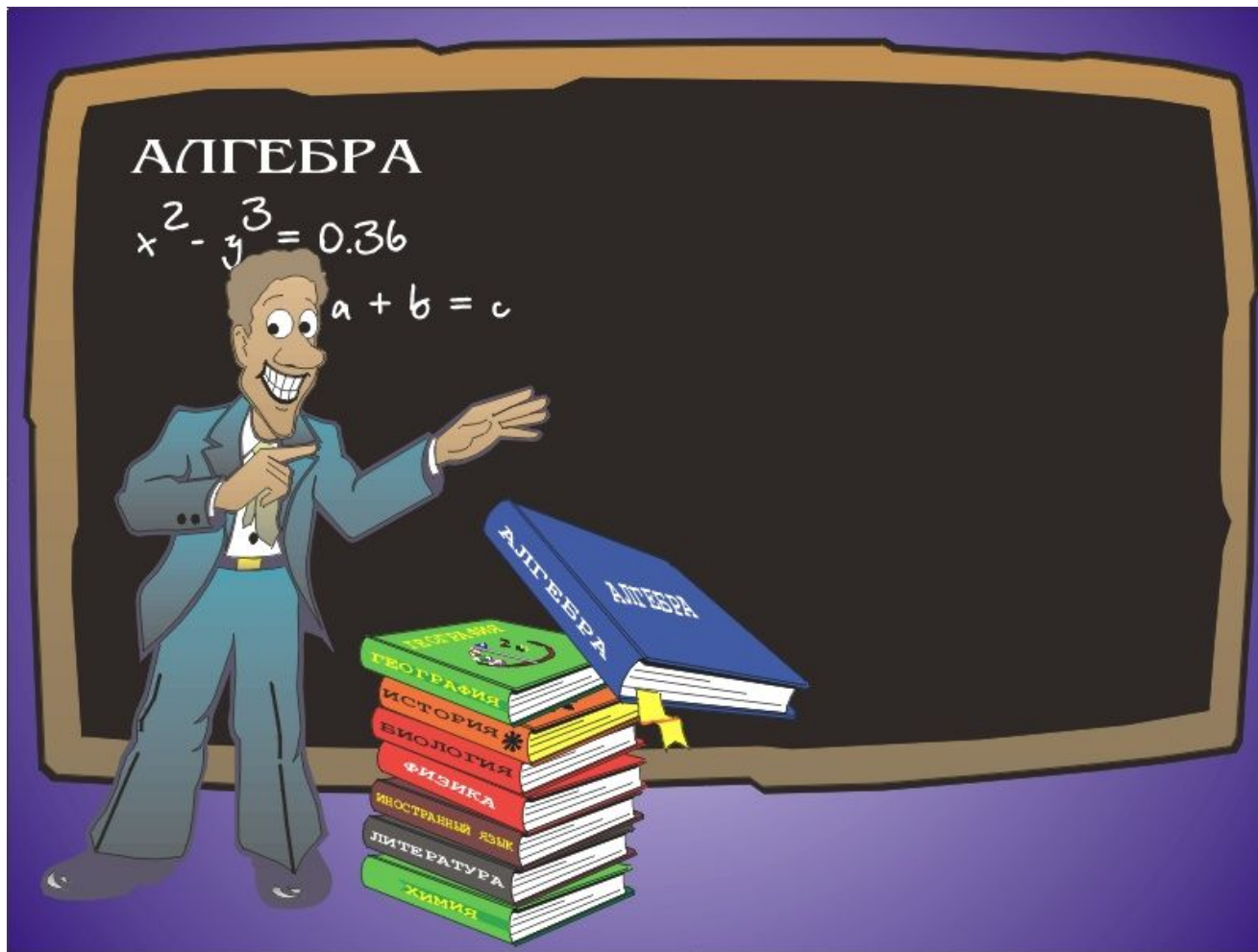
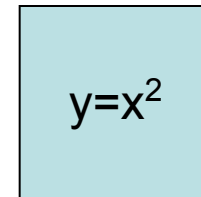


# Квадратичная функция



# Примеры квадратичной функции

- Площадь квадрата  $y$  со стороной  $x$  вычисляется по формуле  $y=x^2$



- Если тело брошено вверх со скоростью  $v$ , то расстояние  $s$  от него до поверхности земли в момент времени  $t$  определяется формулой

$$s = -\frac{gt^2}{2} + vt + s_0$$

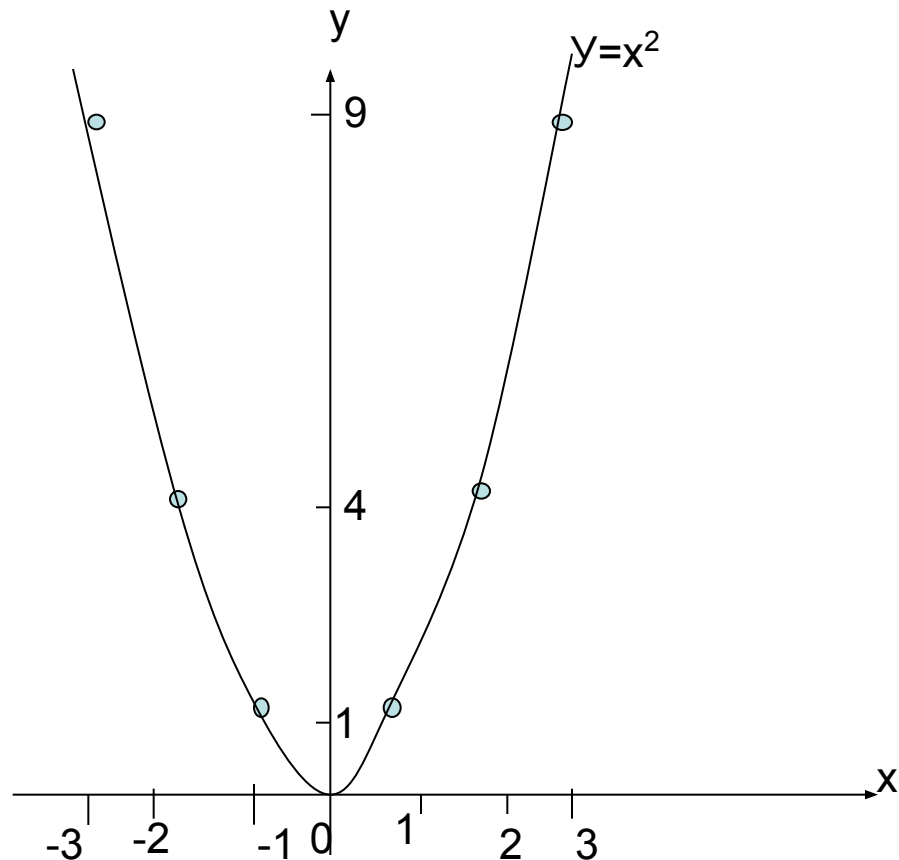
**Определение.** Функция  $y=ax^2+bx+c$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  заданные действительные числа,  $a \neq 0$ ,  $x$  – действительная переменная, называется **квадратичной функцией**.

# Построение графика квадратичной функции $y=x^2$

1. Для того, чтобы построить график функции  $y=x^2$ , необходимо составить таблицу соответственных значений  $x$  и  $y$ .

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	9	4	1	0	1	4	9

2. Построим эти точки на координатной плоскости, а затем через них проведём плавную линию. Мы получим график функции  $y=x^2$ .



# Свойства функции $y = x^2$

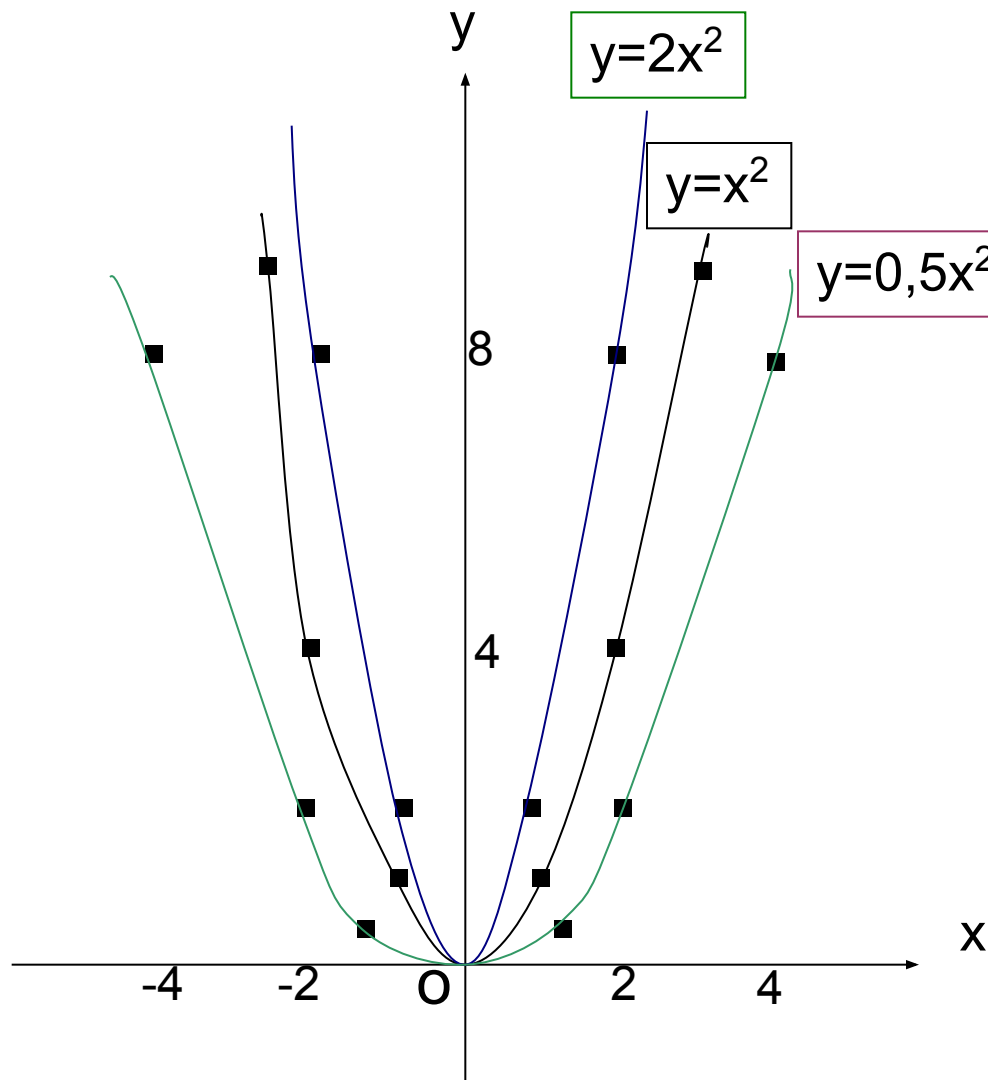
1). Значение функции  $y=x^2$  положительно при  $x \neq 0$  и равно нулю при  $x=0$ .  
Парабола  $y=x^2$  проходит через начало координат, а остальные точки лежат выше оси абсцисс. Говорят, что парабола  $y=x^2$  касается оси абсцисс в точке  $(0; 0)$ .

2). График функции  $y=x^2$  симметричен относительно оси ординат. Таким образом, ось ординат является осью симметрии параболы. Точку пересечения параболы с её осью симметрии называют вершиной параболы.

3). Функция  $y=x^2$  возрастает на промежутке  $[0; +\infty)$ ; убывает на промежутке  $(-\infty; 0]$ .

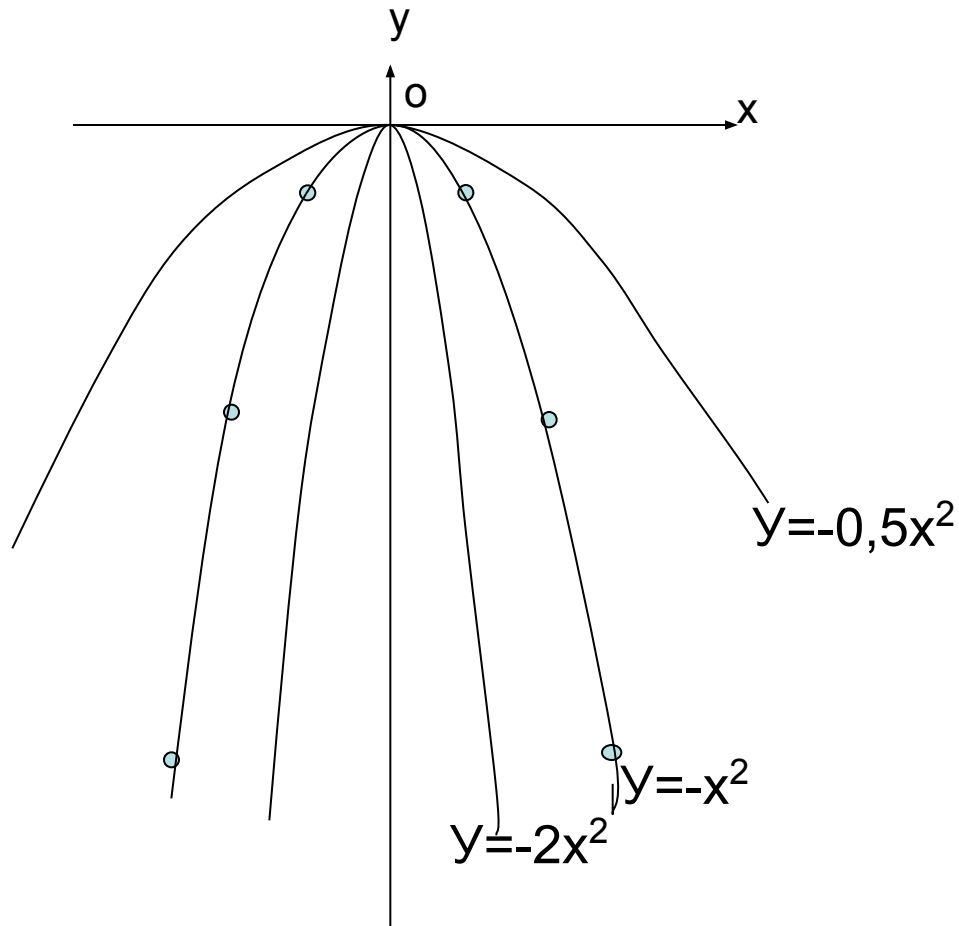
4). Наименьшее значение функции равна нулю при  $x=0$ .

# График квадратичной функции $y=kx^2$ с положительным коэффициентом $k$ .



Чем больше коэффициент, тем круче поднимаются ветви параболы. Чем меньше коэффициент, тем ветви параболы ближе к оси  $Ox$

# График квадратичной функции $y=kx^2$ с отрицательным коэффициентом $k$



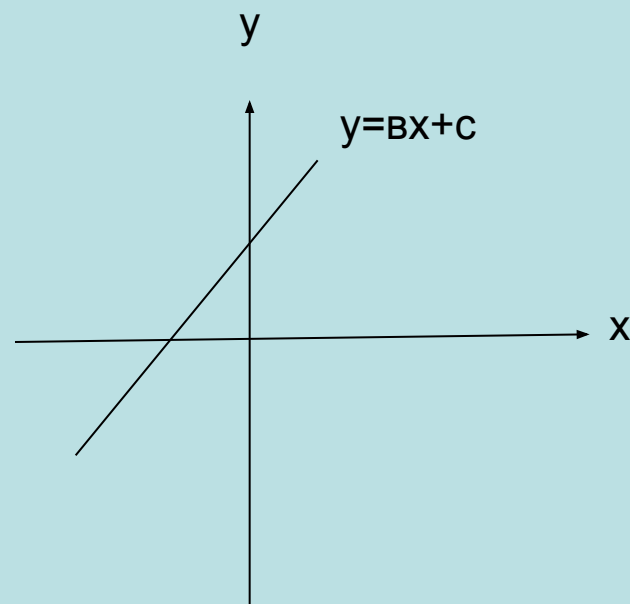
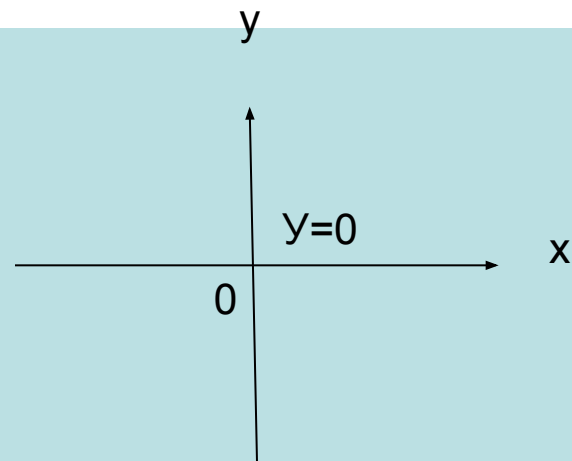
Когда коэффициент  $k$  отрицательный, то ветви параболы направлены вниз.

Чем меньше модуль коэффициента  $k$ , тем ветви параболы ближе к оси  $Ox$

Если в функции  $y=ax^2$  коэффициент  $a=0$ , то график превратится в прямую линию, совпадающую с осью абсцисс.

Если в функции  $y=ax^2+bx+c$  коэффициент  $a$  равен нулю, то квадратичная функция  $Y=ax^2+bx+c$  превратится в линейную функцию.

Поэтому, рассматривая квадратичную функцию, обычно подразумевают, что коэффициент  $a \neq 0$



# Схема построения графика функции $y=ax^2+bx+c$

1. Находим координаты вершины параболы  $(x_0; y_0)$  с помощью формул:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}; \quad y_0(x_0) = ax_0^2 + bx_0 + c$$

2. Проводим ось симметрии параболы  $y=ax^2+bx+c$ , которая проходит через вершину параболы параллельно оси ординат.

3. Находим нули функции, если они есть, приравнявая  $ax^2+bx+c$  к нулю.

4. Находим симметричные относительно её оси симметрии несколько точек. Вычисляем значения функции в этих точках.

5). Проводим через построенные точки параболу. Ветви параболы направлены вверх при  $a > 0$ , вниз при  $a < 0$ .



# По данной схеме построить график функции $y=x^2-4x+3$

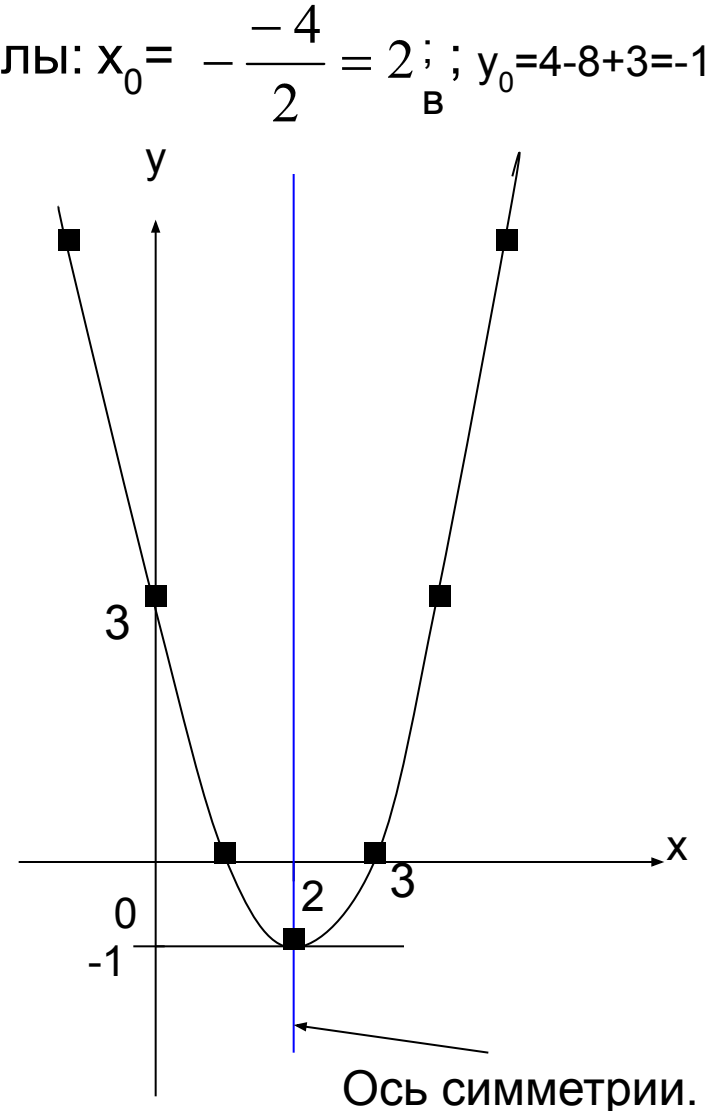
1. Вычислим координаты вершины параболы:  $x_0 = -\frac{-4}{2} = 2$ ;  $y_0 = 4 - 8 + 3 = -1$   
Построим точку (2; -1)

2. Проведём ось симметрии через точку (2; -1) параллельно оси ординат.

3. Найдём нули функции, решая уравнение  $x^2-4x+3=0$ .  $x_1=1$ ;  $x_2=3$ .  
Построим точки (1;0) и (3; 0)

4. Построим симметричные точки.

x	0	4	-1	5
y	3	3	8	8



Построить график функции  $y = -4x^2 + 4x - 1$   
и по графику:

1). Найти значения  $x$ , при которых значения функции положительны; отрицательны.

2). Найти промежутки возрастания и убывания функции.

3). Выяснить, при каком значении  $x$  функция принимает наибольшее или наименьшее значение, и найти его.

Проверка: функция квадратичная, график – парабола, ветви направлены вниз, так как коэффициент  $a$  отрицательный.

1). Найдём координаты вершины

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-8} = \frac{1}{2} ; \quad y_0 = 0$$

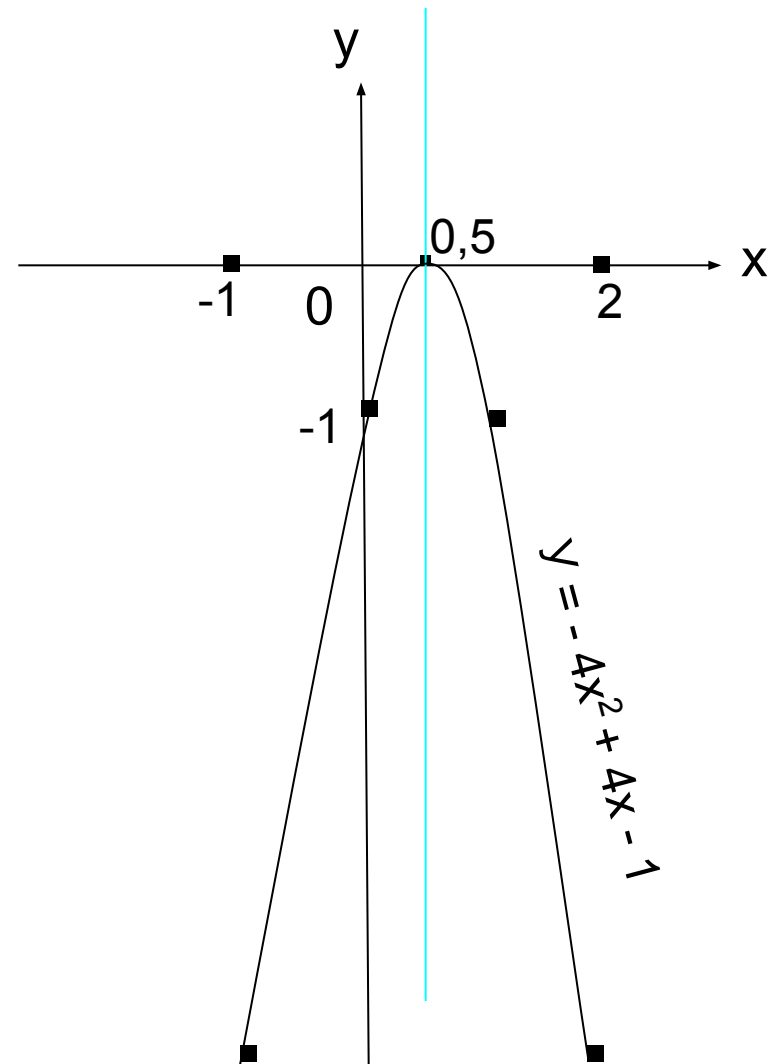
Строим точку с координатами  $(0,5; 0)$

2). Проводим через неё ось симметрии параллельно оси ординат.

3). Находим симметричные точки

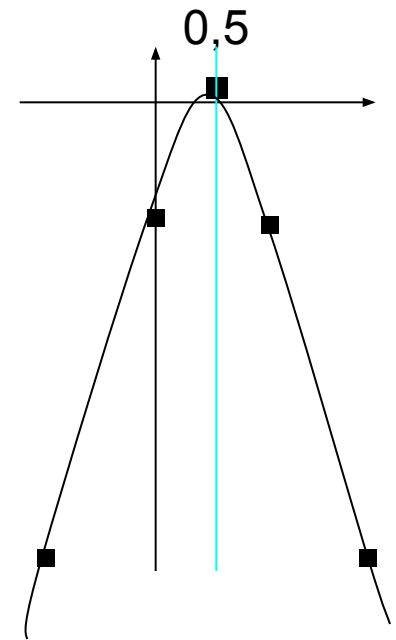
x	0	1	-1	2
y	-1	-1	-9	-9

4). Проведём через полученные точки параболу.



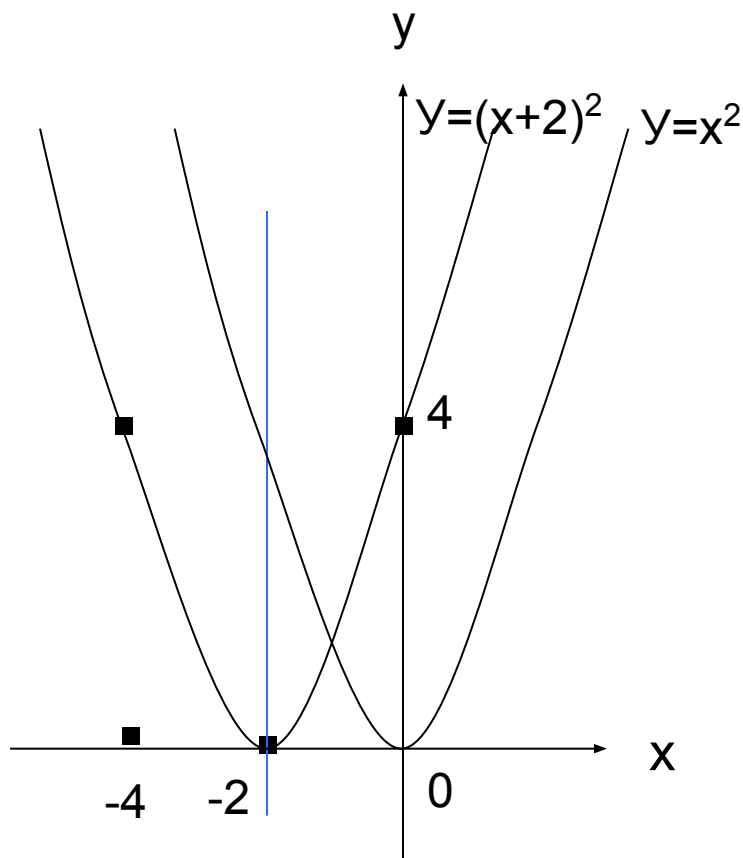
1). Значения функции  $y = -4x^2 + 4x - 1$   
положительны при  $x \in \emptyset$ ;  
отрицательны при  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

2). Функция возрастает  
на промежутке  $(-\infty; 0,5]$ ;  
функция убывает  
на промежутке  $[0,5; +\infty)$

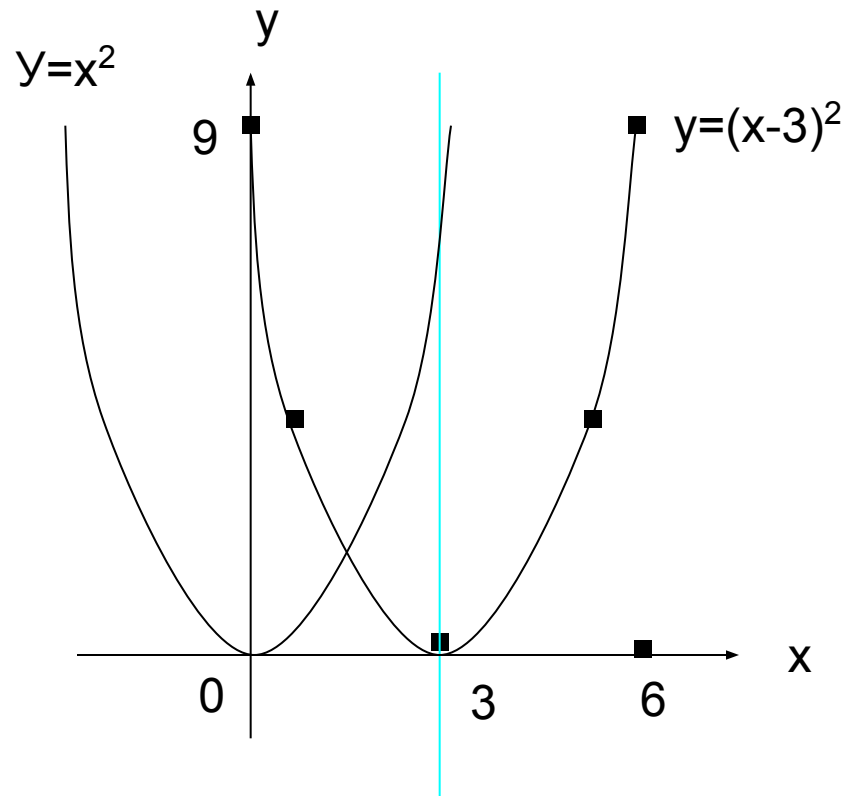


3). При  $x = 0,5$  функция принимает  
наибольшее значение, равное нулю.

# Построить графики функций $y=(x+2)^2$ и $y=(x-3)^2$

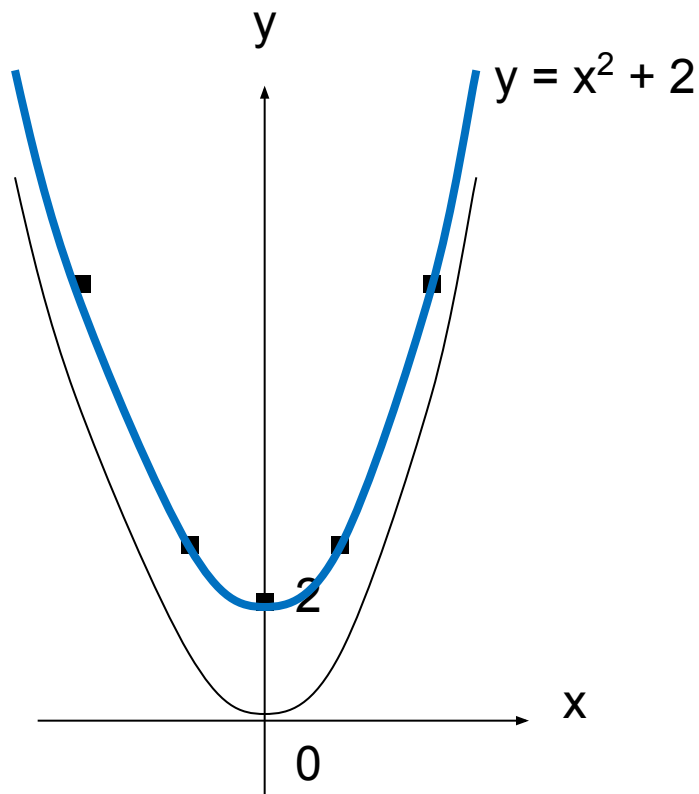


Графиком функции  $y=(x+2)^2$  является парабола, получаемая сдвигом параболы  $y=x^2$  на две единицы влево вдоль оси абсцисс.

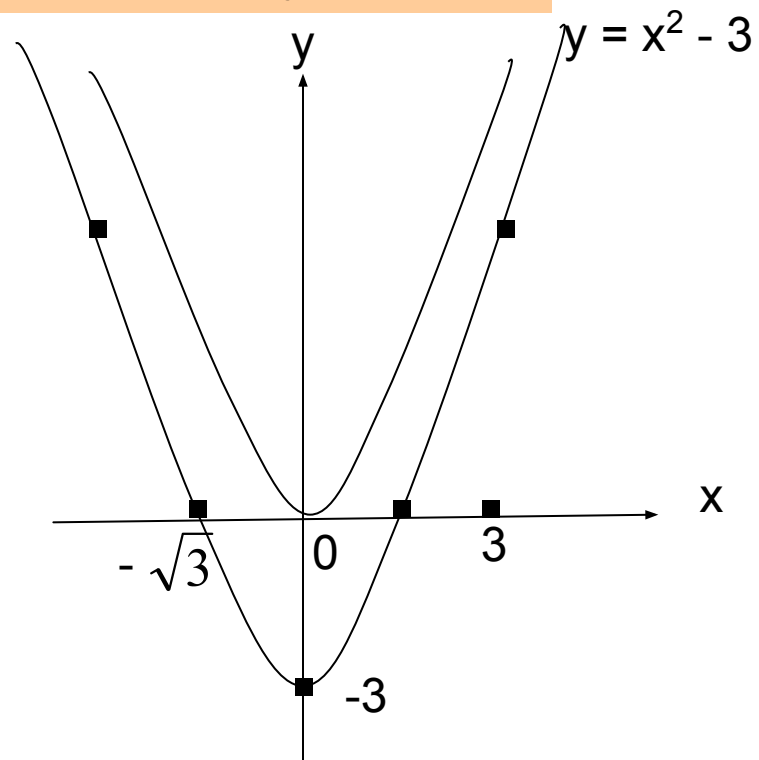


Графиком функции  $y=(x-3)^2$  является парабола, получаемая сдвигом параболы  $y=x^2$  на три единицы вправо вдоль оси абсцисс.

Построить графики функций  $y = x^2 + 2$  и  $y = x^2 - 3$



Графиком функции  $y = x^2 + 2$  является парабола, получаемая сдвигом параболы  $y = x^2$  на две единицы вверх по оси  $Oy$ .



Графиком функции  $y = x^2 - 3$  является парабола, получаемая сдвигом параболы  $y = x^2$  на три единицы вниз по оси  $Oy$ .

# Тест по теме «Квадратичная функция»

1. Найти нули функции  $y = 2x^2 + 5x - 7$  [ $y = 5x^2 - 8x - 4$ ]

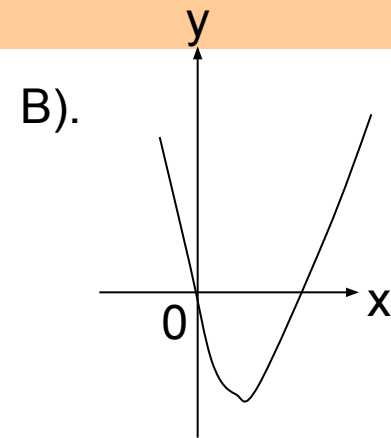
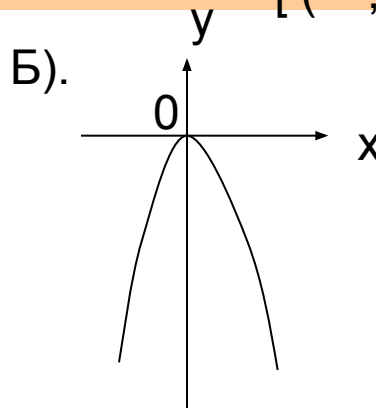
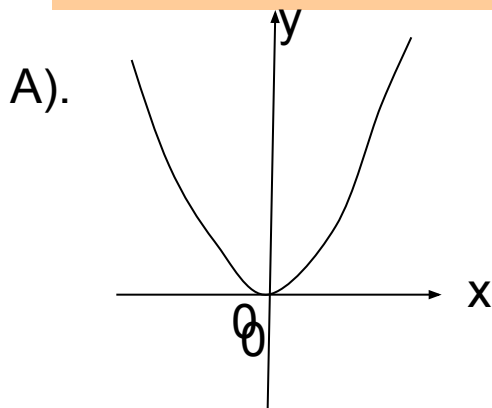
.А). 3,5; 1      Б). -7; 2  
В). -3,5; 1      Г). 7; -2

[ А). 2; -4/5      Б). 2; -0,4  
В). -2; 0,4      Г). 1; 0,2 ]

2. Определить направление ветвей параболы  $y = 4x^2$  [ $y = -3x^2$ ]

А). Ветви направлены вниз.  
Б). Ветви направлены вверх.

3. Используя графики, выяснить какие из этих функций возрастают на промежутке  $[0; +\infty)$  [ $(-\infty; 0]$ ]



Продолжение теста.

4. Найти коэффициент  $a$ , если парабола  $y = ax^2$  проходит через точку  $A(-1; 1)$  [  $B(1; 2)$  ]

А), 1

Б).-1

В). 2

Г). -2

5. Найти координаты вершины параболы  $y = (x - 3)^2 - 2$  [  $y = (x + 2)^2 - 3$  ]

А). (-3; -2)

Б). (3; 2)

В). (3; -2)

Г). (-2; -3)

6. Найти координаты вершины параболы  $y = 2x^2 - 8x + 11$  [  $y = -3x^2 + 18x - 7$  ]

А). (2; 3)

Б). (3; 20)

В). (3; 2)

Г). (20; 3)

7. Ось симметрии параболы  $y = x^2 - 10x$  [  $y = 3x^2 - 12x$  ] проходит через точку

А). (5; 10)

Б). (5; -25)

В). (2; -12)

Г). (2; 5)



## Продолжение теста.

8. Не строя графика функции, найти её наибольшее или наименьшее значение:

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$[ y = -x^2 + 2x + 3 ]$$

А). (-1; 2) наибольшее значение;

Б). (-1; 2) наименьшее значение;

В). (1; 4) наибольшее значение;

Г). (1; 4) наименьшее значение.

9. Верно ли утверждение, что функция  $y = x^2$  [  $y = -x^2$  ] возрастает на промежутке:

А). [ 1; 4 ]

Б). [ -1; 4 ]

В).  $x > 3$

Г).  $x < -3$

10. При каких  $x$  значения функции  $y = x^2 + 3$  [  $y = x^2 + 12$  ] не больше 28

А). [-5; 5 ]

Б). [-5; 4 ]

В). [-4; 4 ]

Г). ( -4; 4 )

## Самопроверка теста

.Оценка «**5**» ставится за **10, 9** верно решённых заданий;  
оценка «**4**» ставится за **7, 8** верно решённых заданий,  
оценка «**3**» - за **5, 6** верно решённых заданий,  
оценка «**2**» ставится, если выполнено **меньше пяти** заданий.

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I вариант	В	Б	А	А	В	А	Б	Б	А,В	А
II вариант	Б	А	Б	В	Г	Б	В	В	Б,Г	В

## Задачи-исследования

1). График какой из функций симметричен графику функции  $y = 0,5x^2 + x - 4$

A).  $y = -0,5x^2 + x - 4$

Б).  $Y = -0,5x^2 - x + 4$

В).  $Y = 0,5x - x + 4$

Г).  $Y = 0,5x^2 - x - 4$

2). Какая из парабол самая «крутая»? Самая «пологая»?

A).  $Y = 0,3x^2$ ;

Б).  $Y = 10x^2$  ;

В).  $Y = 8x^2$  ;

$y = 0,1x^2$  .

# Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте определение квадратичной функции.
2. Сформулируйте свойства квадратичной функции  $y = ax^2$ 
  - а) при  $a > 0$
  - б). При  $a < 0$
3. Как из графика  $y = ax^2$  можно получить график функции
  - А).  $y = ax^2 + n$
  - Б).  $y = a(x - m)^2$
  - В).  $y = a(x - m)^2 + n$  ?
4. Как построить график функции  $y = ax^2 + bx + c$ ?