Теория вероятностей и математическая статистика

Тема 1

“Элементы теории множеств”

План лекции

1. Основные понятия
2. Равные множества
3. Пустое множество
4. Конечное и бесконечное множество
5. Операции над множествами

- ***Множество*** – это совокупность некоторых предметов (объектов), объединенных в одно целое по какому-либо признаку

- Предметы, их которых состоит множество называются его ***элементами***

Способы задания множеств

1. Перечисление его элементов

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0\}$$

2. Указание свойства, по которому можно судить принадлежит элемент множеству или не принадлежит

$$A = \{x | P(x)\},$$

где $P(x)$ — характеристическое свойство

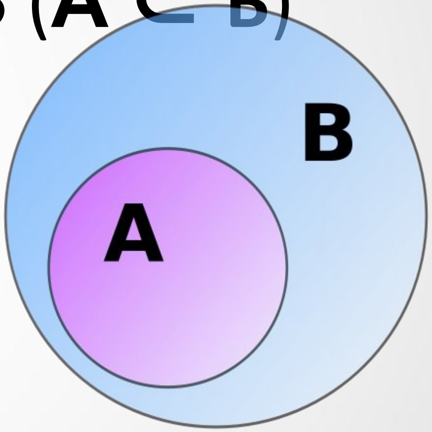
- Множества, состоящие из конечного числа элементов, называются ***конечными*** множествами. Если же число элементов множества неограниченно, то такое множество называется ***бесконечным***

- Множество, не содержащее ни одного элемента, называется ***пустым*** множеством ($\varnothing$).

- Множества называются ***равными***, если они состоят из одних и тех же элементов

Подмножества

- Если каждый элемент множества A является также элементом множества B, то A – ***подмножество множества*** B (**$A \subset B$**)



1. Если **$A \subset B$ и $B \subset A$, то $A = B$**
2. Пустое множество является подмножеством любого множества: **$\varnothing \subset A$**
3. Каждое множество есть подмножество самого себя: **$A \subset A$**

Операции над множествами

1. Объединение множеств
2. Пересечение множеств
3. Разность множеств
4. Дополнение множеств

Объединение множеств

- Объединением двух множеств A и B называется такое множество C, состоящее из всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств A или B.

$C = A \cup B$

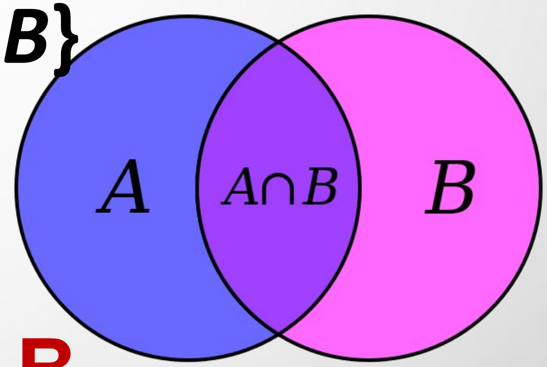
Диаграммы Эйлера-Венна

Если $B \subset A$, то $B \cup A = A$

Пересечение множеств

- Пересечением (произведением) множеств A и B называется множество C, состоящее из всех элементов, принадлежащих одновременно и множеству A, и множеству B (множество общих элементов).

$$\boldsymbol{A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}}$$

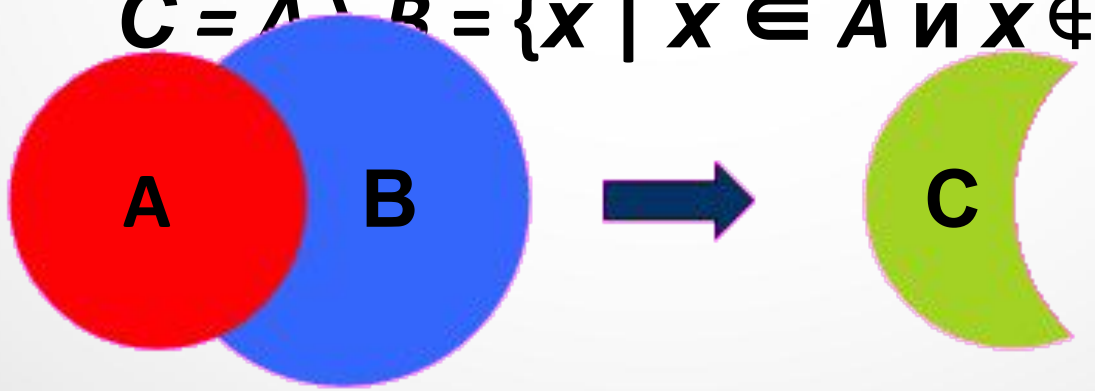


Если B ⊂ A, то B ∩ A = B

Разность множеств

- *Разностью* множеств *A* и *B* называется множество, состоящее из всех элементов, множества *A*, не принадлежащих множеству *B*.

$$C = A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$$

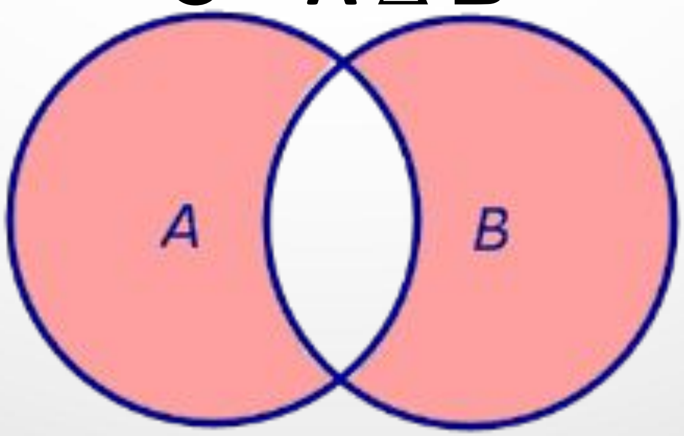


Если B ⊂ A, то B \ A = ∅

Разность множеств

- *Симметрической разностью* множеств А и В называется множество С, состоящее из всех элементов, принадлежащих только одному множеству А или В

С = А ∆ В



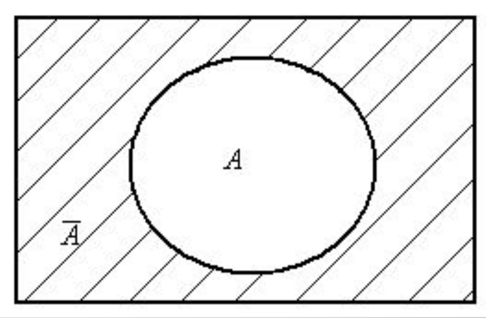
Дополнение множеств

- В случае, когда множество B есть подмножество множества A, разность $A \backslash B$ называют *дополнением множества* B во множестве A

$$C_A B$$

- *Дополнением* множества A до универсального множества U называется множество элементов универсального множества, не принадлежащих множеству A

$$\overline{A} = U \setminus A = \{x \mid x \in U, x \notin A\}$$



Формула включений и исключений

- Пусть A и B – конечные множества
- m_A – число элементов множества A
- m_B – число элементов множества B, тогда

1. $m_A = m_A + m_B$, если $A \cap B = \varnothing$
2. $m_A = m_A + m_B - m_{A \cap B}$, если $A \cup B \neq \varnothing$