



АЛГЕБРА 7 КЛАСС



Решение систем линейных
уравнений



Карл Фридрих Гаусс

30.04.1777 - 23.02.1855

Научная сфера – математика,
физика, астрономия

Алгебра стоит на четырёх китах



Уравнение и его свойства

Определение

- Уравнение – это равенство, содержащее одну или несколько переменных

$$ax=b$$



Линейное уравнение с
одной переменной

$$ax+by=c$$



Линейное уравнение с
двумя переменными

Свойства уравнений

- если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному
- если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному

Система уравнений и её решение

$$\begin{cases} x+y=5 \\ y+l=7 \\ l+m=9 \\ m+x+y=10 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x+x^2=3 \\ 5x^3+2x-7=6 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=5 \\ x+y=2 \\ y^2-x=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ xy=2 \\ x^2+y=3 \end{cases}$$

1) $x=1, y=2$ - решение системы.

$1+2 \cdot 2=5$	верно
$1 \cdot 2=2$	верно
$1^2+2=3$	верно

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$$

Общий вид системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными, где a_1, a_2, b_1, b_2, c_1 и c_2 некоторые числа.

Определения

- Системой уравнений называется некоторое количество уравнений, объединенных фигурной скобкой. Фигурная скобка означает, что все уравнения должны выполняться одновременно
- Каждая пара значений переменных, которая одновременно является решением всех уравнений системы, называется решением системы
- Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство
- Решить систему уравнений - это значит найти все её решения или установить, что их нет

Способы решения систем уравнений

Система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2; \end{cases}$$

где $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ - заданные числа, а x и y - неизвестные

Способы решения

Способ
подстановки



Способ
сравнения



Способ
сложения



Графический
способ



Метод
определителей



Решение системы способом ПОДСТАНОВКИ

Выразим y через x

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - (2x + 4) = 1; \end{cases}$$

Подставим

Решим
уравнение

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

$$7x - 2x - 4 = 1;$$

$$5x = 5;$$

$$\underline{x = 1};$$

Подставим

Ответ: $x = 1; y = 6$.

Способ подстановки (алгоритм)

- Из какого-либо уравнения *выразить* одну переменную через другую
- Подставить *полученное выражение* для переменной в *другое* уравнение и решить его
- Сделать *подстановку* найденного значения переменной и вычислить значение второй переменной
- Записать ответ: $x=...$; $y=...$



Решение системы способом сравнения

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

Выразим y через x

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

Подставим

в

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - 1 = y; \end{cases}$$

Приравняем

и

выражения

для y

$$\begin{cases} y = 2 \cdot 1 + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$7x - 1 = 2x + 4,$$

$$7x - 2x = 4 + 1,$$

$$5x = 5,$$

$$x = 1.$$

Решим

уравнение

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: (1; 6)

Способ сравнения (алгоритм)

- *Выразить* y через x (или x через y) в каждом уравнении
- *Приравнять* выражения, полученные для одноимённых переменных
- Решить *полученное* уравнение и найти значение одной переменной
- *Подставить* значение найденной переменной в одно из выражений для другой переменной и найти её значение
- Записать ответ: $x=...$; $y=...$



Уравняем
модули
коэффи-
циентов
перед y

Решение системы способом СЛОЖЕНИЯ

$$\begin{cases} 7x+2y=1, & \parallel \cdot (-3) \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 7 \cdot 3+2y=1; \end{cases}$$

Решим
уравнение

$$+\begin{cases} -21x-6y=-3, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Сложим уравне-
ния поленно

$$\begin{cases} x=3, \\ 21+2y=1; \end{cases}$$

Решим
уравнение

$$\begin{cases} x=3, \\ 2y=-20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x = -12, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ y=-10. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

Подставим

Ответ: (3; - 10)

Способ сложения (алгоритм)

- *Уравнять* модули коэффициентов при какой-нибудь переменной
- *Сложить* почленно уравнения системы
- Составить *новую* систему: одно уравнение новое, другое - одно из старых
- Решить *новое* уравнение и найти значение одной переменной
- *Подставить* значение найденной переменной в старое уравнение и найти значение другой переменной
- Записать ответ: $x=...$; $y=...$



Решение системы графическим способом

Вырази
м у
через х

$$\begin{cases} y - x = 2, \\ y + x = 10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 10 - x; \end{cases}$$



Построим график
первого уравнения

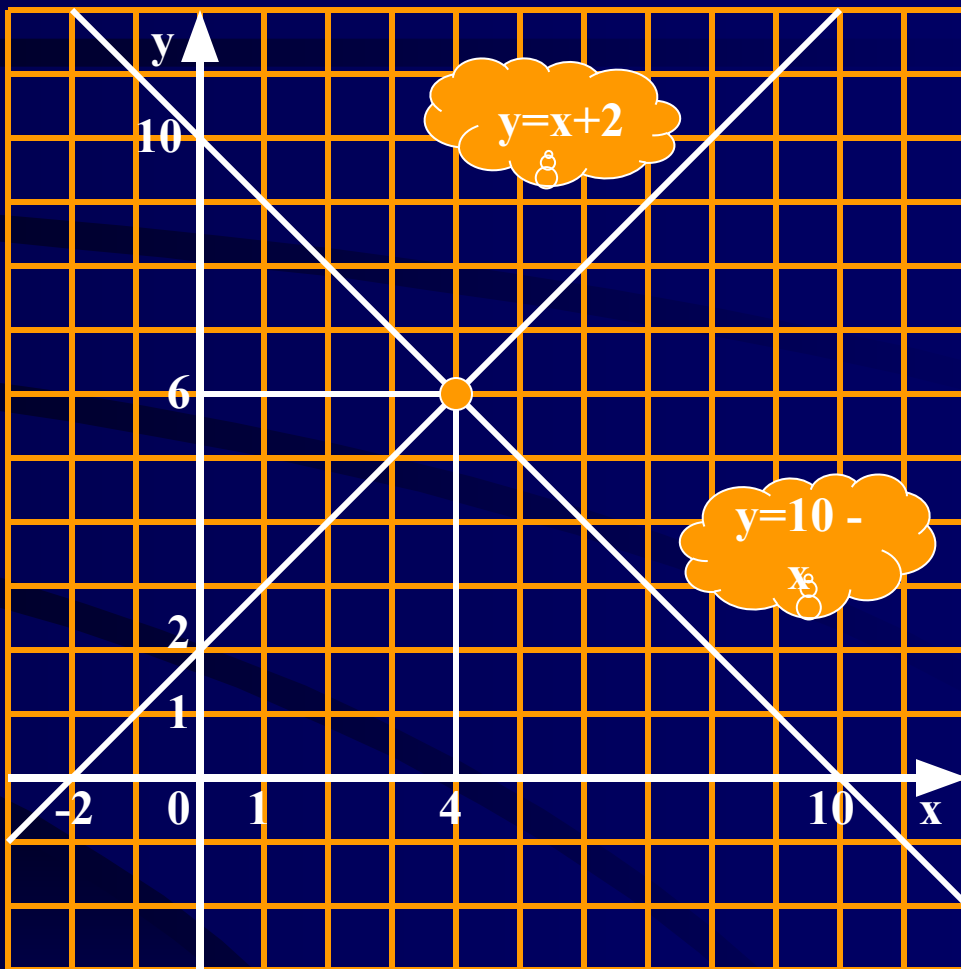
$$y = x + 2$$

x	0	-2
y	2	0

Построим график
второго уравнения

$$y = 10 - x$$

x	0	10
y	10	0



Ответ: (4; 6)

Графический способ (алгоритм)

- Выразить y через x в каждом уравнении
- Построить в одной системе координат график каждого уравнения
- Определить координаты точки пересечения
- Записать ответ: $x=...$; $y=...$, или $(x; y)$



Решение системы методом определителей

$$\begin{cases} 7x+2y=1, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Составим матрицу из коэффициентов при неизвестных Δ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 17 & 6 \end{vmatrix} = 7 \cdot 6 - 2 \cdot 17 = 42 - 34 = 8$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -9 & 6 \end{vmatrix} = 1 \cdot 6 - 2 \cdot (-9) = 6 + 18 = 24$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 17 & -9 \end{vmatrix} = 7 \cdot (-9) - 1 \cdot 17 = -63 - 17 = -80$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{24}{8} = 3; \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-80}{8} = -10.$$

Найдем

x и y

Ответ: $x=3$; $y=-10$.

Составим матрицу из коэффициентов при неизвестных Δ

на столбец

столбец

элементы Δ первой строки

в определителе

столбец Δ_x , заменив

столбец

на столбец

столбец

элементы Δ второй строки

в определителе

столбец Δ_y , заменив

столбец

Составим

Метод определителей (алгоритм)

- Составить табличку (матрицу) коэффициентов при неизвестных и вычислить определитель Δ .
- Найти - определитель Δ_x , получаемый из Δ заменой первого столбца на столбец свободных членов.
- Найти - определитель Δ_y , получаемый из Δ заменой второго столбца на столбец свободных членов.
- Найти значение переменной x по формуле Δ_x / Δ .
- Найти значение переменной y по формуле Δ_y / Δ .
- Записать ответ: $x = \dots$; $y = \dots$.

