Оптимизация параметров нечетких моделей методами роевого интеллекта

И.А. Ходашинский,

профессор

кафедры автоматизации обработки информации

Томского университета систем управления и радиоэлектроники

hodashn@rambler.ru

Краткий обзор

1. Нечеткие системы
2. Алгоритм роящихся частиц
3. Алгоритм пчелиной колонии
4. Алгоритмы муравьиной колонии

- дискретный
- непрерывный
- прямой

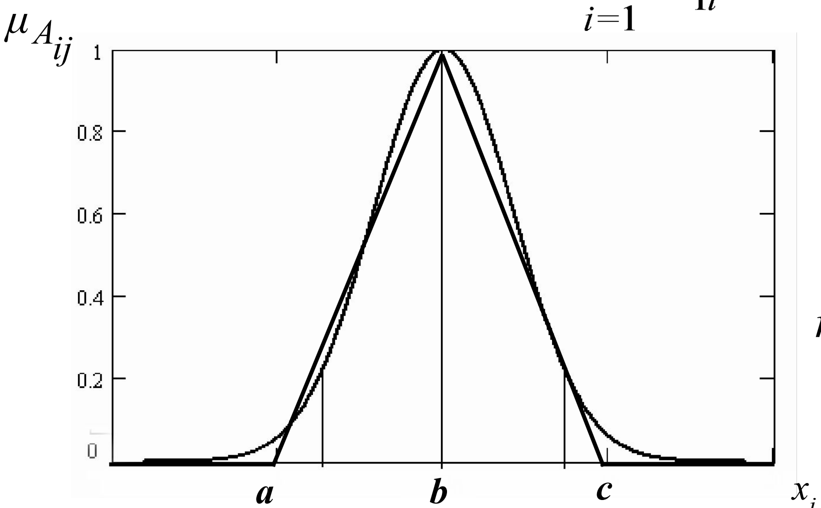
5. Эксперимент

Нечеткие системы

Правило i: **ЕСЛИ** $x_1 = A_{1i}$ ***И*** $x_2 = A_{2i}$ ***И*** … ***И*** $x_n = A_{ni}$ **ТО** $y = r_i$ **;**

Вывод

$$f(\boldsymbol{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{R} \mu_{A_{1i}}(x_1)\cdot\mu_{A_{2i}}(x_2)\cdot\ldots\cdot\mu_{A_{ni}}(x_n)\cdot r_i}{\sum_{i=1}^{R} \mu_{A_{1i}}(x_1)\cdot\mu_{A_{2i}}(x_2)\cdot\ldots\cdot\mu_{A_{ni}}(x_n)}$$



оптимизируемые параметры

$\boldsymbol{x}$ – входной вектор,

R – число правил,

n – количество входных переменных,

$\mu_{A_{ij}}$ – функция принадлежности.

Процесс оптимизации

Таблица наблюдений

x_{11}	x_{12}	$\dots$	x_{1n}	$F(\mathbf{x}_1)$
x_{21}	x_{22}	$\dots$	x_{2n}	$F(\mathbf{x}_2)$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
x_{N1}	x_{N2}	$\dots$	x_{Nn}	$F(\mathbf{x}_N)$

Критерий – ошибка вывода ε

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} \left| f(\mathbf{x}_i) - F(\mathbf{x}_i) \right|}{N}$$

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(f(\boldsymbol{x}_i) - F(\boldsymbol{x}_i) \right)^2}}{N}$$

$$\max_i \left| f(\mathbf{x}_i) - F(\mathbf{x}_i) \right|$$

Результат оптимизации

Треугольная ФП, два входа, пять термов для одного входа

Ошибка	a_{11}	b_{11}	c_{11}	a_{12}	b_{12}	c_{12}	…	a_{24}	b_{24}	c_{24}	a_{25}	b_{25}	c_{25}	r_1	…	r_{25}

антецедент

консеквент

Гауссова ФП, два входа, пять термов для одного входа

Ошибка	b_{11}	σ_{11}	b_{12}	σ_{12}	…	b_{24}	σ_{24}	b_{25}	σ_{25}	r_1	…	r_{25}

антецедент

консеквент

Рой, колония, стая

Децентрализация и самоорганизация, простые правила взаимодействия

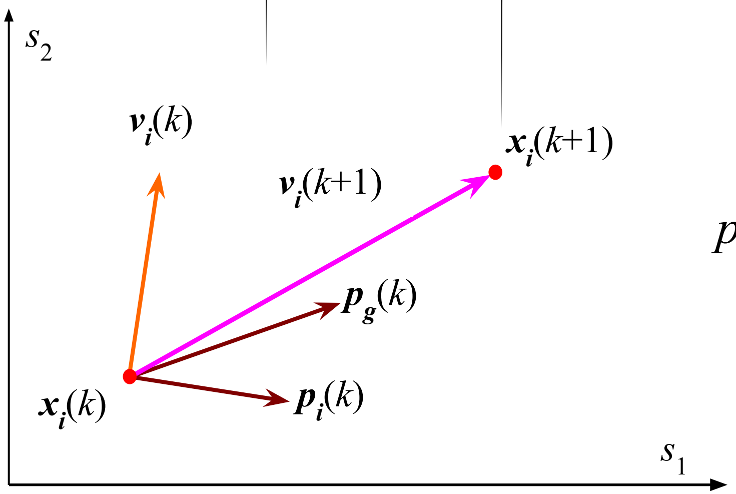
Концепция алгоритма роящихся частиц

- *Координаты* $\boldsymbol{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{in})$ *определяют параметры нечеткой системы.*
- *Каждая частица оценивает свою позицию в пространстве поиска.*
- *Каждая частица помнит свою лучшую позицию.*
- *Каждая частица знает лучшую позицию в рое.*
- *Скорость* $\boldsymbol{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, ..., v_{in})$ динамически корректируется.

Алгоритм роящихся частиц

$$\boldsymbol{x}_i(k+1) = \boldsymbol{x}_i(k) + \boldsymbol{v}_i(k+1)$$

$$\boldsymbol{v}_i(k+1) = \underbrace{w \cdot \boldsymbol{v}_i(k)}_{\text{инерция}} + \underbrace{c_1 \cdot rand \cdot (\boldsymbol{p}_i(k) - \boldsymbol{x}_i(k))}_{\text{память}} + \underbrace{c_2 \cdot Rand \cdot (\boldsymbol{p}_g(k) - \boldsymbol{x}_i(k))}_{\text{сотрудничество}}$$



$p_i(k)$ – лучшая позиция *i*-ой частицы,

$p_g(k)$ – лучшая позиция частицы в рое,

c_1 – когнитивный параметр,

c_2 – социальный параметр

Концепция алгоритма пчелиной колонии

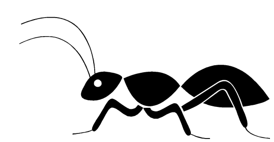
- *Отсутствие иерархии и централизованного управления*
- *Обратная связь*
- *Временная специализация: Разведчики и Фуражиры*
- *Распределение фуражиров в зависимости от полезности ресурса*

Алгоритм пчелиной колонии

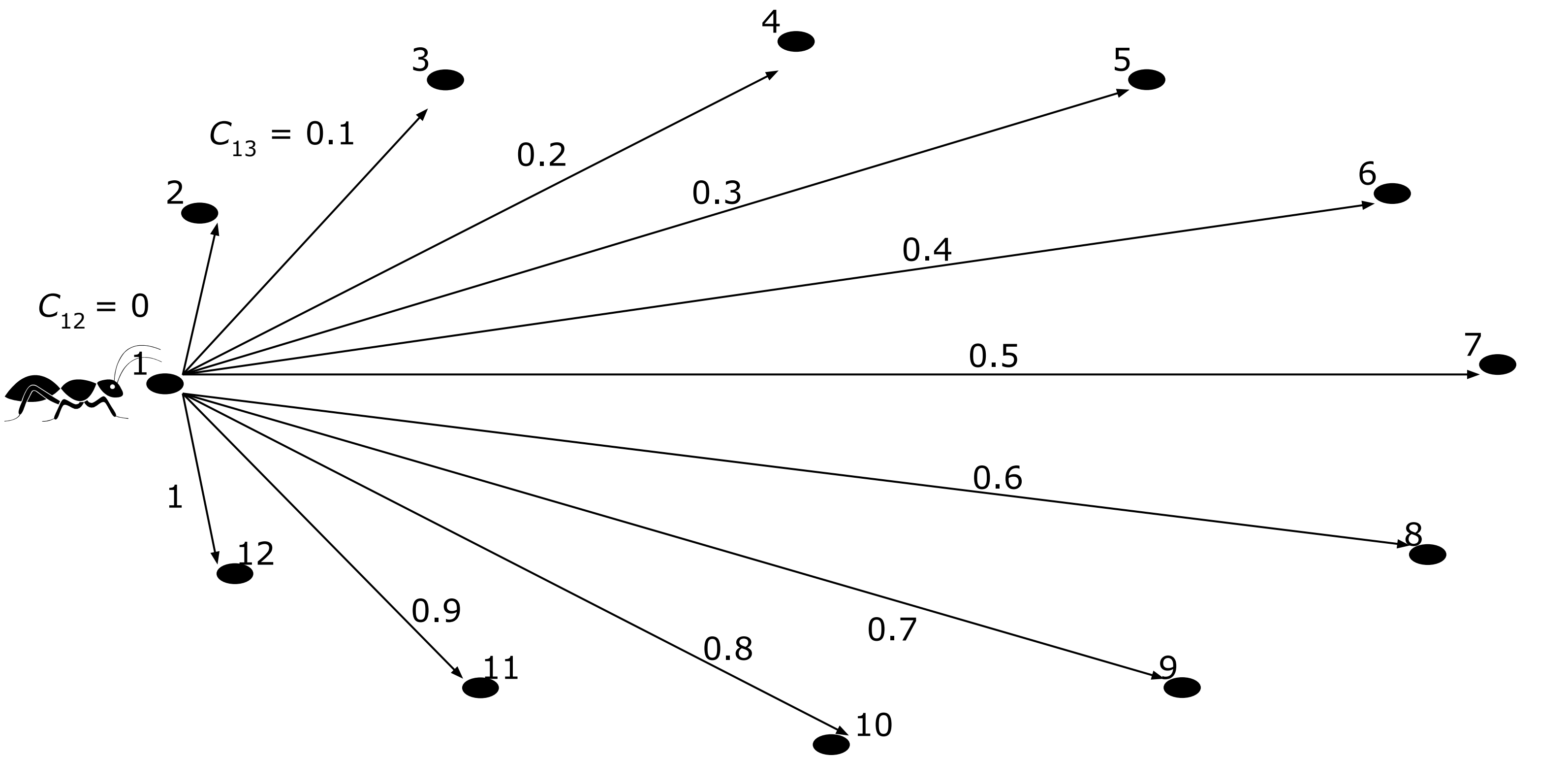
1. *Задание начальных значений.*
2. *Для каждого разведчика формирование случайного решения.*
3. *Определение лучшего решения.*
4. *Формирование массива фуражиров.*
5. *Формирование новых решений на базе фуражиров и лучшего решения.*
6. *Вычисление нормированной ошибки новых и старых решений.*
7. *Формирование массива разведчиков и фуражиров.*
8. *Если выполнено условие останова, то* ВЫХОД*, иначе переход на шаг* 2.

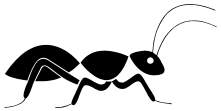
Концепция алгоритма муравьиной колонии

- *Муравьи ищут самые короткие пути к источнику пищи.*
- *Каждый муравей считывает и оставляет следы феромона на своем пути.*
- *Следы феромона испаряются.*
- *Распределение феромонов определяет вероятность выбора в пространстве решений.*



Дискретный АМК





Дискретный АМК

1. Задать начальные параметры алгоритма и нечеткой системы.
2. Задать популяции муравьев в колониях.
3. Для всех муравьев текущей колонии определить дуги, для которых вероятности выбора максимальны.
4. Передать в нечеткую систему значения параметров функций принадлежности, определенных муравьями текущей колонии, и вычислить ошибки. Если параметры, переданные муравьем в нечеткую систему, лучше текущих, то сохранить новые значения параметров.
5. Если имеется следующая колония, то сделать ее текущей и перейти на шаг 3, иначе перейти на шаг 6.
6. Вычислить количество фермента на каждой дуге.
7. Вычислить количество испаренного фермента.
8. Если условие окончание работы алгоритма выполнено, то ВЫХОД, иначе перейти к шагу 2.

Дискретный АМК

$$\Delta\tau_{ij}^{k} = \frac{Q}{L^{k}(t)}$$

количество феромона, наносимого на дуги

$$\tau_{ij}(t+1) = (\sum\nolimits_{k} \Delta\tau_{ij}^{k} + \tau_{ij}(t)) \cdot \rho$$

увеличение количества феромона

$$\tau_{ij}(t+1) = \tau_{ij}(t) \cdot (1-\rho)$$

испарение феромона

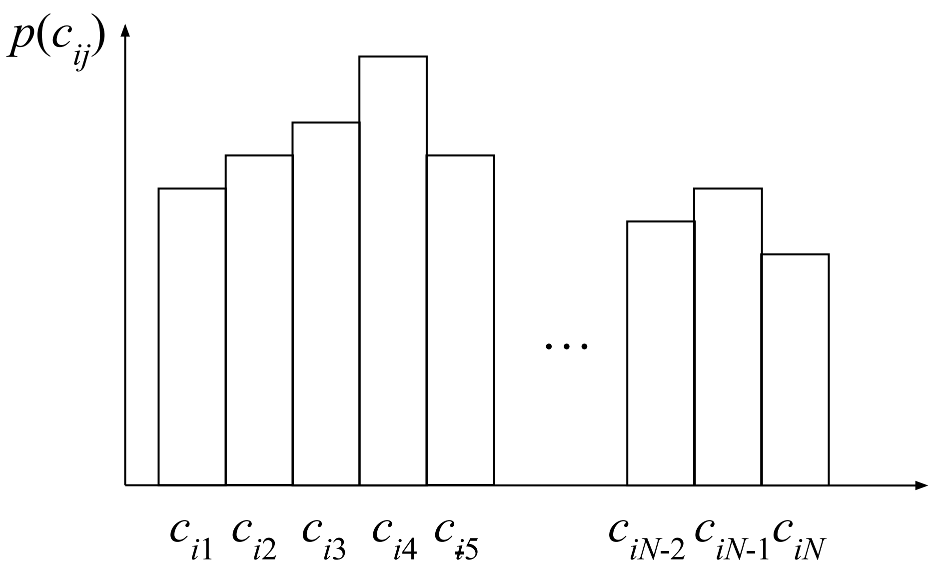
где Q – количество феромона у муравья,

$L^{k}(t)$ – значение ошибки,

$\Delta\tau^{k}_{ij}$ – количество нанесенного феромона,

$\rho\ \mathrm{O}\ [0;1]$ – коэффициент снижения интенсивности феромона.

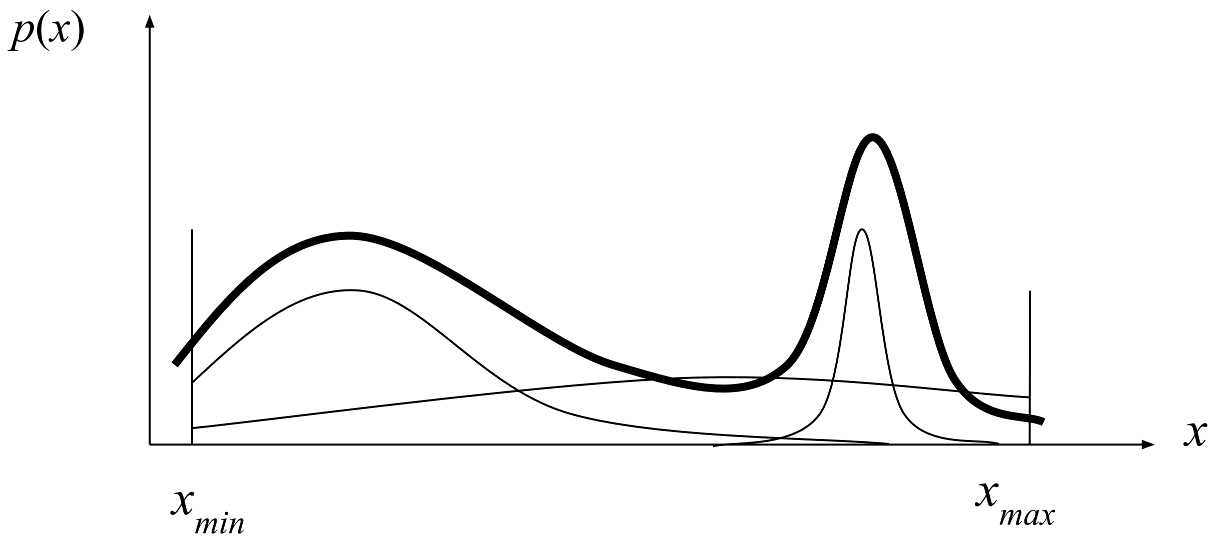
Дискретный АМК



$$p(c_{ij}) = \frac{\tau(i,j)^{\alpha}}{\sum \tau(i,j)^{\alpha}}$$

где c_{ij} – это вес дуги ($i;j$) или нормированное значение параметра,
N – количество вершин,
α – эмпирический коэффициент, определяющий значимость фермента,
$\tau(i,j)$ – интенсивность фермента на дуге ($i;j$).

Непрерывный АМК



$$G^i(x) = \sum_{l=1}^{k} \omega_l \frac{1}{\sigma_l^i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_l^i)^2}{2\sigma_l^{i\,2}}}$$

где $G^i(x)$ – Гауссово ядро номер i,
ω_l – вес l-й функции Гаусса

Непрерывный АМК

Архив решений

s^1_1	s^2_1	…	s^m_1		ε_1	ω_1
s^1_2	s^2_2	…	s^m_2		ε_2	ω_2
…	…	…	…		…	…
s^1_k	s^2_k	…	s^m_k		ε_k	ω_k

s^i - *параметр функции принадлежности*

Непрерывный АМК

$$\omega_l = \frac{1}{qk\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(l-1)^2}{2q^2k^2}}$$

вес l-го решения

$$p_l = \frac{\omega_l}{\sum_{r=1}^{k} \omega_r}$$

вероятность выбора l-й функции Гаусса

$$m_l^i = s_l^i$$

математическое ожидание функции Гаусса

$$\sigma_l^i = \xi \sum_{e=1}^{k} \frac{\left| s_e^i - s_l^i \right|}{k-1}$$

среднеквадратическое отклонение функции Гаусса

где q – коэффициент сходимости алгоритма,
ξ – коэффициент скорости испарения фермента.

Прямой АМК

$$\sigma_i = \frac{b_i - a_i}{2}$$ начальное значения параметра **σ**

$$\boldsymbol{\mu}(t) = (1-\rho)\,\boldsymbol{\mu}(t-1)$$
$$\boldsymbol{\sigma}(t) = (1-\rho)\,\boldsymbol{\sigma}(t-1)$$
увеличение количества фермента

$$\boldsymbol{\mu}(t) = \boldsymbol{\mu}(t) + \rho\boldsymbol{\theta}(t)$$
$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \boldsymbol{\sigma}(t) + \rho|\boldsymbol{\theta}(t) - \boldsymbol{\mu}(t)|$$
испарение фермента

$$d_j = \sigma_j \,\mathrm{rand}$$ значение интервала локального поиска

$$cf = \frac{\sum_{j=1}^{N} \frac{2\sigma_j}{b_j - a_j}}{N}$$ параметр конвергенции

где **μ, σ** – параметры нормального распределения

ρ – эмпирический коэффициент испарения фермента

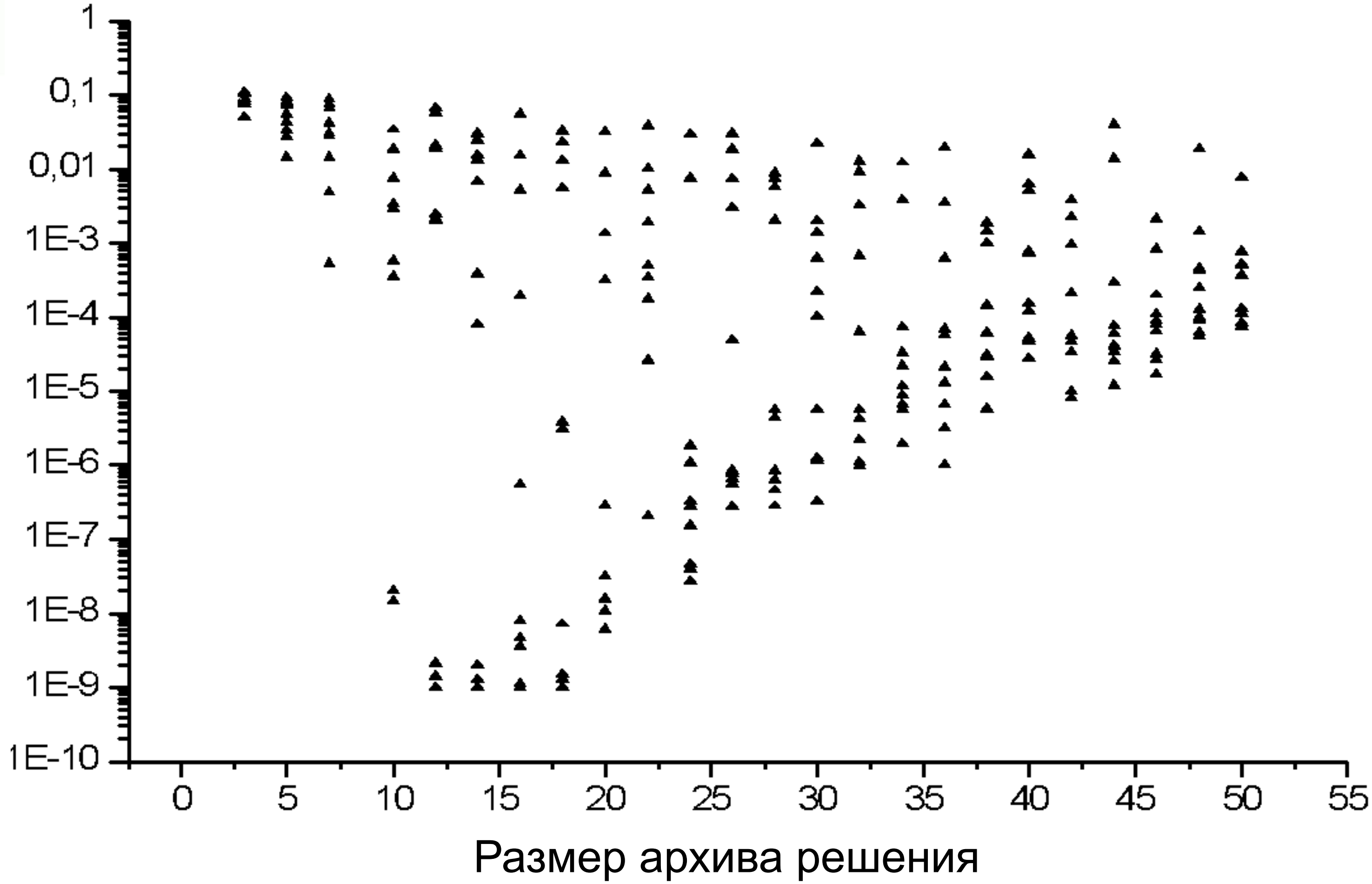
rand – равномерно распределенное число в интервале [0,1]

Параметры АМК по умолчанию

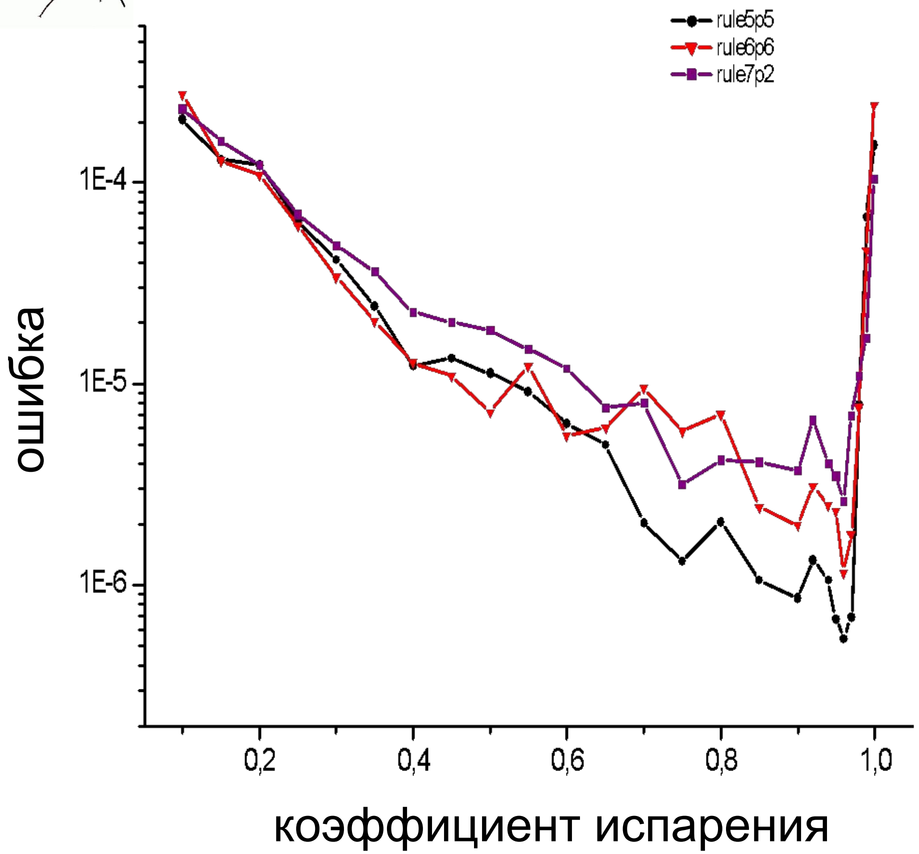
$$F(x_1, x_2) = x_1 \sin(x_2)$$

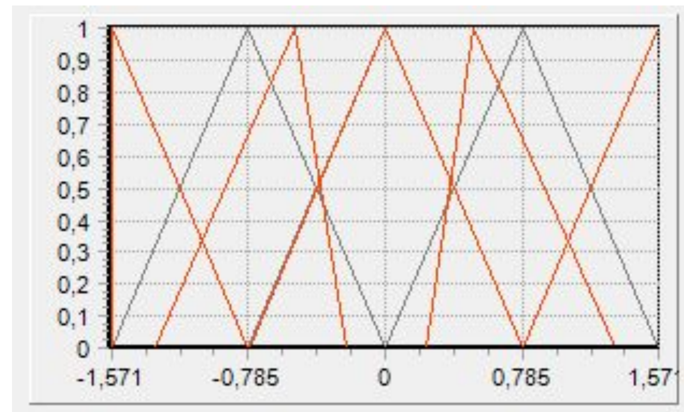
Непрерывный	Количество итераций	50
	Количество муравьев	10
	Размер архива решений *k*	10
	Коэффициент сходимости алгоритма *q*	0,1
	Коэффициент скорости испарения ξ	1
Дискретный	Коэффициент испарения ρ	0,4
	Количество муравьев	20
	α	1
	Количество фермента - Q	0,1
	Начальное количество феромона	10
Прямой	Коэффициент испарения ρ	0,95
	Шаг дискретизации	15

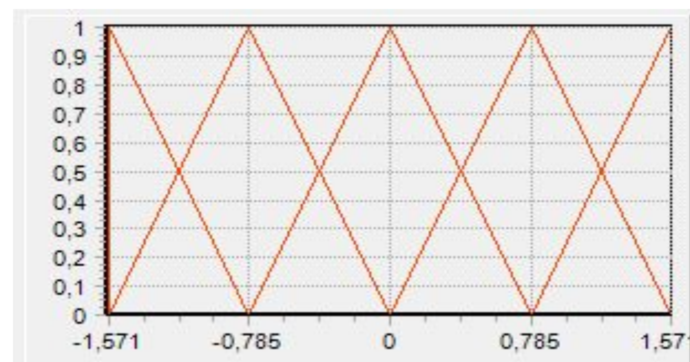
Исследование размера архива решений



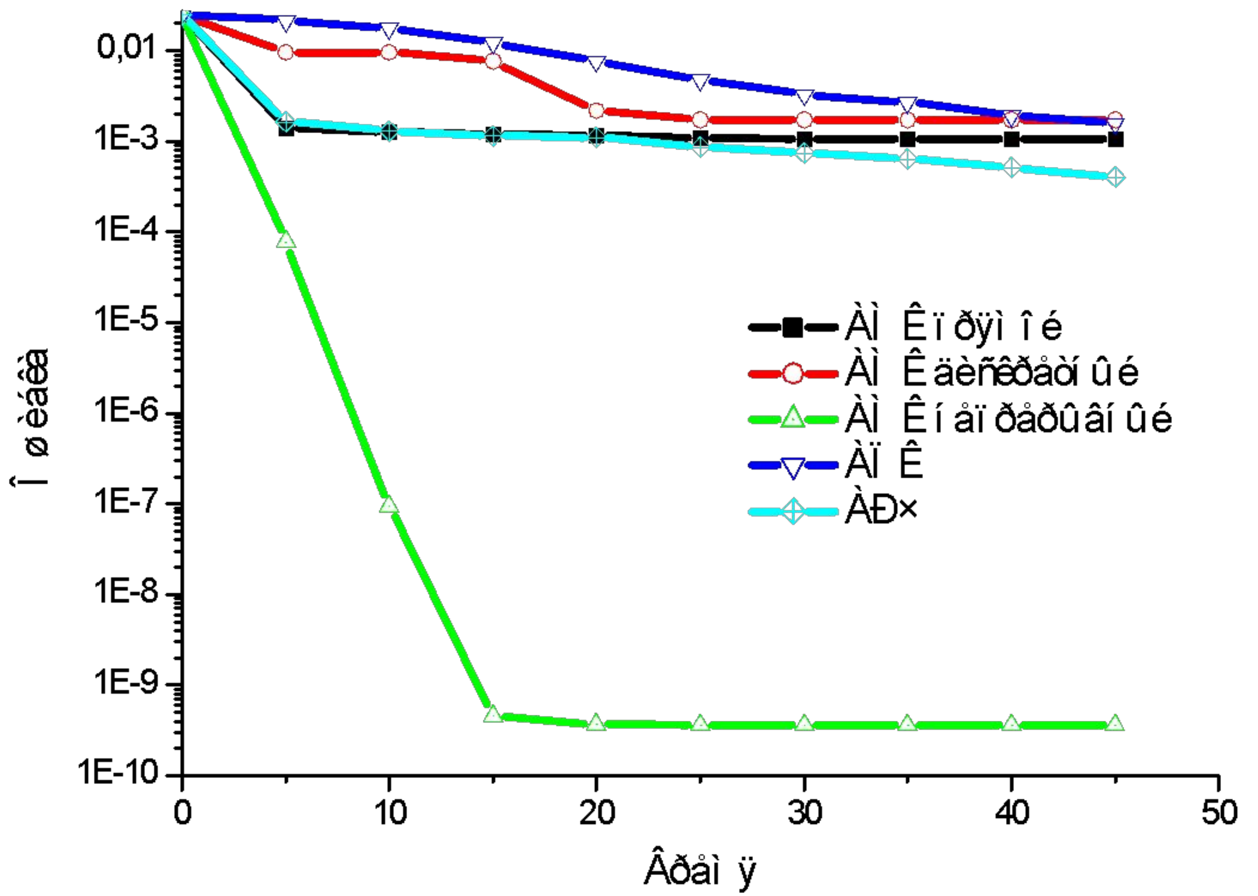
Исследование коэффициента испарения







Сравнительная динамика изменения ошибки



СПАСИБО

hodashn@rambler.ru