоимости акции

$$P = \sum_{t=1}^{n} \frac{Div_t}{(1+r)^t} + \frac{P_n}{(1+r)^n}$$

где: P_n — цена акции в конце периода n, когда инвестор планирует продать ее.

.

Простейшая модель прогнозирования дивидендов предполагает, что они будут расти с постоянным темпом. Тогда дивиденд для любого года можно рассчитать по формуле:

$$Div_t = Div_0(1+g)^t \qquad (105)$$

где: Div_0 — дивиденд за текущий год (т. е. уже известный дивиденд), Более удобно определять курсовую стоимость по формуле (106):

$$P = \frac{Div_1}{r - g} \qquad (106)$$

где: Div_1 — дивиденд будущего года; его можно определить по формуле (105).

Если компания выплачивает одинаковые дивиденды, то цена акции определяется по формуле:

$$P = \frac{Div}{r} \tag{108}$$

Определение доходности акции

-

Принимая решение купить акцию на определенный период времени, инвестору необходимо оценить доходность от его операции. Аналогичным образом, после завершения операции следует оценить ее фактическую доходность. Доходность операции с акцией, которая занимает несколько лет, можно ориентировочно определить по формуле:

$$r = \frac{(P_S - P_P)/n + Div}{(P_S - P_P)/2} \qquad (110)$$

где: r— доходность от операции с акцией;

P_S - цена продажи акции;

P_p — цена покупки акции;

Div — средний дивиденд за n лет (он определяется как среднее арифметическое);

n — число лет от покупки до продажи акции

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!