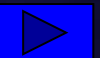


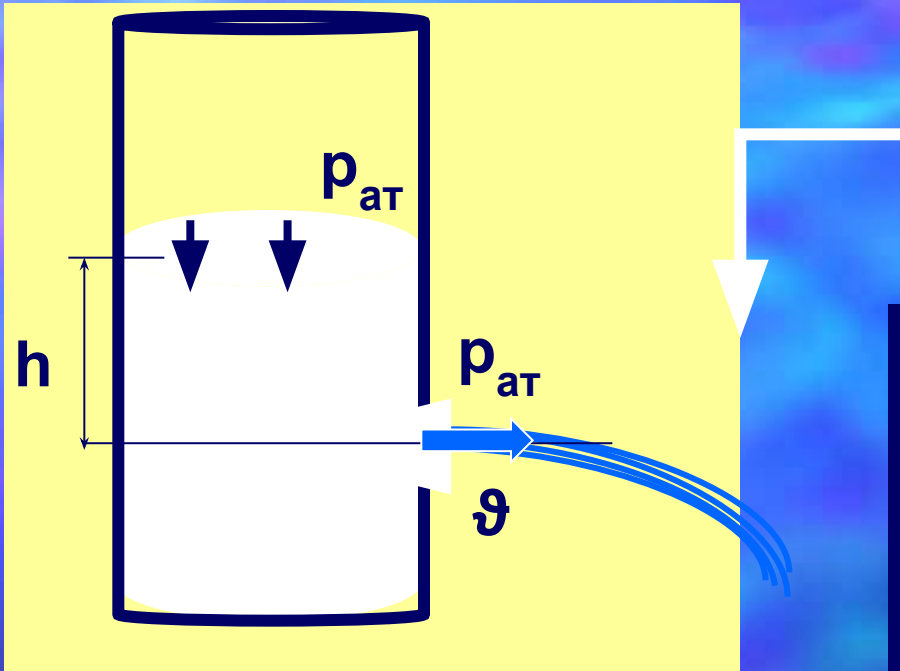
Лекции по гидродинамике

Часть 3

Автор – Раинкина Лариса
Николаевна, к. т. н., доцент

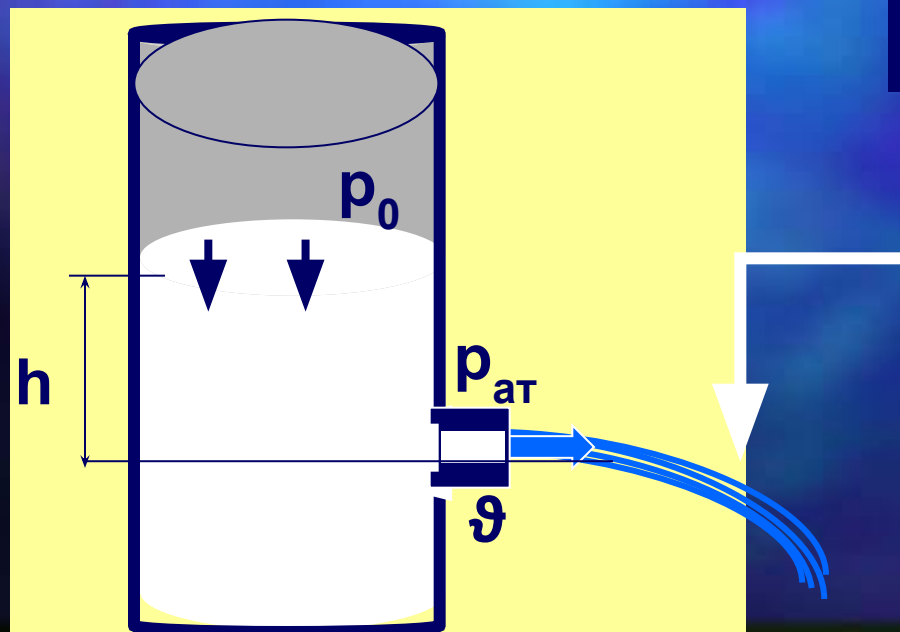


Истечение жидкости



Истечение через малое отверстие в тонкой стенке

В процессе истечения потенциальная энергия жидкости превращается в кинетическую энергию вытекающей струи

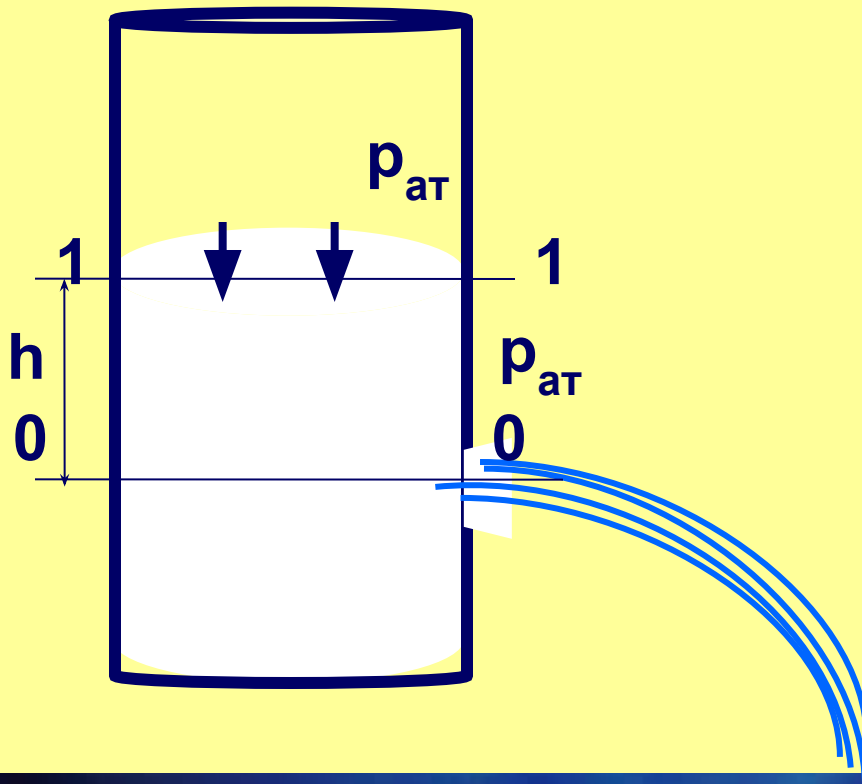


Истечение через внешний цилиндрический насадок



Потенциальная энергия жидкости

$$E_{ВХ} = m \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot p_{ат}}{\rho} = \frac{m(\rho g h + p_{ат})}{\rho} = \frac{m \cdot p_{ВХ}}{\rho}$$



Потенциальная энергия в начальном сечении 1-1 или на входе в отверстие

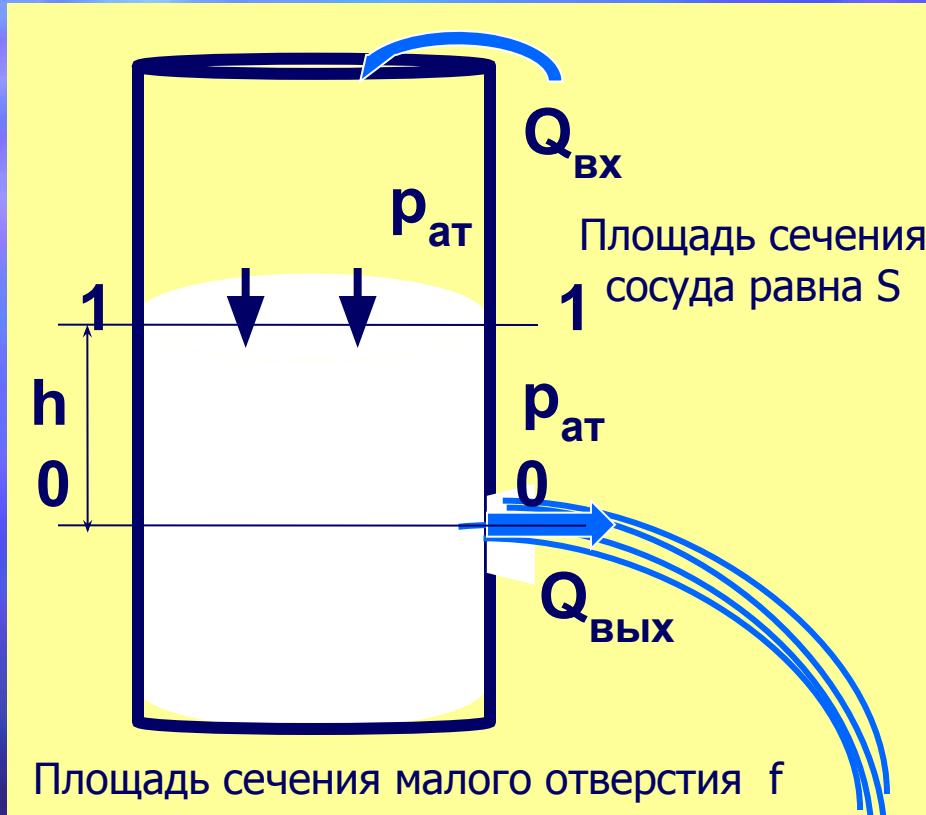
В сосуде жидкость практически не движется, кинетическая энергия равна нулю. При переходе от сечения 1-1 к сечению 0-0 происходит превращение потенциальной энергии положения в потенциальную энергию давления.

$$E_{ВЫХ} = \frac{m \cdot p_{ВЫХ}}{\rho} = \frac{m \cdot p_{ат}}{\rho}$$

Потенциальная энергия на выходе из отверстия:



Напор истечения



Напор истечения – разность потенциальных энергий единицы веса жидкости на входе и выходе

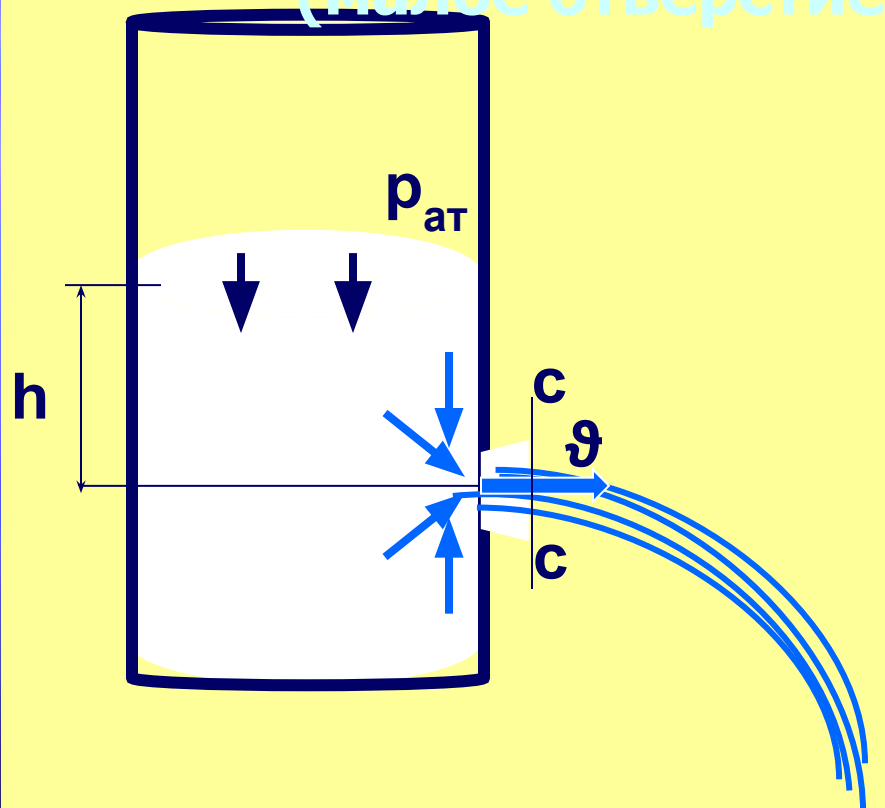
Истечение при **постоянном напоре** означает истечение при **постоянной разности давлений Δp**

$$H = \frac{E_{\text{ВХ}} - E_{\text{ВЫХ}}}{mg} = h = \frac{\rho g h}{\rho g} = \frac{p_{\text{ВХ}} - p_{\text{ВЫХ}}}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g}$$

Напор истечения

Напор постоянен, когда: $S \gg f$ или $Q_{\text{ВХ}} = Q_{\text{ВЫХ}}$

Вывод расчетных зависимостей (малое отверстие в тонкой стенке)



**Основная задача:
Определение скорости
и расхода вытекающей
струи**

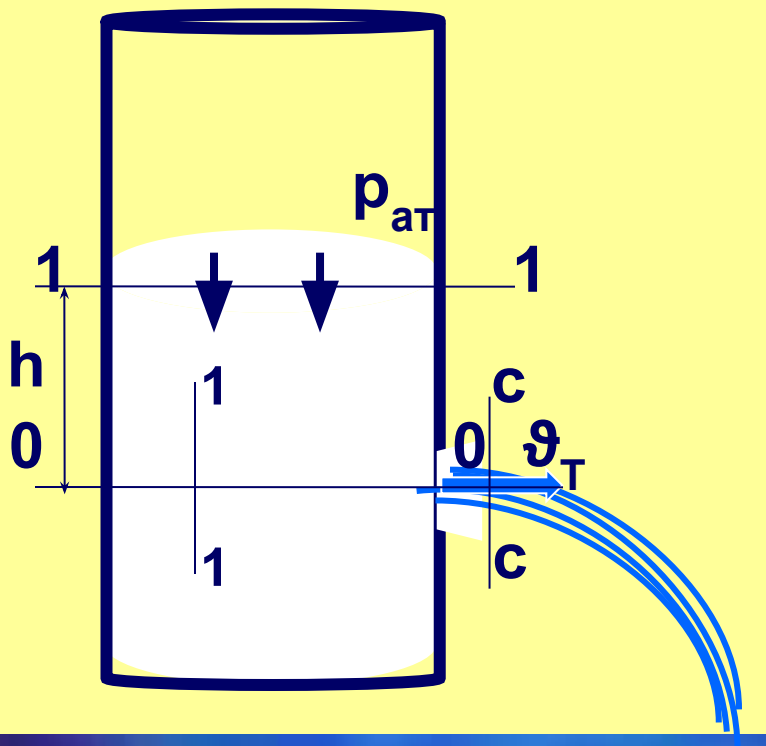
Струйки подходят к отверстию со всех сторон. Сила инерции вертикальных струек сжимает ядро струи и появляется на выходе сжатое сечение $s-s$ (на расстоянии приблизительно $0,5d$ от стенки сосуда).

Малое отверстие – его высота d не превосходит $0,1$ напора h над центром отверстия. При этом напор в отверстии постоянен по всему сечению

Скорость и расход определяются в сжатом сечении струи



Определение теоретической скорости и теоретического расхода (идеальная жидкость)



Основа расчета – законы сохранения массы и энергии

В идеальной жидкости не возникают силы трения и силы инерции, поэтому нет гидравлических сопротивлений и энергии жидкости на входе и выходе из отверстия равны

Закон сохранения энергии

Теоретическая скорость

Теоретический расход

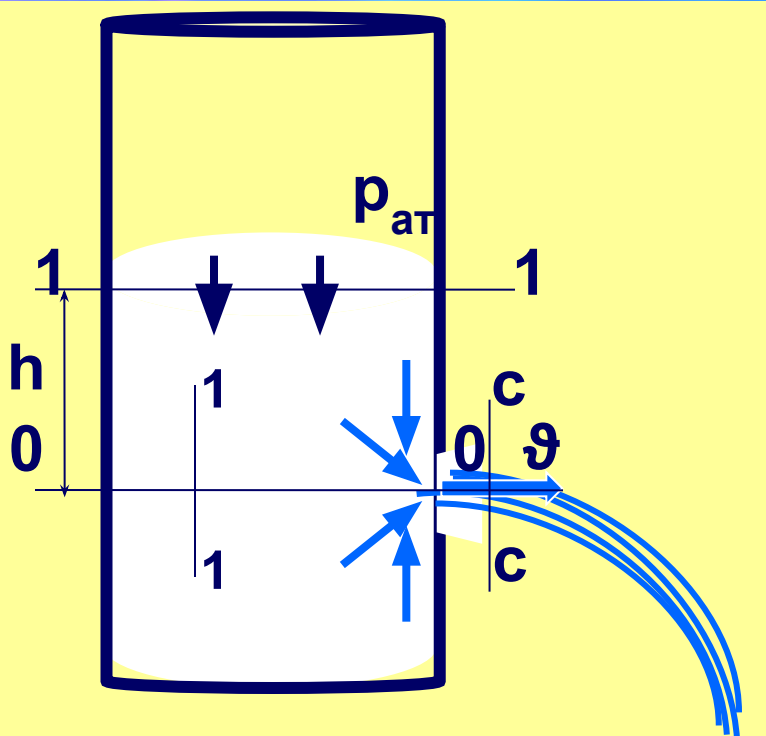
$$\frac{m \cdot p_{ВХ}}{\rho} = \frac{m \cdot p_{ВЫХ}}{\rho} + \frac{m v^2}{2}$$

$$v_T = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho}}$$

$$Q_T = v_T \cdot f = f \cdot \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho}}$$



Истечение реальной жидкости



Коэффициент сжатия струи

$$\varepsilon = \frac{f_c}{f}$$

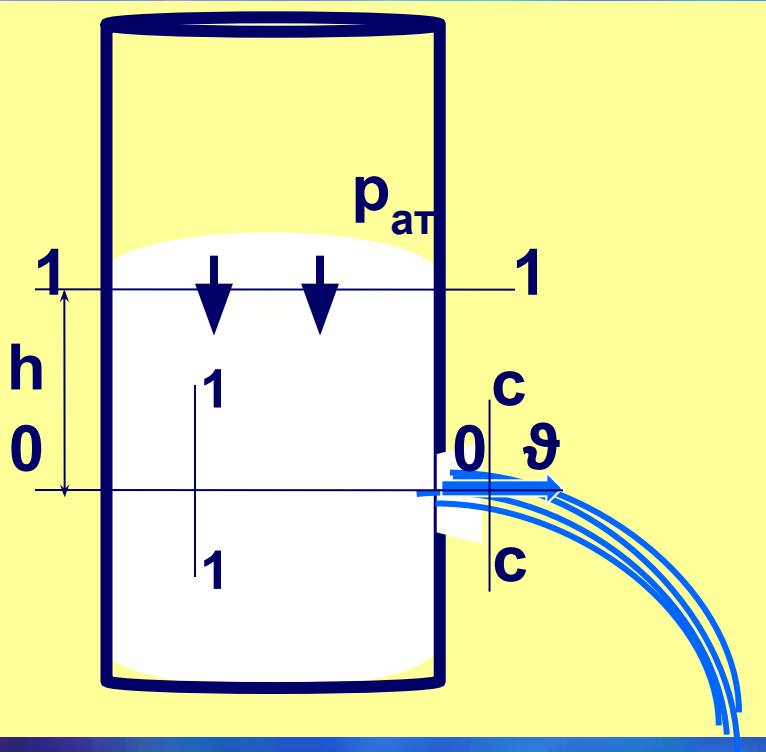
Основа расчета – законы сохранения массы и энергии

В реальной жидкости возникают:

1. Потери энергии из-за сил трения – это приводит к уменьшению скорости и, соответственно, расхода;
2. Сжатие струи из-за сил инерции – это приводит к уменьшению расхода.



Определение скорости и расхода (реальная жидкость)



Закон сохранения энергии

$$\frac{m \cdot p_{ВХ}}{\rho} = \frac{m \cdot p_{ВЫХ}}{\rho} + \frac{m g^2}{2} + \Delta E$$

Действительная скорость

$$g = \varphi \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$\varphi < 1$ – коэффициент скорости

Действительный расход

$$Q = g \cdot f_c = \varphi \cdot \varepsilon \cdot f \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \mu \cdot f \cdot \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

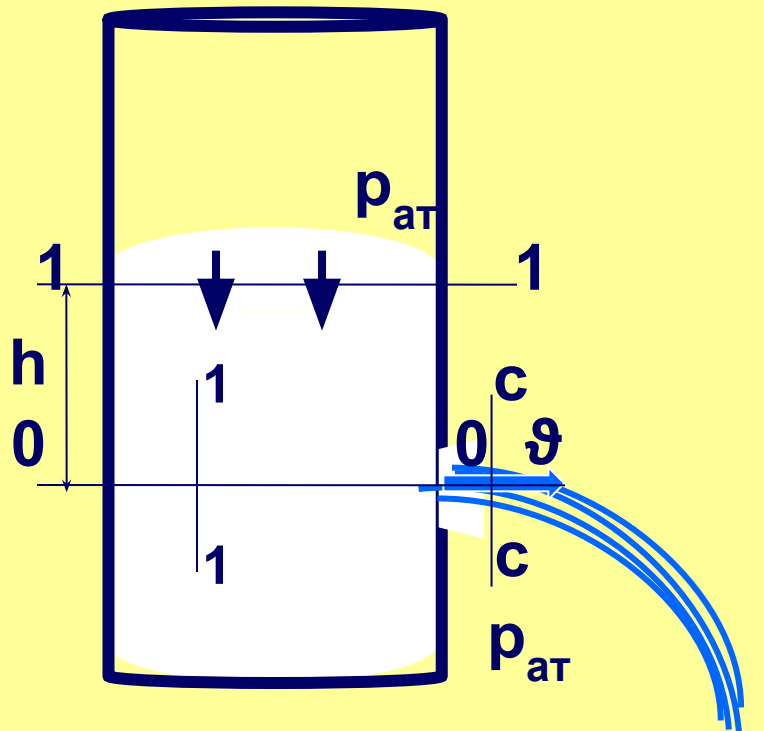
$\mu < 1$ – коэффициент расхода



Определение скорости

(реальная жидкость, использование уравнения Бернулли)

Уравнение Бернулли для сечений 1-1 и с-с



$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_c + \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + h_{1-c}$$

$$z_1 = h; \quad p_1 = p_{ат}; \quad v_1 = 0;$$

$$z_c = 0; \quad p_c = p_{ат};$$

$$v_c = ? - \text{определяется}; \quad \alpha_c = 1;$$

$$h_{1-c} = h_{вх} = \xi_{вх} \cdot v_c^2 / 2g - \text{потери на вход в отверстие}$$

Скорость в сжатом сечении струи

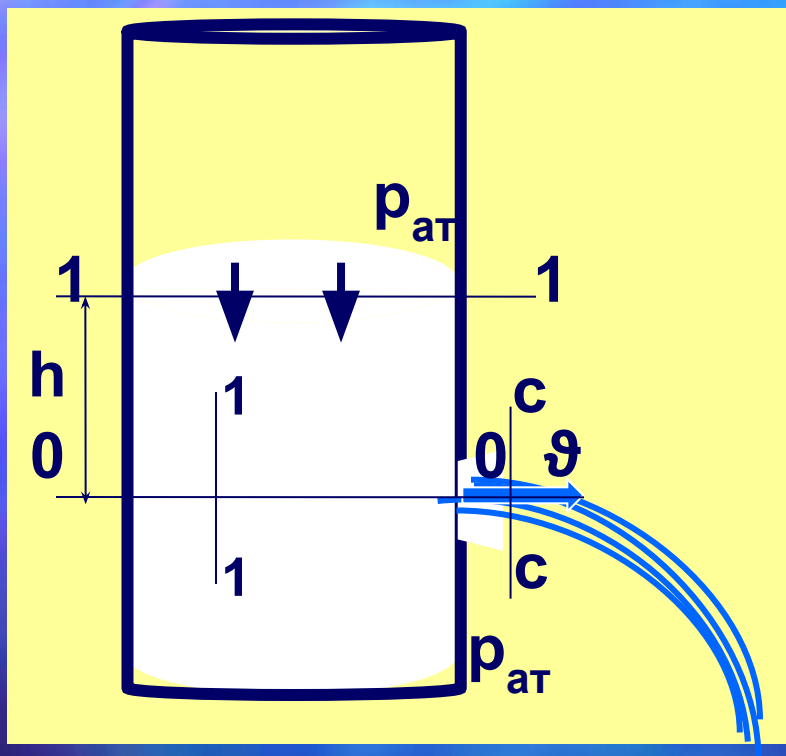
$\phi < 1$ – коэффициент скорости

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{вх}}} \sqrt{2gh} = \phi \sqrt{2gh} = \phi \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{вх}}}$$



Определение расхода (реальная жидкость, использование уравнения Бернулли)



Расход – количество жидкости, протекающее через сечение струи в единицу времени

Расход – равен произведению скорости в сечении потока на площадь сечения

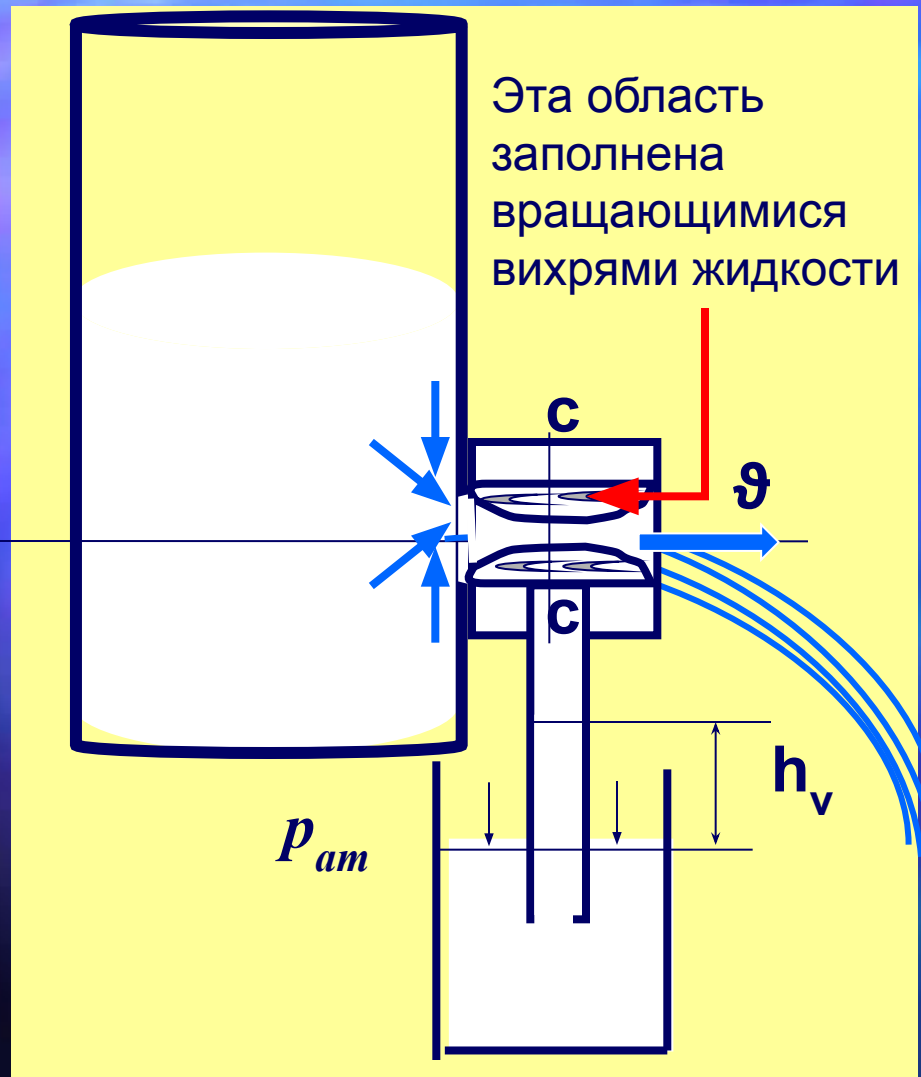
$$Q = v_c \cdot f_c = \varphi \cdot \varepsilon \cdot f \sqrt{2gh} = \mu \cdot f \sqrt{2gh} = \mu \cdot f \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$$\mu = \varphi \cdot \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_{вх}}} \cdot \varepsilon$$

$\mu < 1$ – коэффициент расхода, учитывает влияние сил трения и сил инерции



Особенности истечения через насадок



Насадок – короткая трубка, приставленная к отверстию в стенке, внутренний диаметр которой равен диаметру отверстия

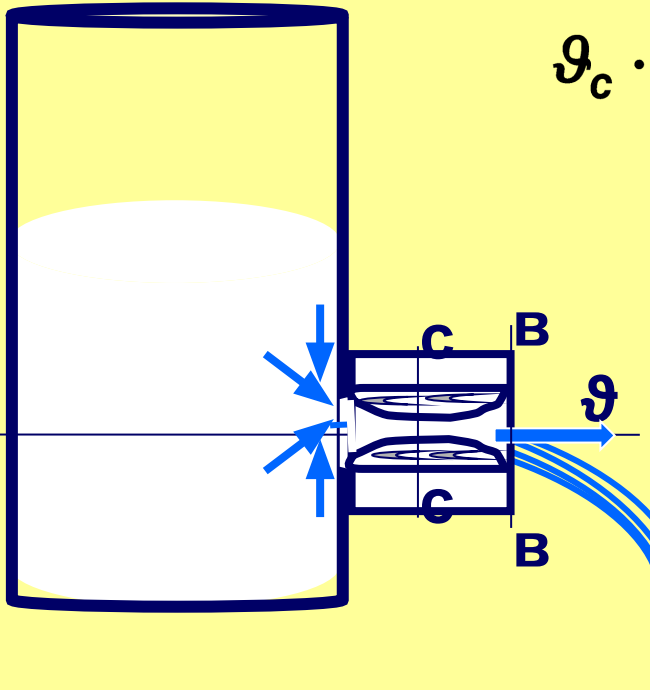
В насадке возникают дополнительные (по сравнению с отверстием) потери энергии на вихреобразование

Давление внутри насадка меньше атмосферного



Всасывающий эффект насадка

Применяем законы сохранения массы и энергии к сечениям с-с и в-в



$$g_c \cdot f_c = g_B \cdot f_B = Q = \text{const}; f_c < f_B \Rightarrow g_c > g_B$$

$$z_c + \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_c g_c^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\rho g} + \frac{\alpha_B g_B^2}{2g} + h_{c-B}$$

$$g_c > g_B \Rightarrow p_c < p_B; p_B = p_{\text{ат}} \Rightarrow p_c < p_{\text{ат}}$$

Внутри насадка давление меньше атмосферного! —за счет этого жидкость дополнительно подсасывается в насадок.

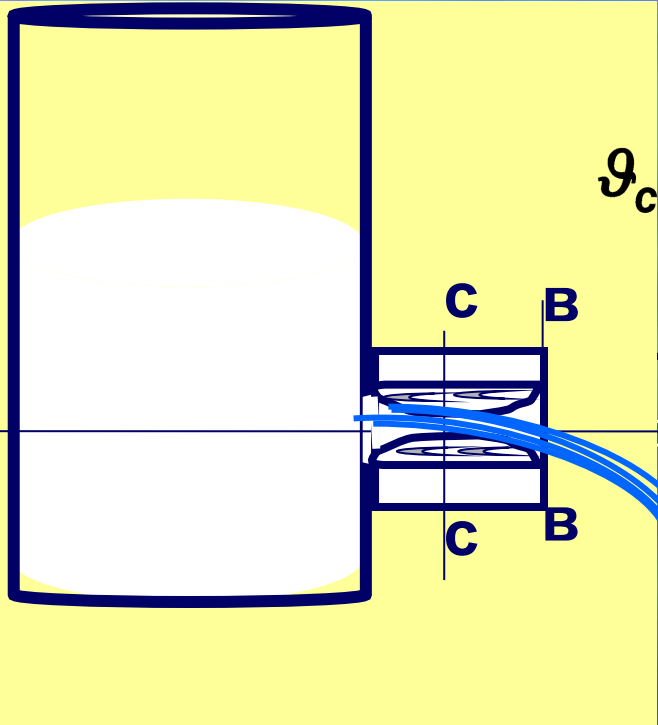
Это увеличивает скорость в сжатом сечении и расход жидкости

ПРАВИЛО:

Если каким угодно способом уменьшить давление в сечении потока, то скорость в этом сечении возрастет.



Образование вихрей внутри насадка



Закон сохранения объёмного расхода:

$$g_c \cdot f_c = g_v \cdot f_v = Q = \text{const}, f_c < f_v \Rightarrow g_c > g_v$$

Закон сохранения энергии:

$$g_c > g_v \Rightarrow p_c < p_v; p_v = p_{\text{ат}} \Rightarrow p_c < p_{\text{ат}}$$

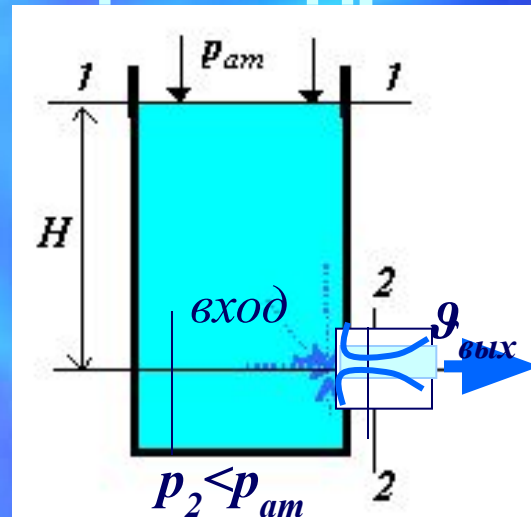
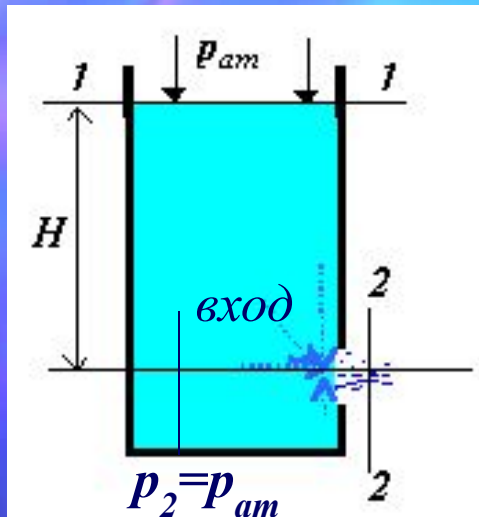
Жидкость внутри насадка движется от сечения с-с к сечению в-в с большим давлением!

Как это может быть?

Однако частицы жидкости у стенки после расширения струи имеют малую скорость и не могут противиться силе, толкающей их обратно. Они поворачивают назад, где сталкиваются с движущейся вперед струей жидкости. Так образуются вихри. На образование и вращение вихрей затрачивается энергия жидкости. В результате потери энергии в насадке больше, чем в отверстии и выходная скорость меньше



Сравнение истечения через отверстие и внешний цилиндрический насадок



2-2 = сжатое сечение струи

$$Q_2 = v_2 \cdot f_2$$

$$v_2 = \varphi \sqrt{\frac{2(p_{вх} - p_2)}{\rho}}$$

$$v_{2нас} > v_{2отв} \quad Q_{2нас} > Q_{2отв}$$

$$v_{2отв} = \varphi \sqrt{\frac{2(p_{ат} + \rho g H - p_{ат})}{\rho}}$$

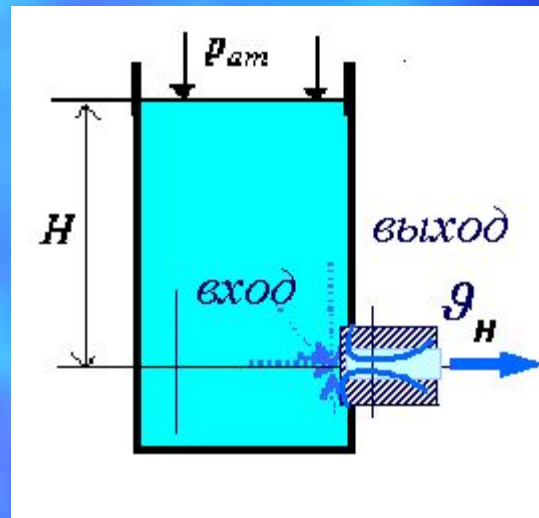
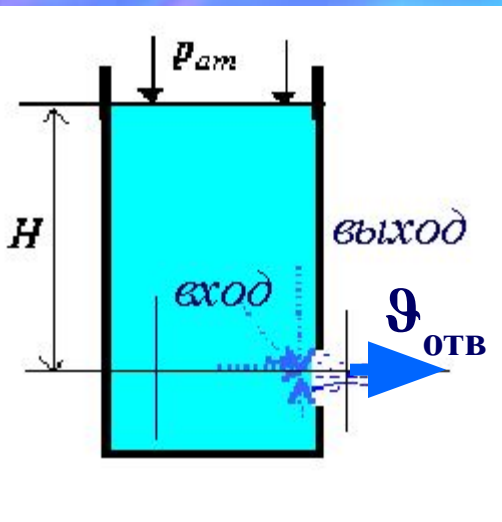
$$v_{2нас} = \varphi \sqrt{\frac{2(p_{ат} + \rho g H - p_c)}{\rho}}$$

Из-за образования вихрей внутри насадка выходная скорость при истечении из него меньше, чем из отверстия. Но расход больше из-за всасывающего эффекта

Насадок примерно на 30% увеличивает расход и на 15% уменьшает выходную скорость истечения



Рекомендации для расчетов



$$g = \varphi \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad Q = \mu \cdot f \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$$\Delta p = p_{\text{ВХ}} - p_{\text{ВЫХ}}$$

$$g_{\text{нас}} < g_{\text{отв}} ; \varphi_{\text{нас}} < \varphi_{\text{отв}}$$

$$g_{\text{отв}} = \varphi_{\text{отв}} \sqrt{\frac{2(p_{\text{ат}} + \rho g H - p_{\text{ат}})}{\rho}}$$

$$g_{\text{нас}} = \varphi_{\text{нас}} \sqrt{\frac{2(p_{\text{ат}} + \rho g H - p_{\text{ат}})}{\rho}}$$

$$Q_{\text{отв}} = \varphi_{\text{отв}} \cdot \varepsilon \cdot f \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \mu_{\text{отв}} \cdot f \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$$Q_{\text{нас}} = \varphi_{\text{нас}} \cdot f \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \mu_{\text{нас}} \cdot f \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

	φ	μ
Отверстие	0,97	0,62
Насадок	0,82	0,82



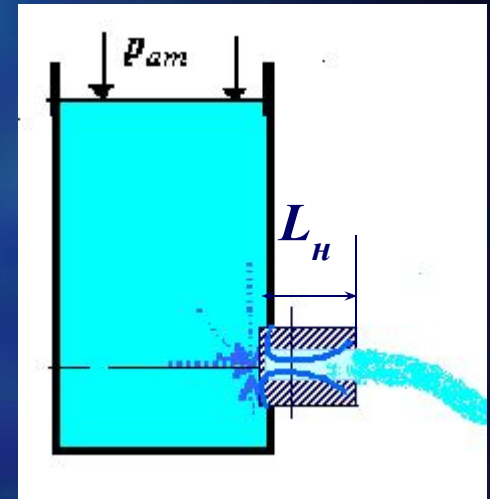
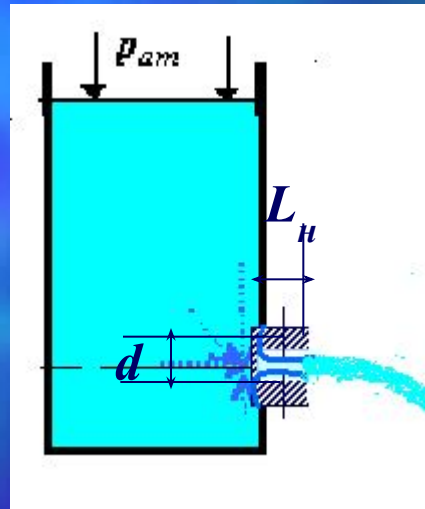
Условия нормальной работы насадка

Если внутри насадка отсутствует зона разрежения, он работает как отверстие

Когда возникает такая ситуация?

Недостаточная длина насадка для того, чтобы струя успела расшириться

$$L_H > 2d$$



В длинном насадке расход уменьшается из-за потерь по длине

$$L_H < 8d$$

$$2d < L_H < 8d$$



Кавитация в цилиндрической насадке

Если внутри насадка отсутствует зона разрежения, он работает как отверстие

Давление в сжатом сечении меньше атмосферного

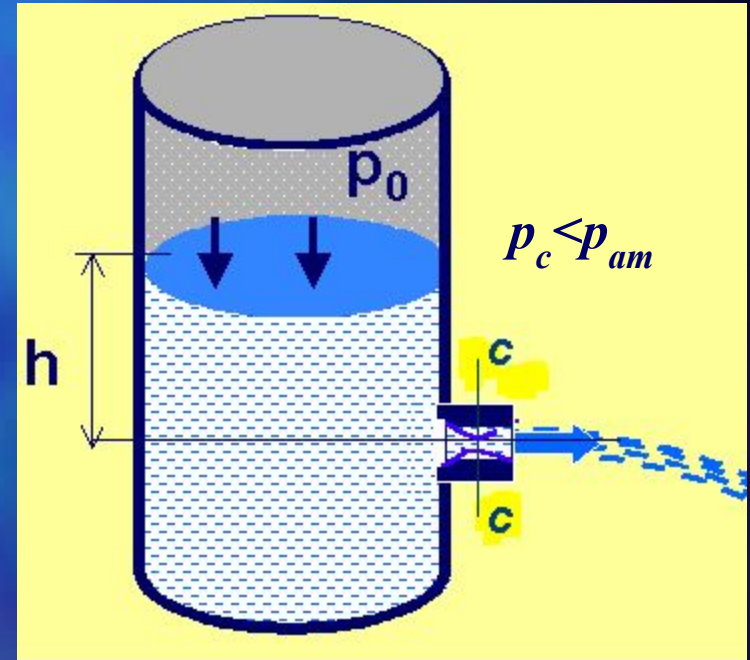
$$p_{вх} = (p_0 + \rho gh) \uparrow \rightarrow \vartheta_c \uparrow \rightarrow p_c \downarrow$$

$p_c \leq p_{н.п}$ - кавитация

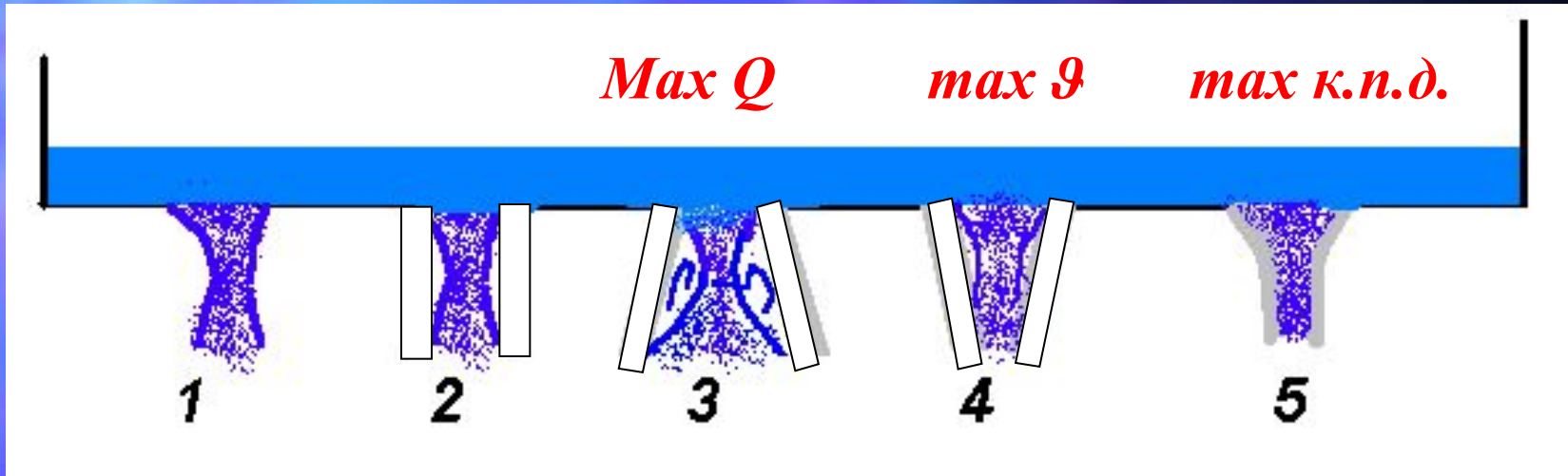
При этом через насадок движется смесь жидкости и пара. Массовый расход не меняется, то есть:

$$\rho \cdot \vartheta_c \cdot f_c = \rho_{см} \cdot \vartheta_{см} \cdot f_c = Q_m = const, \rho_{см} \ll \rho; \vartheta_{см} \gg \vartheta$$

Струя пролетает через насадок, не успевая расшириться



Виды насадок и области их применения



1. **Отверстие;**

4. **Конфузор** – увеличивает выходную скорость;

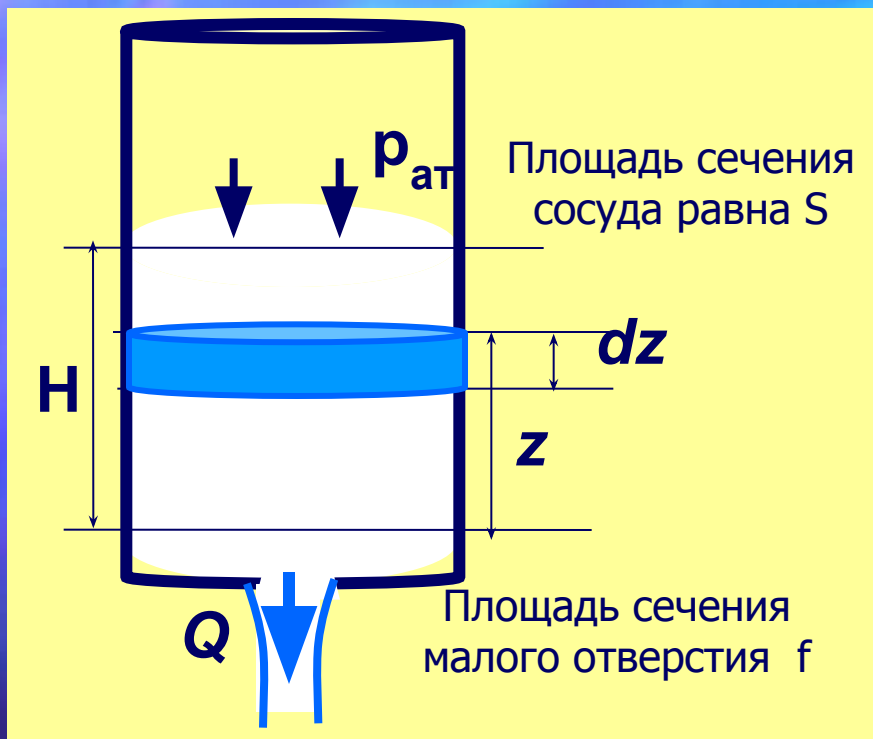
2. **Внешний цилиндрический насадок.** Из-за разницы площадей выходного и сжатого сечения появляется всасывающий эффект – (давление $p_c < p_{atm}$) и увеличение расхода по сравнению с отверстием;

3. **Диффузор** – расходящийся насадок. Больше разница площадей сжатого и выходного сечений, больше разница скоростей и давлений. Минимальное давление в сжатом сечении – $p_c = p_{c.min}$ и максимальный расход при истечении;

5. **Конoidalный насадок** – очерчен по форме вытекающей струи. Нет потерь и сжатия струи. Трудности изготовления.



Истечение при переменном напоре



Задача: определить время опорожнения резервуара от жидкости

Способ 1

$$Qdt = -Sdz$$

$$Q = \mu \cdot f \sqrt{2gz}$$

$$\int_0^T dt = - \int_H^0 \frac{dz}{\mu \cdot f \sqrt{2gz}}$$

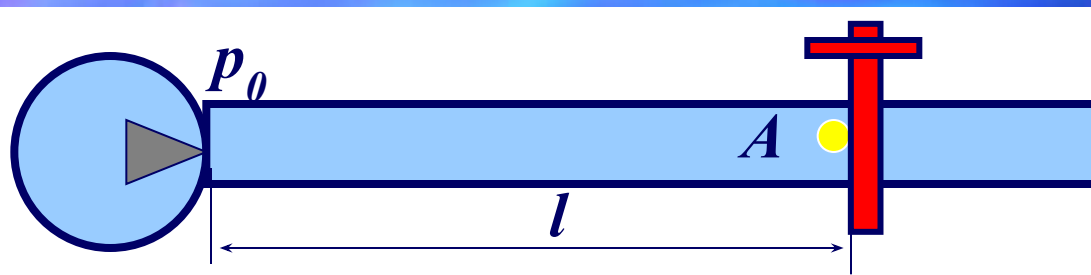
$$T = \frac{2S \cdot \sqrt{H}}{\mu \cdot f \sqrt{2g}} = \frac{2S \cdot H}{\mu \cdot f \sqrt{2gH}}$$

Способ 2

$$T = \frac{S \cdot H}{Q_{\text{ср}}} = \frac{S \cdot H}{\frac{\mu \cdot f \sqrt{2gH} + 0}{2}} = \frac{2S \cdot H}{\mu \cdot f \sqrt{2gH}}$$



Гидравлический удар в трубопроводе



Гидравлический удар – резкое увеличение давления в трубопроводе при внезапной остановке движущейся в нем жидкости

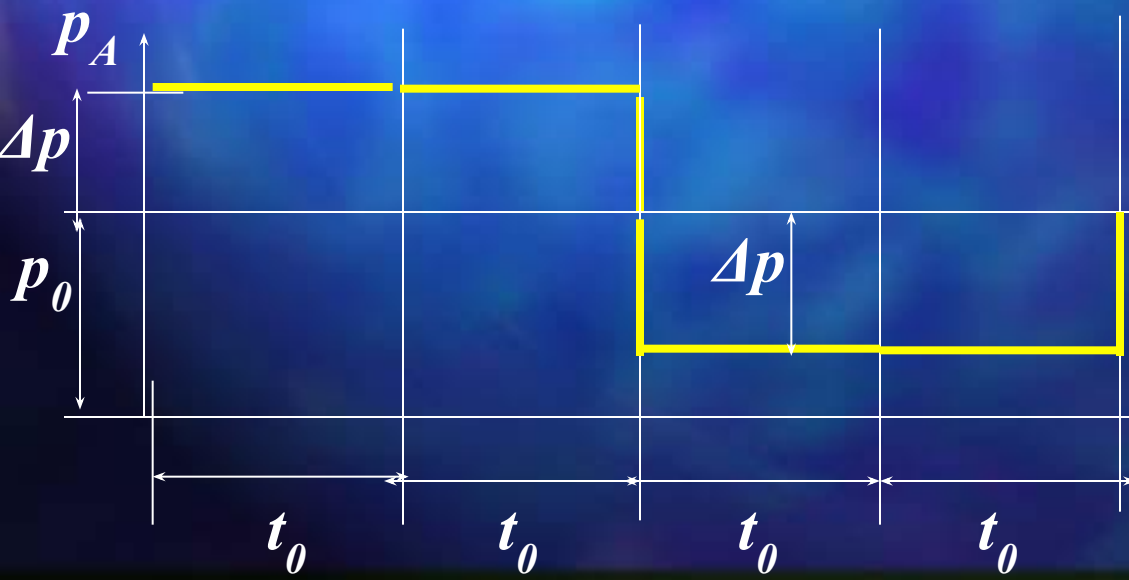
При этом сначала остановится слой жидкости непосредственно у крана. Вследствие перехода кинетической энергии в потенциальную давление в этом слое увеличится. Так как жидкость сжимаема, то остановки всей её массы в трубопроводе не происходит мгновенно. Граница объёма остановленной жидкости перемещается вдоль трубопровода.

$$c = \frac{l}{t_0}$$

Скорость распространения ударной волны

$$T = 2t_0 = \frac{2l}{c}$$

Фаза гидроудара

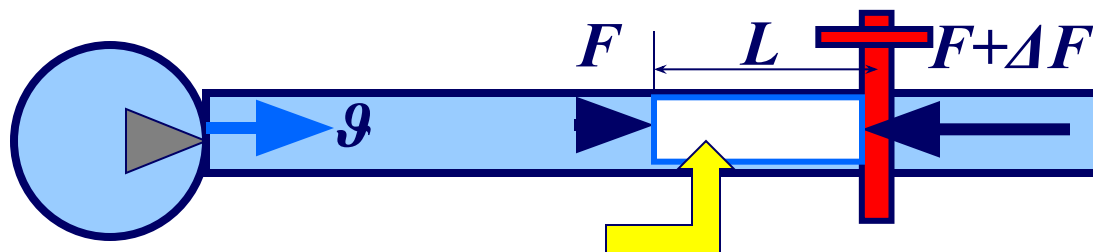


Вследствие гидравлических сопротивлений в реальных условиях гидроудар – затухающий колебательный процесс



Повышение давления при гидроударе

Применяем теорему об изменении количества движения:



Этот объём жидкости остановился за время t

Изменение количества движения равно импульсу равнодействующей силы

m – масса остановленной жидкости за время t

$$m(0 - v) = (F - (F + \Delta F)) \cdot t$$

$$F = p \cdot S \quad F + \Delta F = (p + \Delta p) \cdot S$$

$$- \rho \cdot S \cdot L \cdot v = (p - (p + \Delta p)) S \cdot t$$

$$- \rho \cdot \frac{L}{t} \cdot v = -\Delta p$$

$$c = \frac{L}{t}$$

← Скорость распространения ударной волны

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot v$$

Формула Жуковского



Скорость распространения ударной волны

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot v$$

Формула Жуковского

$$c = \sqrt{\frac{E_{ж}}{\rho}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{E_{ж} \cdot d}{E_{тр} \cdot \delta}}}$$

$$E_{тр} \rightarrow \infty \Rightarrow c = \sqrt{\frac{E_{ж}}{\rho}}$$

Если скорость движения жидкости равна 5м/с:

$$\Delta p = 1000 \cdot 1200 \cdot 5 = 6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 6 \text{ МПа}$$

$$c = \frac{L}{t}$$

← Скорость распространения ударной волны

$E_{ж}$ –модуль упругости жидкости

$E_{тр}$ –модуль упругости материала трубопровода

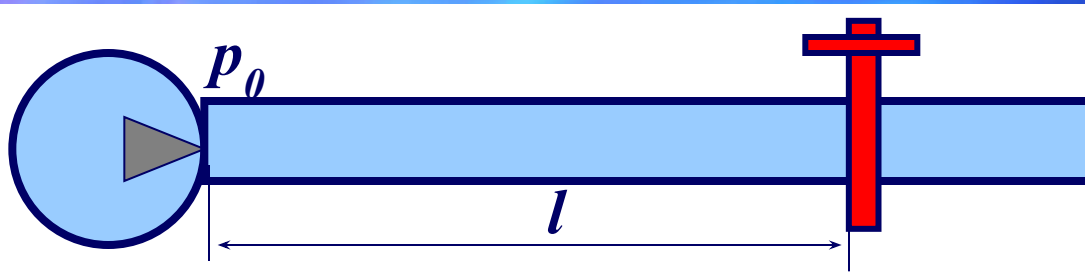
d –диаметр трубопровода,
 δ - толщина стенки

$$0(c) = 10^3 \text{ м/с}$$

Скорость ударной волны равна \approx скорости распространения звука в жидкости (для воды 1200м/с)



Прямой и не прямой удар



$$T = 2t_0 = \frac{2l}{c}$$

T -фаза гидроудара – время, за которое ударная волна дойдет до насоса и вернется обратно.

$t_{кр}$ - время закрытия крана

$$t_{кр} < T$$

-**прямой гидроудар** (волна дошла до насоса, вернулась обратно, а **кран уже закрыт**.)

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot g$$

Максимальное повышение давления.

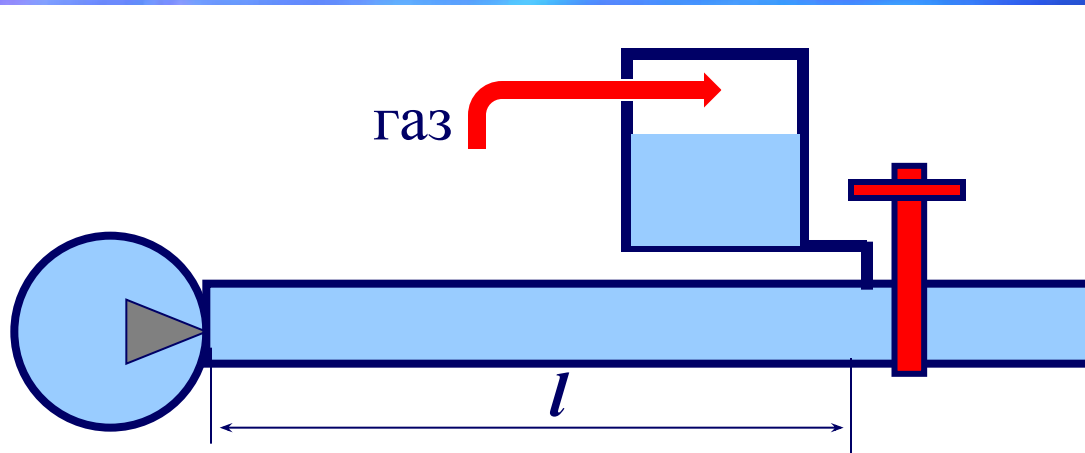
$$t_{кр} > T$$

-**непрямой гидроудар** (волна дошла до насоса, вернулась обратно, а **кран еще не закрыт**.)

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot g \frac{T}{t_{кр}} = \frac{2l \cdot \rho \cdot g}{t_{кр}}$$

Повышение давления меньше, чем при полностью закрытом кране

Меры борьбы с гидроударом



Воздушно-гидравлический колпак

Применение воздушно-гидравлических колпаков – гасителей удара.

При закрытии крана повышение давления одинаково распространяется на жидкость в трубе и в гидравлический колпак. Так как газ легко сжимается, он и воспринимает это увеличение давления, а повышение давления в жидкости оказывается незначительным.

Когда по трубе идет волна пониженного лавления, газ отдает накопленную энергию.

Превращение прямого удара в непрямой – медленное закрытие крана

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot g \frac{T}{t_{кр}} = \frac{2l \cdot \rho \cdot g}{t_{кр}}$$

Кран нужно устанавливать в начале трубы

