ДИНАМИКА ТОЧКИ. ЗАКОНЫ ГАЛИЛЕЯ – НЬЮТОНА

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ. ДИНАМИКА

ЛЕКЦИЯ 2

ДИНАМИКА

это раздел теоретической механики, в котором устанавливается и изучается связь между движением материальных тел и действующими на них силами

ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

I. Движение тела задано и требуется найти силы под действием которых это движение происходит.

II. Силы, действующие на тело, заданы и требуется найти закон движения тела.

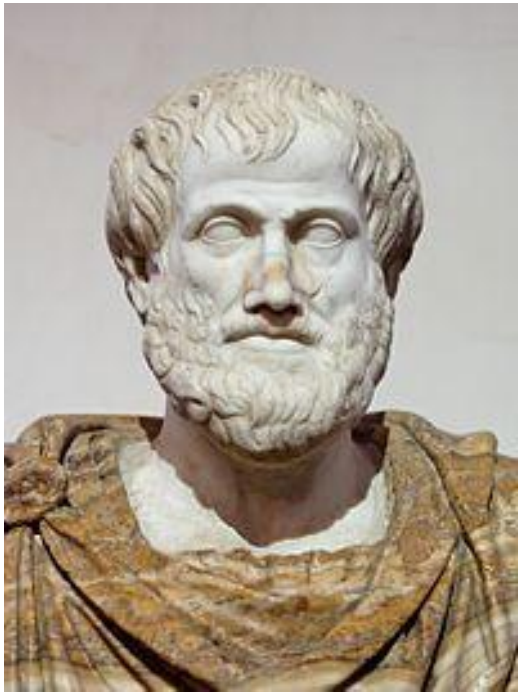
ДИНАМИКА

Динамика материальной точки

Динамика механической системы

Под материальной точкой подразумевается тело, размерами и различаем в движениях отдельных точек которого можно пренебречь.

ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА



Аристотель

384 до н. э. — 322 до н. э.

- <u>Круговое</u> движение - это самое совершенное движение, присущее только небесному миру.
- <u>Естественное</u> движение- это движение тяжёлого тела вниз к центру Мира, к центру Земли, и лёгкого вверх.
- Все остальные движения на Земле <u>насильственные</u> и могут происходить только под действием внешних сил

«Всё, что находится в движении, движется благодаря воздействию другого»

Нет сил – нет движения

ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА

Галилей
1564 — 1642

Принцип относительности:
«Для предметов, захваченных равномерным движением, это последнее как бы не существует и проявляет своё действие только на вещах, не принимающих в нём участия»

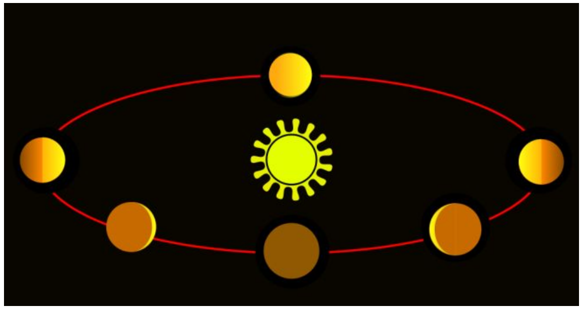
Все процессы в инерциальных системах отсчёта протекают одинаково, независимо от того, неподвижна ли система или она находится в состоянии равномерного и прямолинейного движения

ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА

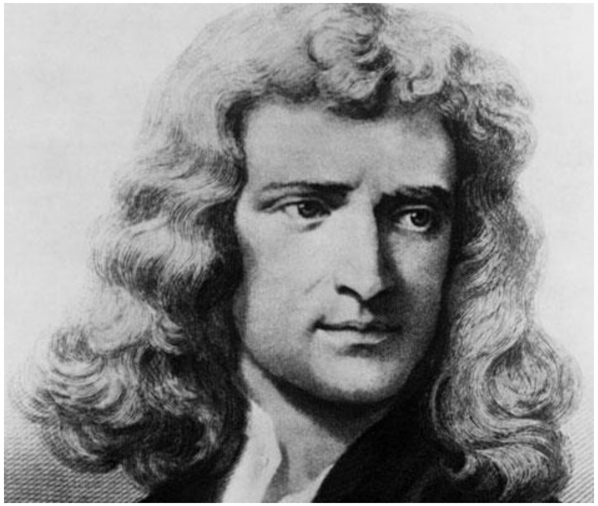
Галилей
1564 — 1642

Принцип инерции:

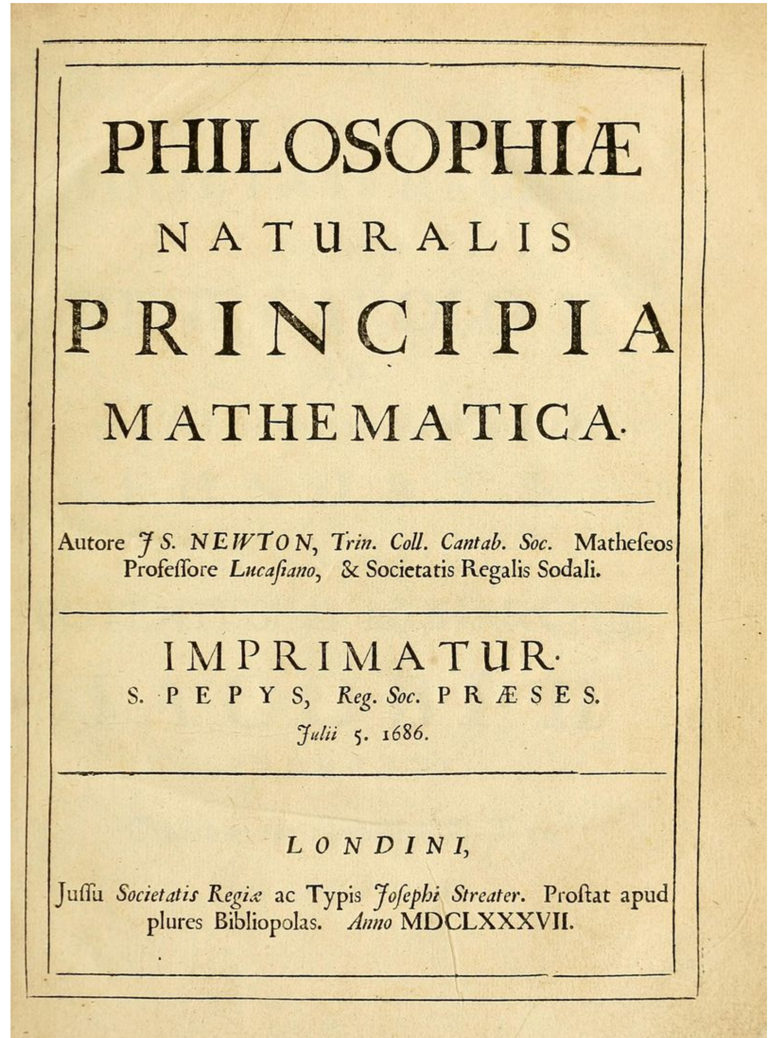
при отсутствии внешних сил тело либо покоится, либо равномерно движется



ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА



Ньютон
1643 — 1727



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore *J S. NEWTON*, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Mathefeos
Profeffore *Lucafiano*, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,

Juffu *Societatis Regiæ* ac Typis *Jofephi Streater*. Proftat apud
plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.

ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА

1 ЗАКОН НЬЮТОНА

«Всякое тело продолжает удерживаться в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние»

Существуют такие системы отсчёта, называемые инерциальными, относительно которых материальные точки, когда на них не действуют никакие силы, находятся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения

МАССА

Масса является мерой инертности материальной точки (и тела при поступательном движении)

инертная

$$\vec{a} = \vec{F} / m$$

гравитационная

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2}$$

2 ЗАКОН НЬЮТОНА

«Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует»

В инерциальных системах отсчёта ускорение, приобретаемое материальной точкой, прямо пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки

$$\vec{a} = \vec{F} / m \qquad m\vec{a} = \vec{F}$$

$$m\vec{a} = \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_k = \vec{F}$$

2 ЗАКОН НЬЮТОНА В ДЕКАРТОВОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

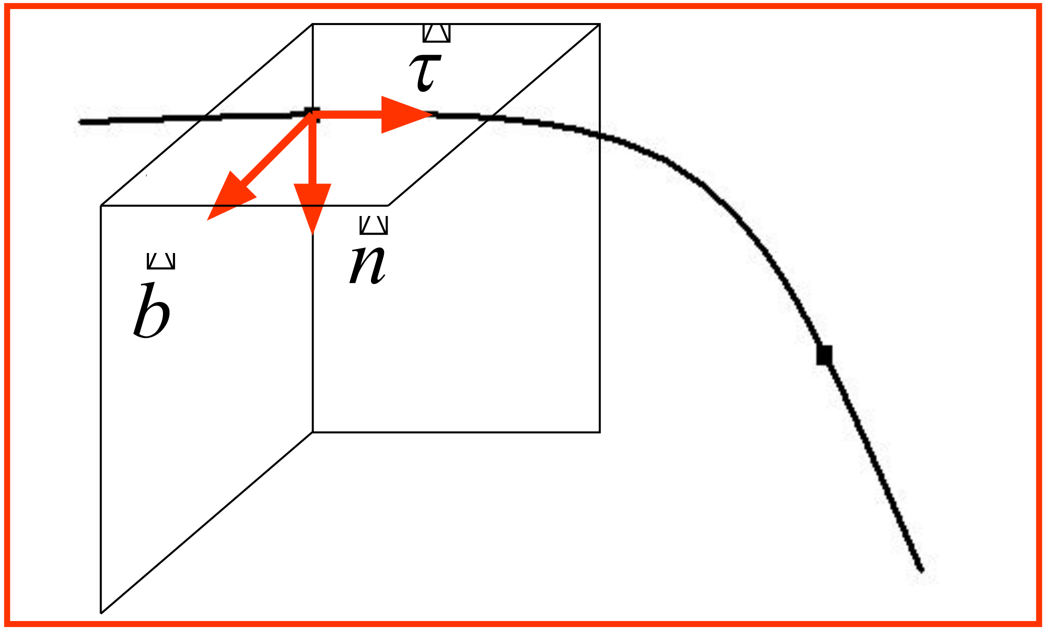
$$m\vec{a} = \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_k = \vec{F}$$

$$ma_x = F_x\ ,\ ma_y = F_y\ ,\ ma_z = F_z$$

$$a_x = \ddot{x}\ ,\ a_y = \ddot{y}\ ,\ a_z = \ddot{z}$$

$$m\ddot{x} = F_x\ ,\ m\ddot{y} = F_y\ ,\ m\ddot{z} = F_z$$

2 ЗАКОН НЬЮТОНА В ЕСТЕСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА



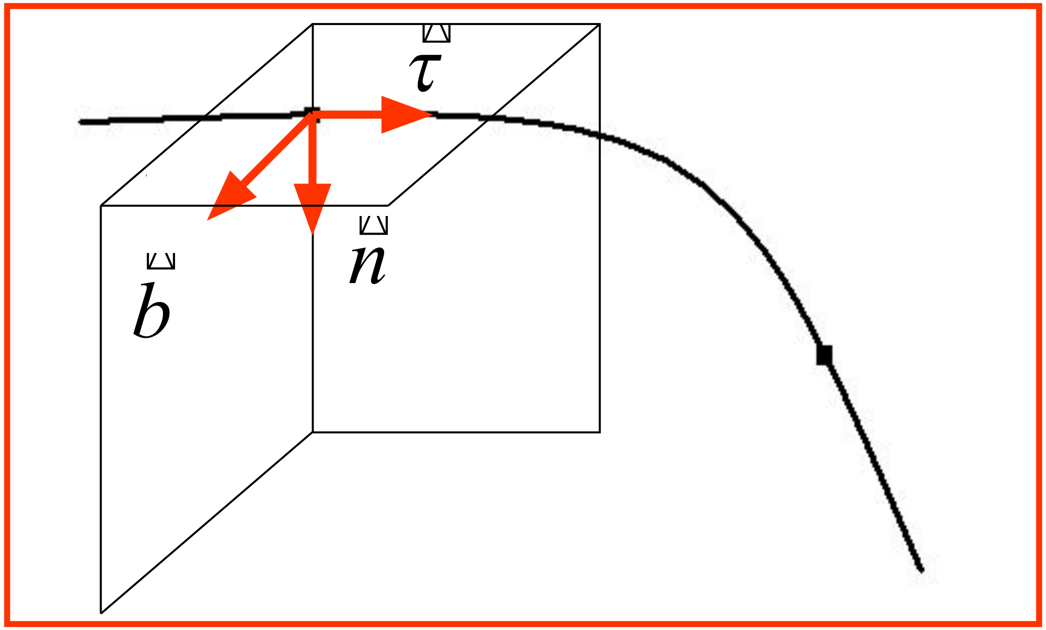
$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n} + a_b \vec{b}$$

$$a_\tau = \ddot{s}$$

$$a_n = \dot{s}^2 / \rho$$

$$a_b = 0$$

2 ЗАКОН НЬЮТОНА В ЕСТЕСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА



$$\vec{F} = F_\tau \vec{\tau} + F_n \vec{n} + F_b \vec{b}$$

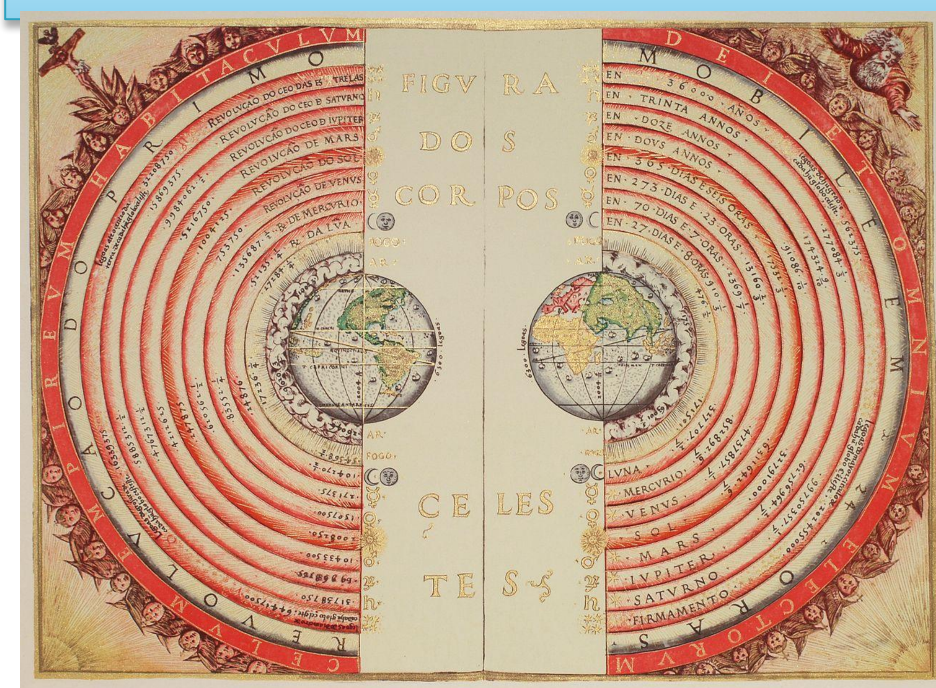
$$F_\tau = m a_\tau = m \ddot{s}$$

$$F_n = m a_n = m \dot{s}^2 / \rho$$

$$F_b = 0$$

СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

Геоцентрическая система отсчета —система отсчета, связанная с Землей.



Гелиоцентрическая система отсчета —система отсчета, связанная с Солнцем, причем оси координтнат направлены к неподвижным звездам

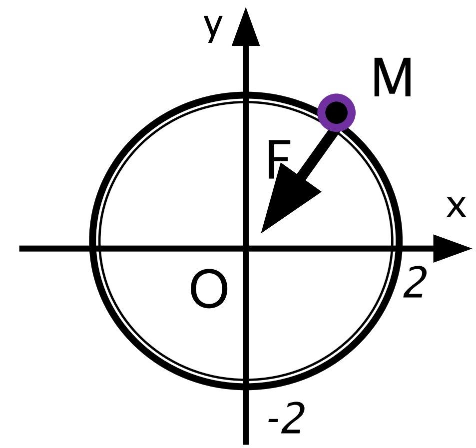
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ 1 ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

Точка массой m движется в плоскости x,y по закону x=2sin((π/6)t), y=2cos((π/6)t). Найти силу, под действием которой происходит это движение.

$$\ddot{x} = -\frac{\pi^2}{18}\sin(\frac{\pi}{6}t), \qquad \ddot{y} = -\frac{\pi^2}{18}\cos(\frac{\pi}{6}t)$$

$$F_x = -\frac{m\pi^2}{18}\sin(\frac{\pi}{6}t),$$

$$F_y = -\frac{m\pi^2}{18}\cos(\frac{\pi}{6}t)$$



$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{m\pi^2}{18} - const$$

РЕШЕНИЕ 2 ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

$$m\ddot{x} = F_x\,(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \qquad x = x\,(t, C_1, \ldots, C_6)$$

$$m\ddot{y} = F_y\,(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \qquad y = y\,(t, C_1, \ldots, C_6)$$

$$m\ddot{z} = F_z\,(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \qquad z = z\,(t, C_1, \ldots, C_6)$$

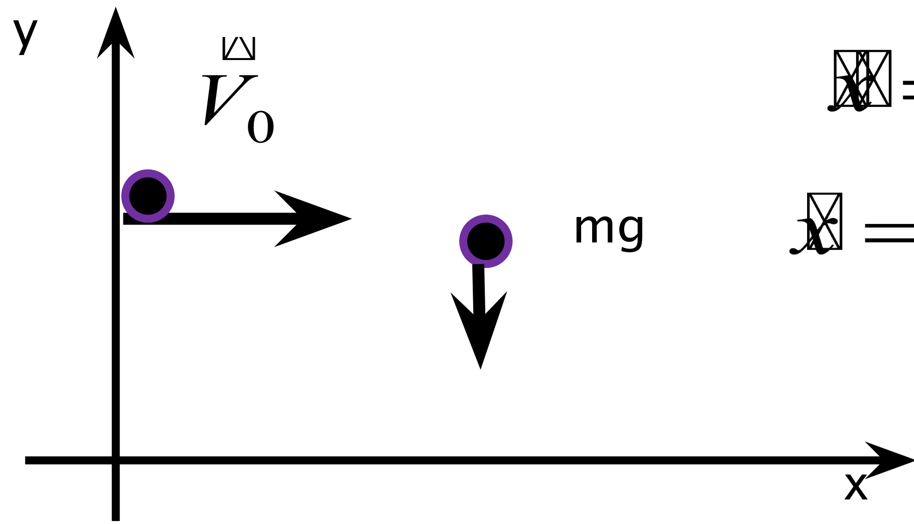
Постоянные $C_1, \ldots, C_6$ находятся из начальных условий

В качестве начальных условий следует задать положение и скорость материальной точки в начальный момент времени.

РЕШЕНИЕ 2 ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

Самолет летит на высоте 400м со скоростью 200 м/с. Найти закон движения груза, сброшенного с самолета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Рассмотрим движение груза, считая его материальной точкой



$$m\ddot{x} = 0, \qquad m\ddot{y} = -mg$$

$$\ddot{x} = 0, \qquad \ddot{y} = -g$$

$$\dot{x} = C_1, \qquad \dot{y} = -gt + C_2$$

$$x = C_1 t + C_3 \qquad\qquad y = -g\frac{t^2}{2} + C_2 t + C_4$$

РЕШЕНИЕ 2 ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

При t = 0

$$x = 0, \qquad y = 400$$

$$\dot{x} = 200, \qquad \dot{y} = 0$$

$$C_1 = 200 \qquad C_2 = 0 \qquad C_3 = 0 \qquad C_4 = 400$$

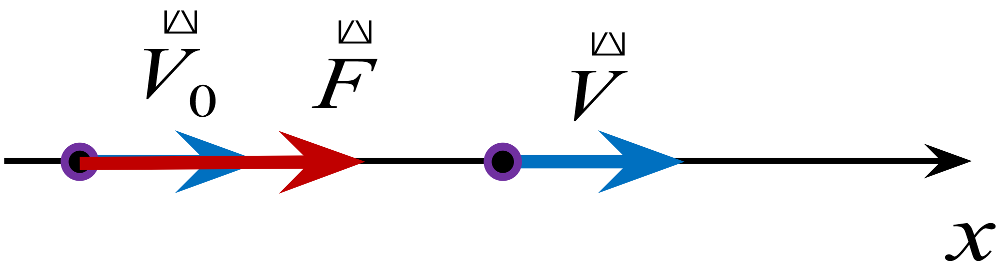
Закон движения груза:

$$x = 200\,t$$

$$y = -g\frac{t^2}{2} + 400$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Точка будет совершать прямолинейное движение, если действующая на неё сила будет параллельна начальной скорости.



ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

1. Сила зависит от времени $\vec{F} = \vec{F}(t)$

$$m\ddot{x} = F_x(t) \qquad \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{1}{m}F_x(t)$$

$$\dot{x} = \frac{1}{m}\int F_x(t)dt + C_1$$

$$x = \frac{1}{m}\int\left[\int F_x(t)dt\right]dt + C_1 t + C_2$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

2. Сила зависит от скорости $\vec{F} = \vec{F}(V)$

$$m\ddot{x} = F_x(V) \qquad \ddot{x} = \frac{dV}{dt}$$

$$m\frac{dV}{dt} = F_x(V) \qquad dt = m\frac{dV}{F_x(V)}$$

$$t = m\int\frac{dV}{F_x(V)} + C_1, \qquad t = \Phi(V, C_1)$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

3. Сила зависит от координаты $\vec{F} = \vec{F}(x)$

$$m\ddot{x} = F_x(x) \qquad \ddot{x} = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx}\frac{dx}{dt} = V\frac{dV}{dx}$$

$$VdV = \frac{1}{m}F_x(x)dx$$

$$V^2 = \frac{2}{m}\int F_x(x)dx + C_1$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{m}\int F_x(x)dx + C_1}$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

3. Сила зависит от координаты $\vec{F} = \vec{F}(x)$

$$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\int F_x dx + C_1}, \qquad dt = \pm\frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m}\int F_x dx + C_1}}$$

$$t = \pm\int \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m}\int F_x dx + C_1}} + C_2$$