

Модуль и его
приложения

L/O/G/O
www.themegallery.com



Содержание:

Понятие модуля

Свойства модуля 1 Свойства модуля 1°

Свойства модуля 1° – Свойства модуля

1° – Свойства модуля 1° – 5 Свойства

модуля 1° – 5°

Свойства модуля 6 Свойства модуля 6°

Свойства модуля 6° – Свойства модуля

6° – Свойства модуля 6° – 10 Свойства

модуля 6° – 10°

Геометрическая интерпретация модуля

Примеры

➔ Понятие модуля

Абсолютной величиной (модулем) действительного числа a называется само число a , если оно неотрицательное, и число, противоположное a , если a – отрицательное.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0; \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

Пример: $|2x - 3| = \begin{cases} 2x - 3, & \text{если } x \geq 1,5; \\ -2x + 3, & \text{если } x < 1,5. \end{cases}$



Свойства модуля

$$1^\circ \quad |a| = |-a|$$

$$2^\circ \quad |a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

$$3^\circ \quad \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, \quad \text{где } b \neq 0$$

$$4^\circ \quad |a + b| = |a| + |b|, \quad \text{если } a \geq 0, \quad b \geq 0$$

$$5^\circ \quad |a| + |b| = a + b, \quad \text{если } a \geq 0, \quad b \geq 0$$

➔ Свойства модуля

$$6^\circ \quad |a - b| = |a| + |b|, \text{ если } ab \leq 0$$

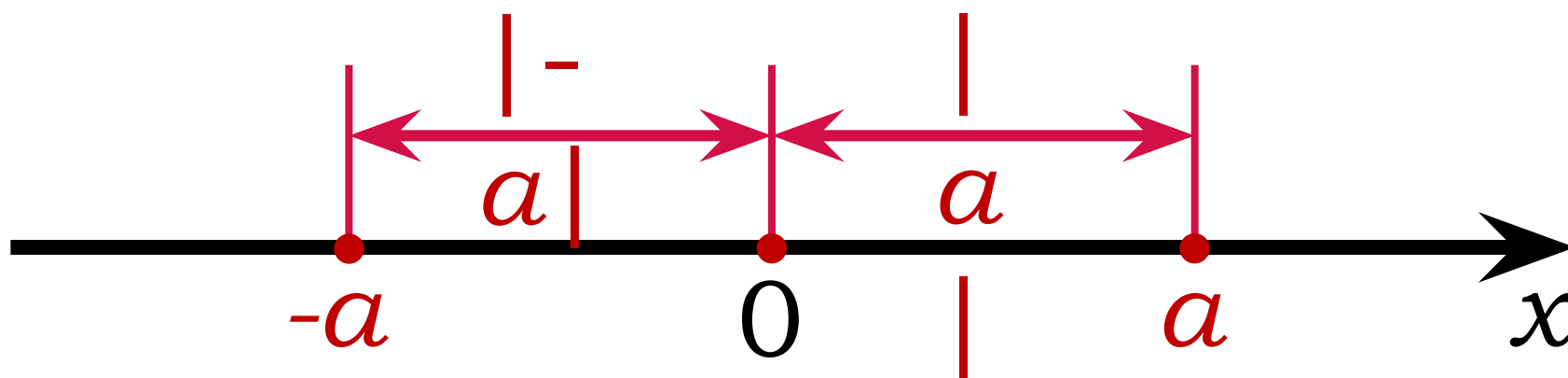
$$7^\circ \quad |a|^2 = a^2$$

$$8^\circ \quad |a| - |b| \geq 0, \text{ если } a^2 - b^2 \geq 0$$

$$9^\circ \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$10^\circ \quad |a_1 + a_2 + \dots + a_n| \leq |a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|$$

Геометрическая интерпретация модуля



Это *расстояние* от начала отсчета до точки, изображающей число.



Примеры

Раскрыть модули:

$$1) |p - 3|;$$

$$6) |x^4 + 1|;$$

$$2) |\sqrt{3} - \sqrt{5}|;$$

$$7) \sqrt{(a - 3)^2}, \quad a \geq 3;$$

$$3) |\sqrt{5} - 2|;$$

$$8) \sqrt{(b - 4)^2}, \quad b < 4;$$

$$4) |1 - \sqrt{2}|;$$

$$9) \sqrt{m^2 - 2m + 1}, \\ m < 1.$$

$$5) |x^2|;$$

Решение уравнений вида

$$|f(x)| = a$$

$$\begin{cases} f(x) = a, \\ f(x) = -a. \end{cases}$$

Пример: $|x - 8| =$

$$\begin{cases} x^5 - 8 = 5, \\ x - 8 = -5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13, \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ: 3; 13.

Решение уравнений вида

$$|f(x)| = a$$

$$|2x - 3| = 4$$

$$x_1 = 3,5; \quad x_2 = -0,5$$

$$|5x + 6| = 7$$

$$x_1 = 0,2; \quad x_2 = -2,6$$

$$|9 - 3x| = 6$$

$$x_1 = 1; \quad x_2 = 5$$

$$|4x + 2| = -1$$

$$x \in \emptyset$$

$$|8 - 2x| = 0$$

$$x = 4$$

$$|10x + 3| = 16$$

$$x_1 = 1,3; \quad x_2 = -1,9$$

$$|24 - 3x| = 12$$

$$x_1 = 12; \quad x_2 = 4$$

$$|2x + 30| = 48$$

$$x_1 = 9; \quad x_2 = -39$$

Решение уравнений вида

$$|f(x)| = g(x)$$



$$\begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = -g(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x), \\ g(x) \geq 0; \end{cases}$$



Пример: $|3x - 10| = x - 2$

$$\begin{cases} 3x - 10 = x - 2, \\ x - 2 \geq 0; \end{cases} \iff \begin{cases} 2x = 8, \\ x \geq 2; \end{cases} \iff \begin{cases} 3x - 10 = -(x - 2), \\ x - 2 \geq 0; \end{cases} \iff \begin{cases} 4x = 12, \\ x \geq 2; \end{cases} \iff \begin{cases} x = 4, \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ: 3; 4.

Решение уравнений вида

$$|f(x)| = |g(x)|$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{cases}$$

Пример: $|x - 2| = |3 -$

$$\begin{cases} x - 2 = 3 - x, \\ x - 2 = -3 + x; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 5, \\ -2 = -3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2,5, \\ x \in \emptyset; \end{cases}$$

Ответ: 2,5.

Решить самостоятельно:

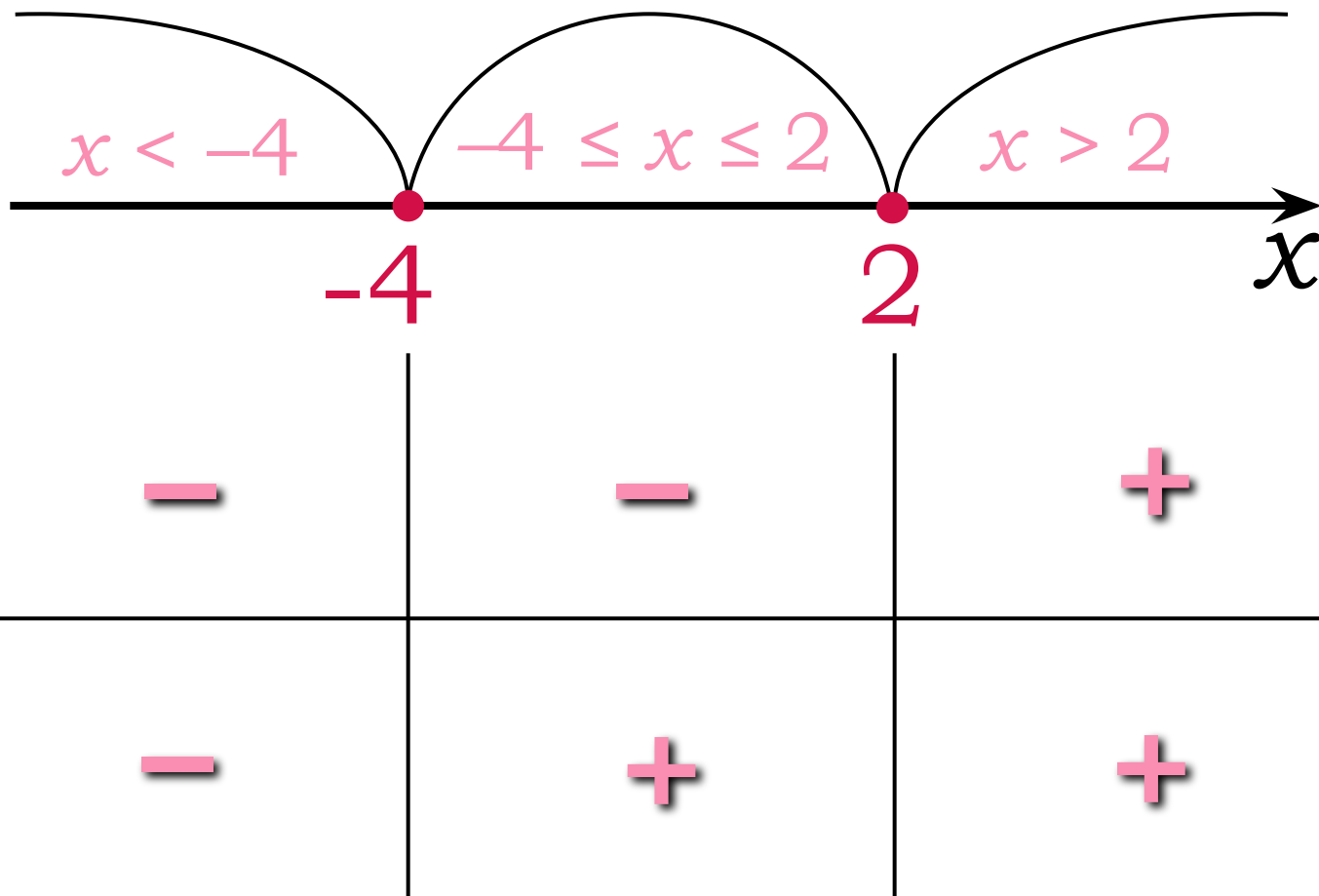
$$|4x - 1| = |2x + 3|$$

$$\begin{cases} 4x - 1 = 2x + 3, \\ 4x - 1 = -2x - 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4, \\ 6x = -2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = -\frac{1}{3}. \end{cases}$$

Ответ: $2; -\frac{1}{3}$.

Решить уравнение

$$2|x - 2| - 3|x + 4| = 1$$



Решить уравнение

$$2|x-2| - 3|x+4| = 1$$

$$\left[\begin{cases} x < -4, \\ 2(-x+2) - 3(-x-4) = 1; \\ -4 \leq x \leq 2, \\ 2(-x+2) - 3(x+4) = 1; \\ x > 2, \\ 2(x-2) - 3(x+4) = 1; \end{cases} \right.$$



$$\left[\begin{cases} x < -4, \\ x = -15; \\ -4 \leq x \leq 2, \\ x = -1,8; \\ x > 2, \\ x = -17. \end{cases} \right.$$

Ответ: $-15; -1,8.$

Примеры

(решить самостоятельно)

$$1) |x^2 + 3x| = 2(x + 1)$$

$$2) |x - 6| = |x^2 - 5x + 9|$$

$$3) |2x + 8| - |x - \underline{5}| = 12$$