

Квадратичная
функция.
Её свойства и
график.

Определение квадратичной функции

Квадратичной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида:

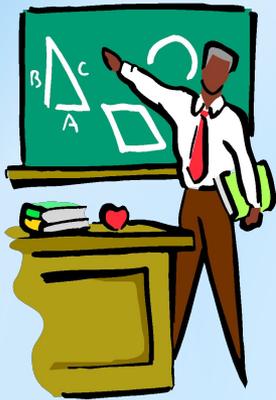
$$y = ax^2 + bx + c$$

Где: a, b, c – числа

x – независимая переменная

$$a \neq 0$$

График квадратичной функции – парабола.



Алгоритм построения параболы $y = ax^2 + bx + c$:

1. Найти координаты вершины параболы, построить на координатной плоскости соответствующую точку, провести ось симметрии.
2. Определить направление ветвей параболы.
3. Найти координаты еще нескольких точек, принадлежащих искомому графику (в частности, координаты точки пересечения параболы с осью y и нули функции, если они существуют).
4. Отметить на координатной плоскости найденные точки и соединить их плавной линией.

Графиком квадратичной функции

$y = ax^2 + bx + c$ является парабола, которая получается из параболы

$y = ax^2$ параллельным переносом.

Вершина параболы - $(x_0; y_0)$,

$$\text{где : } x_0 = -\frac{b}{2a} \quad y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Осью параболы будет прямая

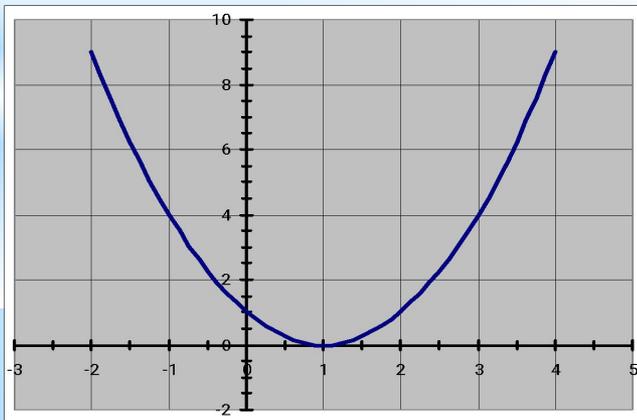
$$x = -\frac{b}{2a}$$

Свойства квадратичной функции

Функция непрерывна

Множество значений при $a > 0$ - $E(f) = [-\frac{D}{4a}; +\infty)$

Множество значений при $a < 0$ - $E(f) = (-\infty; -\frac{D}{4a}]$



Многие свойства квадратичной функции зависят от значения дискриминанта.

Дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ называется выражение

$$D = b^2 - 4ac$$

Возможны три случая:

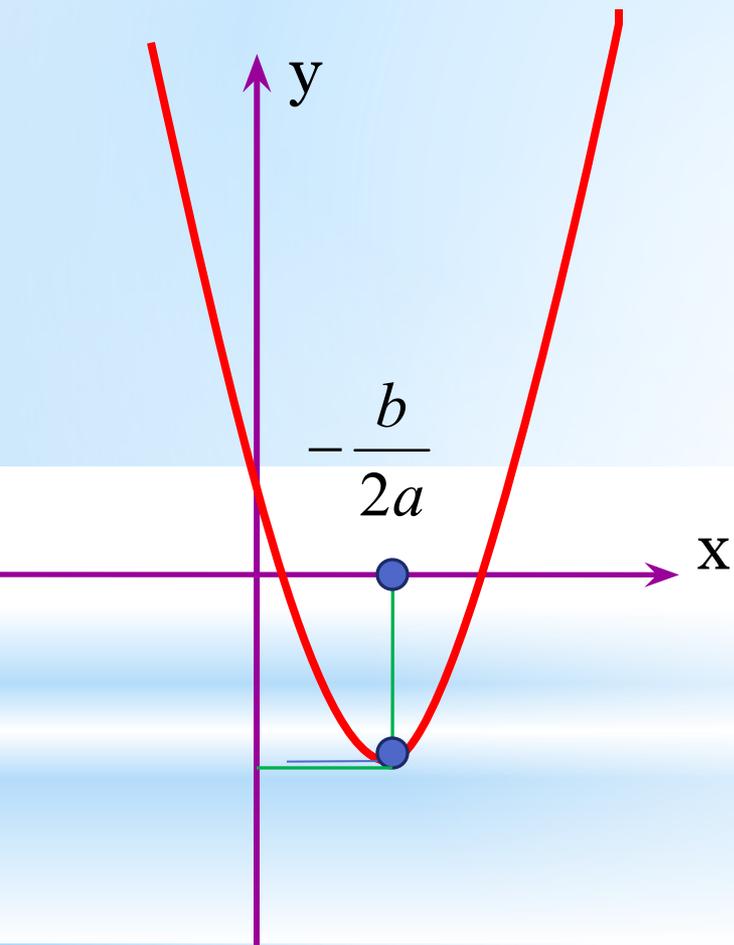
$$\square D > 0$$

$$\square D = 0$$

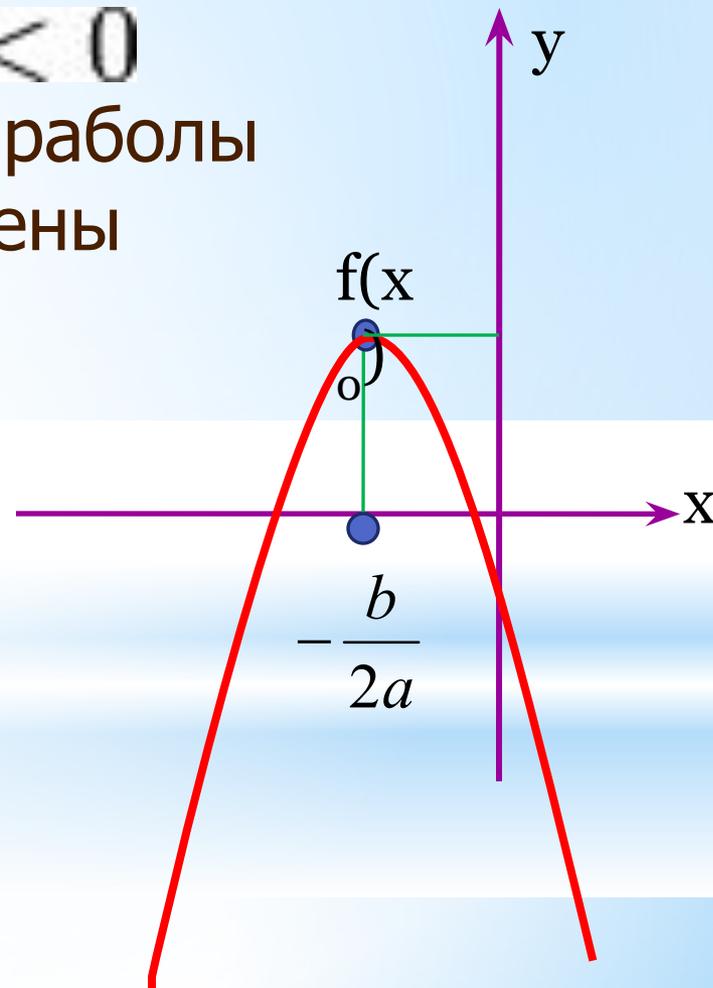
$$\square D < 0$$

- если дискриминант больше нуля, то парабола пересекает ось абсцисс в двух точках,
- если дискриминант равен нулю, то парабола касается оси абсцисс,
- если дискриминант меньше нуля, то парабола не пересекает ось абсцисс,
- абсцисса вершины параболы равна $-\frac{B}{2A}$

При $a > 0$ ветви параболы направлены вверх,



При $a < 0$ ветви параболы направлены вниз



Область значений функции - $E(f) = [-1 ; +\infty)$

Функция возрастает в промежутке $[+3 ; +\infty)$

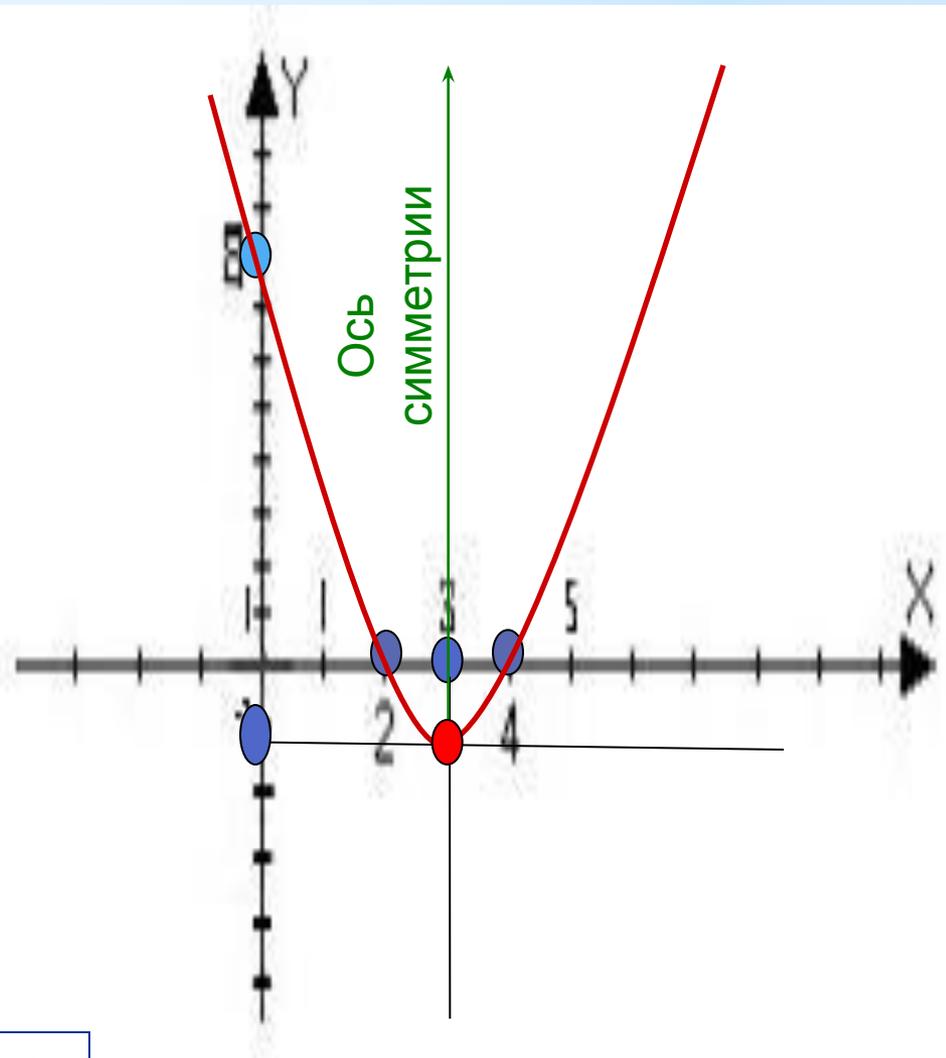
Функция убывает в промежутке $(-\infty ; +3]$

Наименьшее значение функции равно -1

Наибольшего значения функции не существует

$f(x) > 0$ при $x < 2$,
или $x > 4$

$f(x) < 0$ при $2 < x < 4$



Постройте график функции
 $y=2x^2+4x-6$,
опишите его свойства

Проверь себя:

1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2. $y=0$, при $x=1; -3$

3. $y > 0$, при $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$
 $y < 0$, при $x \in (-3; 1)$

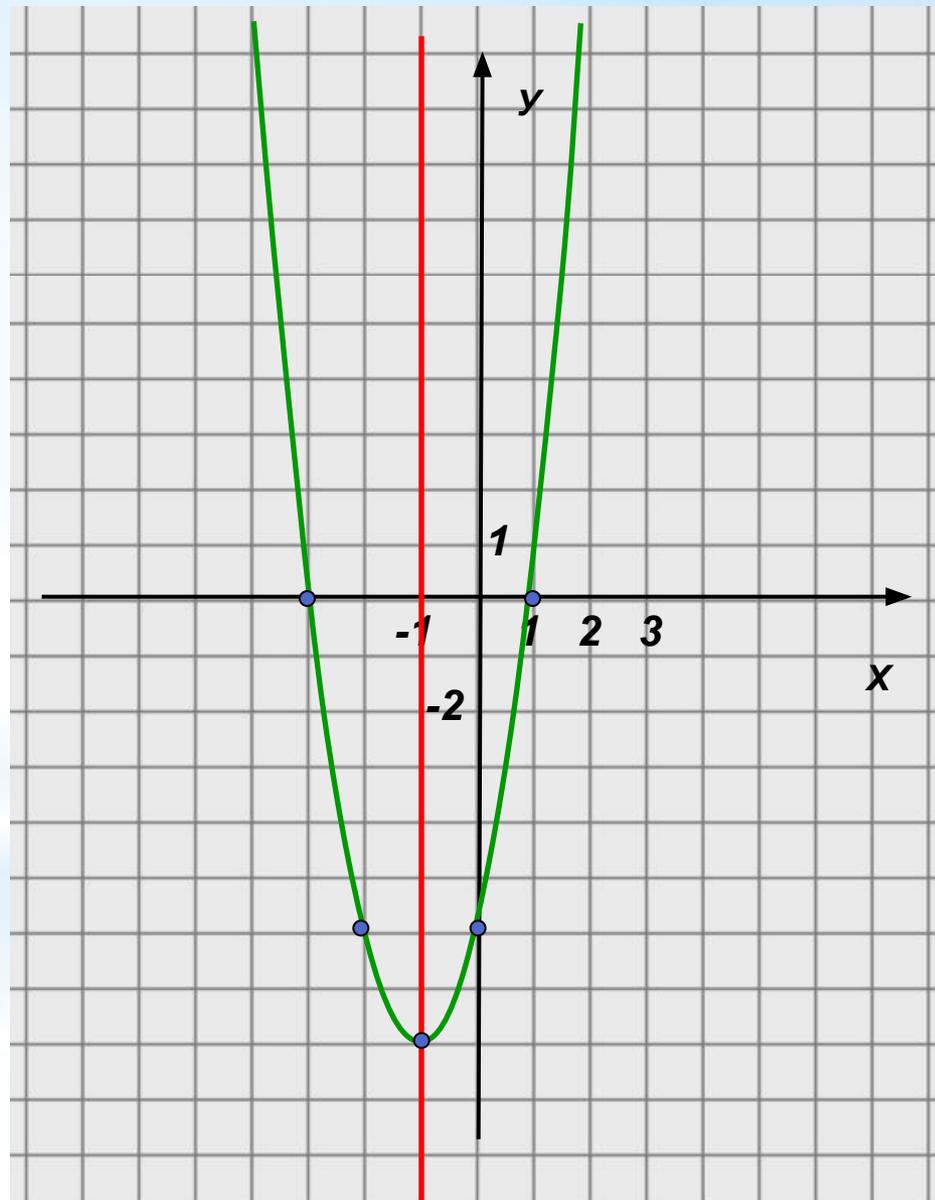
4. $y \downarrow$, если $x \in (-\infty; -1]$

$y \uparrow$, если $x \in [-1; +\infty)$

5. $y_{\text{наим}} = -8$, если $x = -1$

$y_{\text{наиб}}$ — не существует.

6. $E(y): [-8; +\infty)$



Задание

1. Построить график функции и описать ее свойства $y=2x^2+4x-1$

2. Построить график функции и описать ее свойства $y=-7x^2-x+3$