

# Физика горных пород

Лекция 5 – Механические свойства горных пород.

Теории прочности

Лектор: Шульгин Павел Николаевич

<http://do.dstu.education>

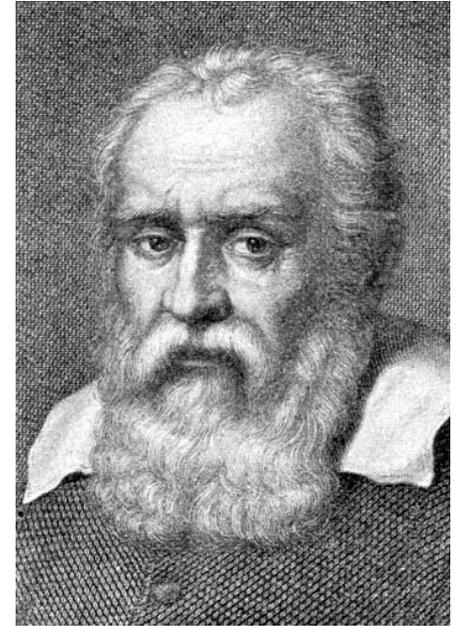
<http://sggs-donstu.ucoz.ru/>

Существует несколько теорий  
прочности.

В основе каждой теории лежит  
свой критерий прочности

# Теория нормальных напряжений

Согласно теории, предложенной Галилеем, разрушение материала наступает тогда, когда наибольшее нормальное напряжение достигнет некоторого предельного значения, (предела прочности либо одноосному сжатию, либо одноосному растяжению).



$$\sigma_{\max} = \sigma_0$$

- Однако экспериментальные данные плохо согласуются с этой теорией, так как она не учитывает касательных напряжений.
- Если в образце развиваются и **касательные напряжения**, то образец разрушается раньше, чем нормальные напряжения достигнут максимальной величины.

# Теория максимальных деформаций

В 17 веке Сен-Венаном была сформулирована теория прочности, согласно которой, разрушение материала произойдет тогда, когда наибольшие **относительные деформации** станут равными некоторому предельному значению  $\epsilon_0$ .

$$\epsilon_{\max} = \epsilon_0$$



- Эта теория также не учитывает роли **касательных напряжений** в процессах разрушения материала, и поэтому в ряде случаев она не согласовывалась с данными экспериментов.
- Она более подходит при описании **хрупкого** разрушения породы

# Теория максимальных касательных напряжений

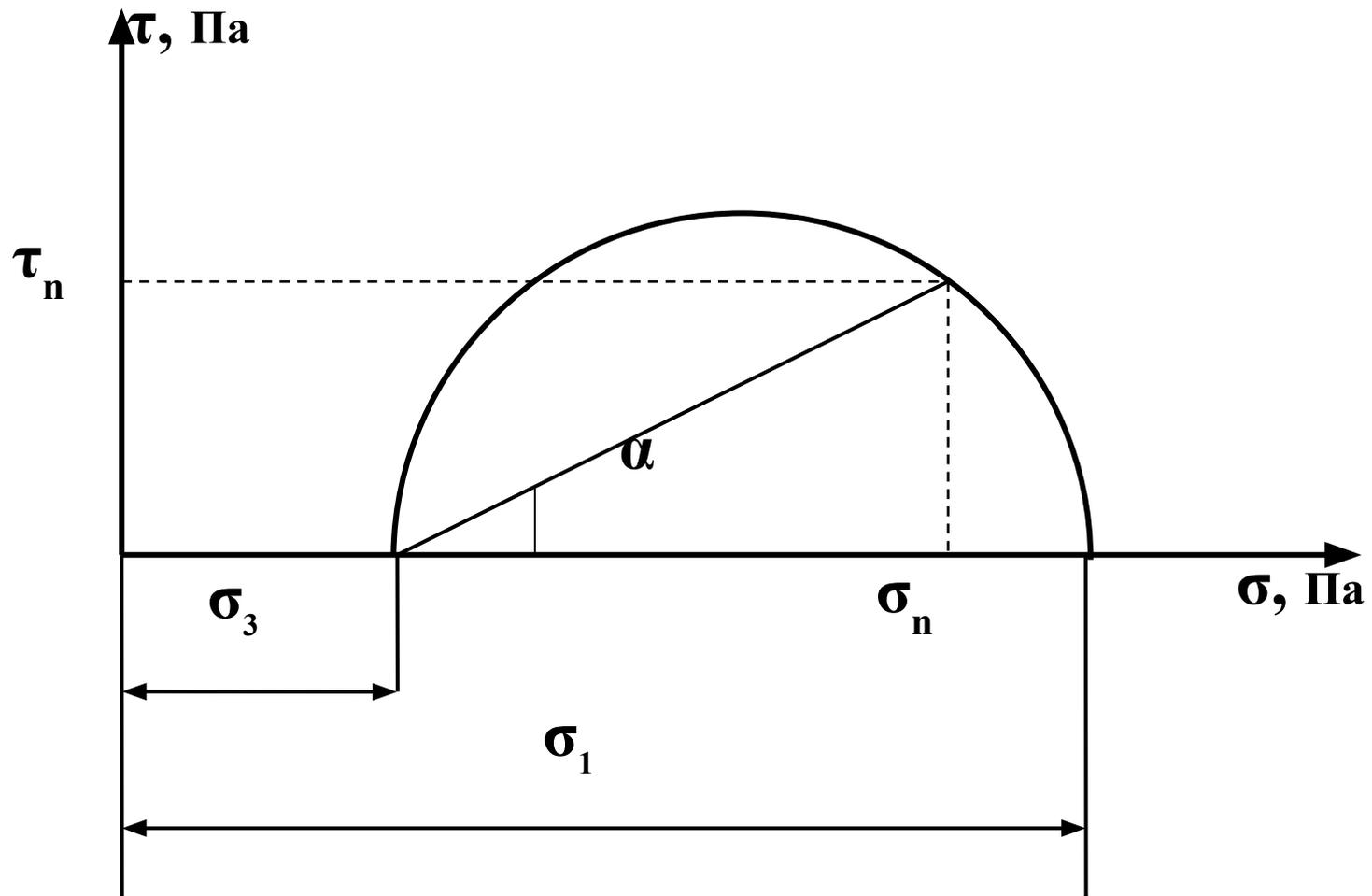
создана Кулоном.

в качестве критерия разрушаемости материала он принял максимальные касательные напряжения:

$$\tau_{\max} = \tau_0$$



Шарль Огюстен де Кулон



- Так как максимальные касательные напряжений при сложном напряженном состоянии равны:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

- то условие разрушения по этой теории будет следующим:

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = 2 \cdot \tau_0$$

- Эта теория прочности **согласуется** с экспериментальными данными для материалов, разрушение которых происходит **в зоне пластического течения.**

- Ни одна из указанных теорий не учитывает комплексного влияния всех видов напряжений на процесс разрушения.
- **Максвелл** предложил теорию прочности, в основу которой положил **величину работы по изменению формы образца при его деформировании без изменения объема.**
- Была разработана **энергетическая теория прочности.**
- Условие разрушения в ней выражается через нормальные напряжения:

$$\sigma_0 = \frac{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}}{2}$$

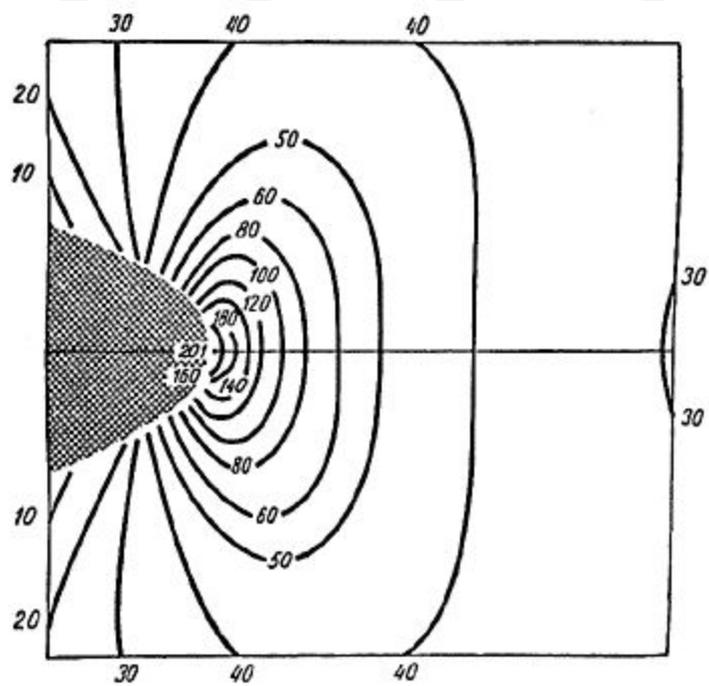
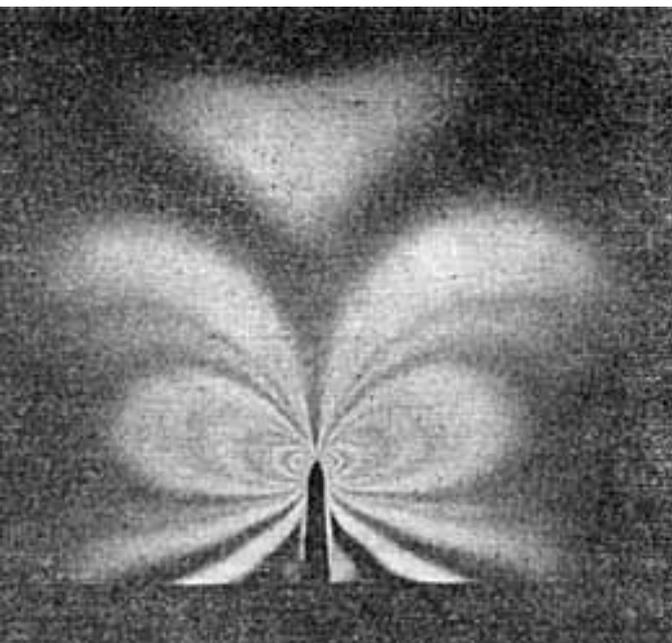
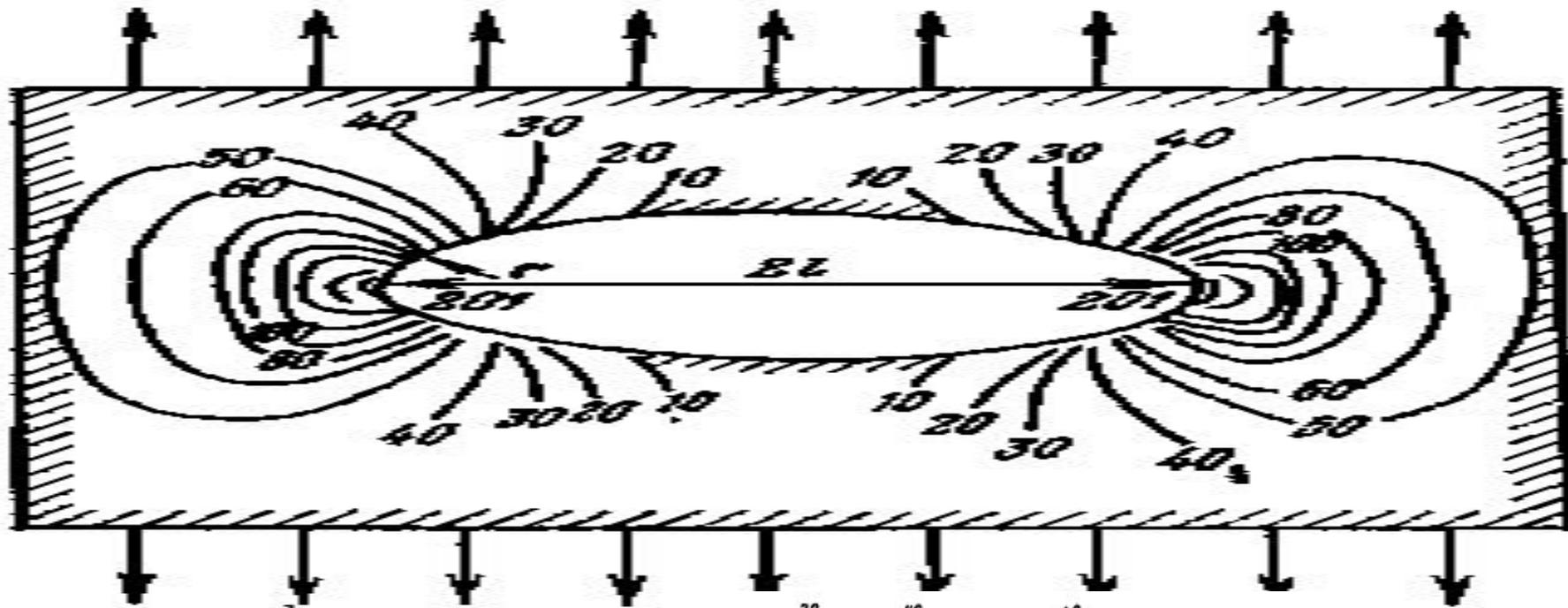
- где  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  - напряжения по соответствующим осям координат, причем

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3.$$

- Эта теория более приемлема при хрупком разрушении материала.

# Теория хрупкого разрушения А. Гриффитса

- По этой теории решающее значение для начала разрушения имеют **критические трещины** в объеме твердого тела.
- Так как, в любом куске породы существует некоторое количество микроскопических дефектов - *мелкие трещины, поры, неоднородности, плоскости ослабления*, то картину хрупкого разрушения породы по **теории Гриффитса** можно представить так:



- При нагрузке на породу, в углах трещин и других неоднородностях создаются **микромконцентрации напряжений**.
- В момент, когда напряжение превысит предел прочности в данной точке, происходит **разрушение** связей и микросдвиг.
- Напряжение мгновенно **снижается** и перераспределяется на другие точки, в которых в свою очередь, возникают **микросдвиги**.
- Лавинообразное нарастание этого процесса приводит **к развитию трещин и разрушению породы**.

# Кинетическая (термофлуктуационная) теория разрушения твердых тел

- разработана академиком **С. Н. Журковым**. Она основана на том, что разрушение **не является** каким-то критическим состоянием тела. В твердых телах непрерывно идет **процесс накопления повреждений** (старение), который приводит к разрушению.
- Приложенная к телу нагрузка уменьшает время существования тела в не разрушенном состоянии.

- По этой теории долговечность материала  $t$ , при постоянной нагрузке  $\sigma = \text{const}$ , зависит от:

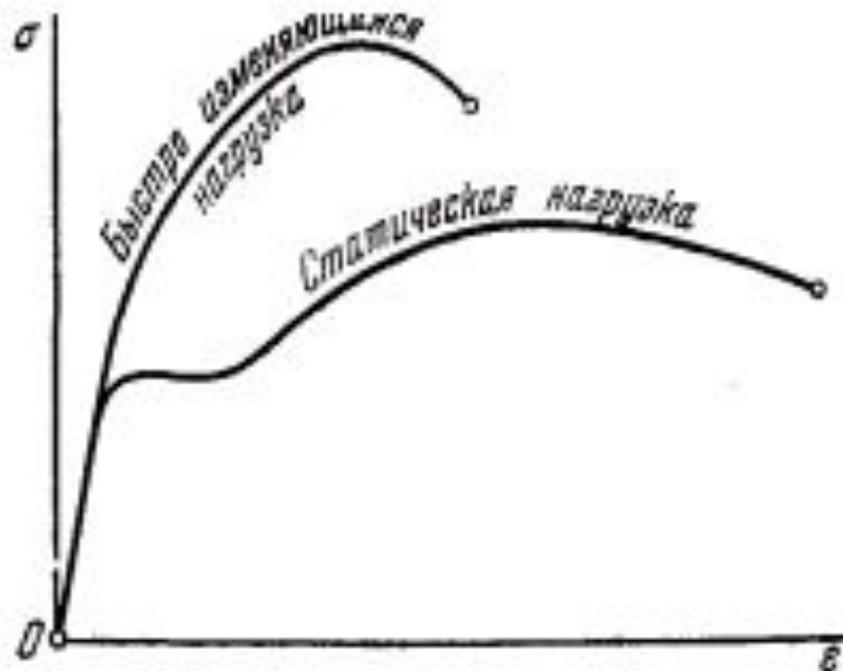
$$t = t_0 e^{((U - V \sigma)/k T)}$$

$T$  - температуры тела;

постоянных материала:

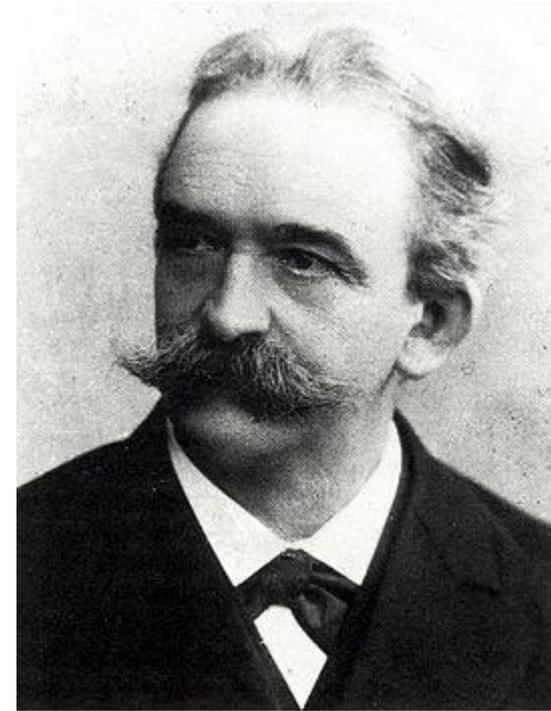
- $t_0 = 10^{13}$  сек ;
- $U$  - энергия активации разрушения в исходном (ненагруженном) состоянии;
- $V$  - активационный объем;
- $k$  - постоянная Больцмана;
- $\sigma$  - напряжения.

- Эксперименты, проведенные на породах, подтвердили снижение прочности с увеличением времени воздействия нагрузки.



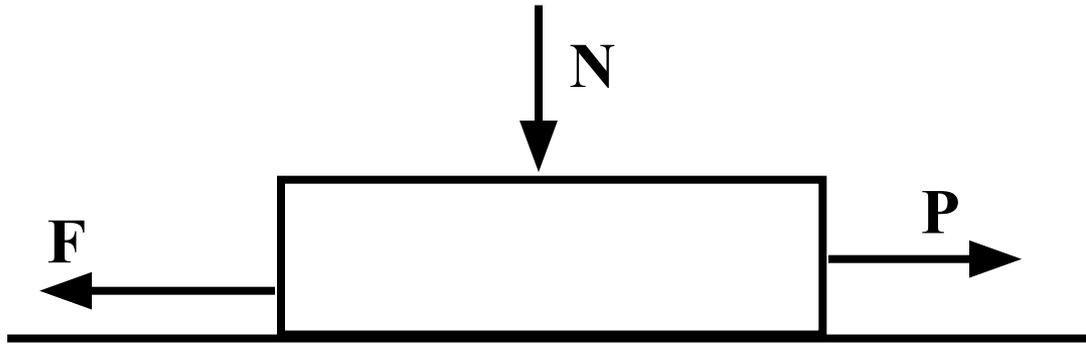
# Теория прочности Мора

- нашла широкое применение в горном деле.
- Она основана на зависимости между касательными и нормальными напряжениями в каждой точке тела, находящегося в сложно-напряженном состоянии.



Кристиан Отто Мор

- Суть теории прочности Мора (немецкий механик и математик Отто Мор) состоит в применении закона сухого трения Кулона (французский военный инженер) для твердых тел.
- По этому закону, сдвиг по некоторой плоскости, на которой нет сцепления, происходит тогда, когда сила преодолевает предельное значение силы трения :

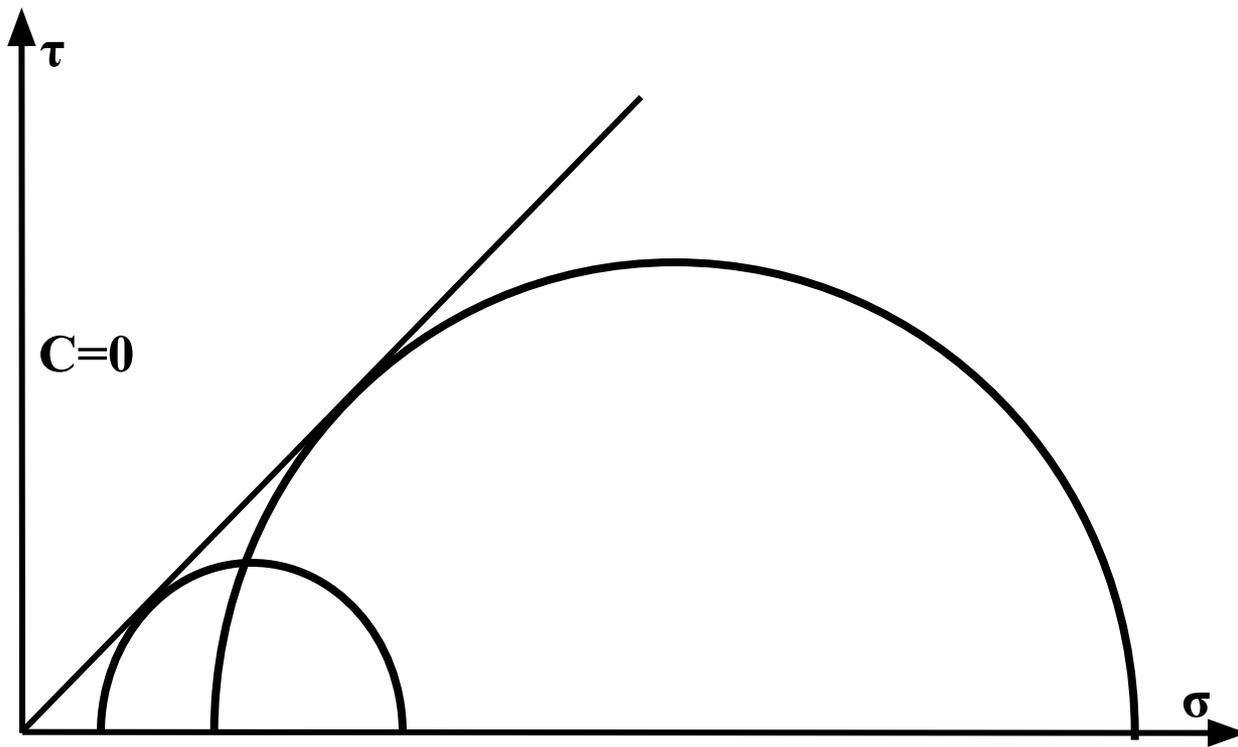


$$P \geq F = f \cdot N$$

- где  $N$  - нормальная сила на площадке трения,  $N$ ;
- $f$  - коэффициент сухого трения,  $f = \operatorname{tg} \varphi$ ;
- $\varphi$  – угол сухого трения между контактирующими поверхностями.

- Если разделить полученное уравнение на площадь контакта  $A$ , где есть сухое трение, получим тот же закон в напряжениях:

$$\tau_{nt} = \frac{P}{A} \geq \frac{F}{A} = \frac{fN}{A} = f \sigma_n$$



**песок – частицы породы не связаны между собой**

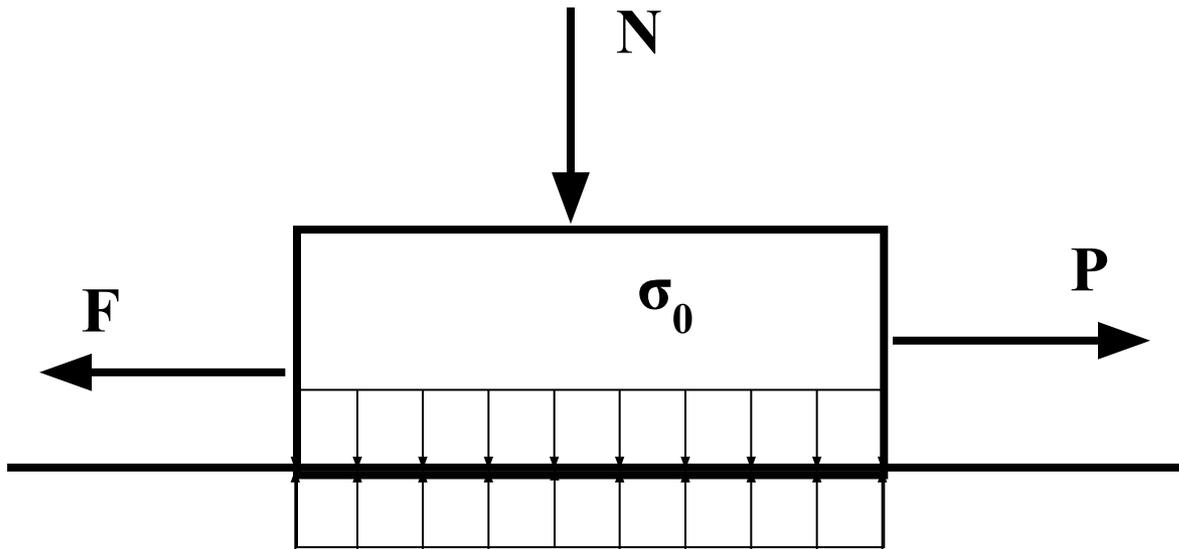
- это дает уравнение паспорта прочности идеально сыпучего материала (типа песка) без сцепления.

$$f = \operatorname{tg} \varphi = \frac{d \tau_{nt}}{d \sigma_n} = \frac{\tau_{nt}}{\sigma_n} = \text{Const}$$

- В реальной твердой породе, всегда есть сцепление между частицами, которое равно всестороннему внутреннему сжатию материала напряжением

- Назовем его –

**когезия** разрыва и обозначим –  $\sigma_0$

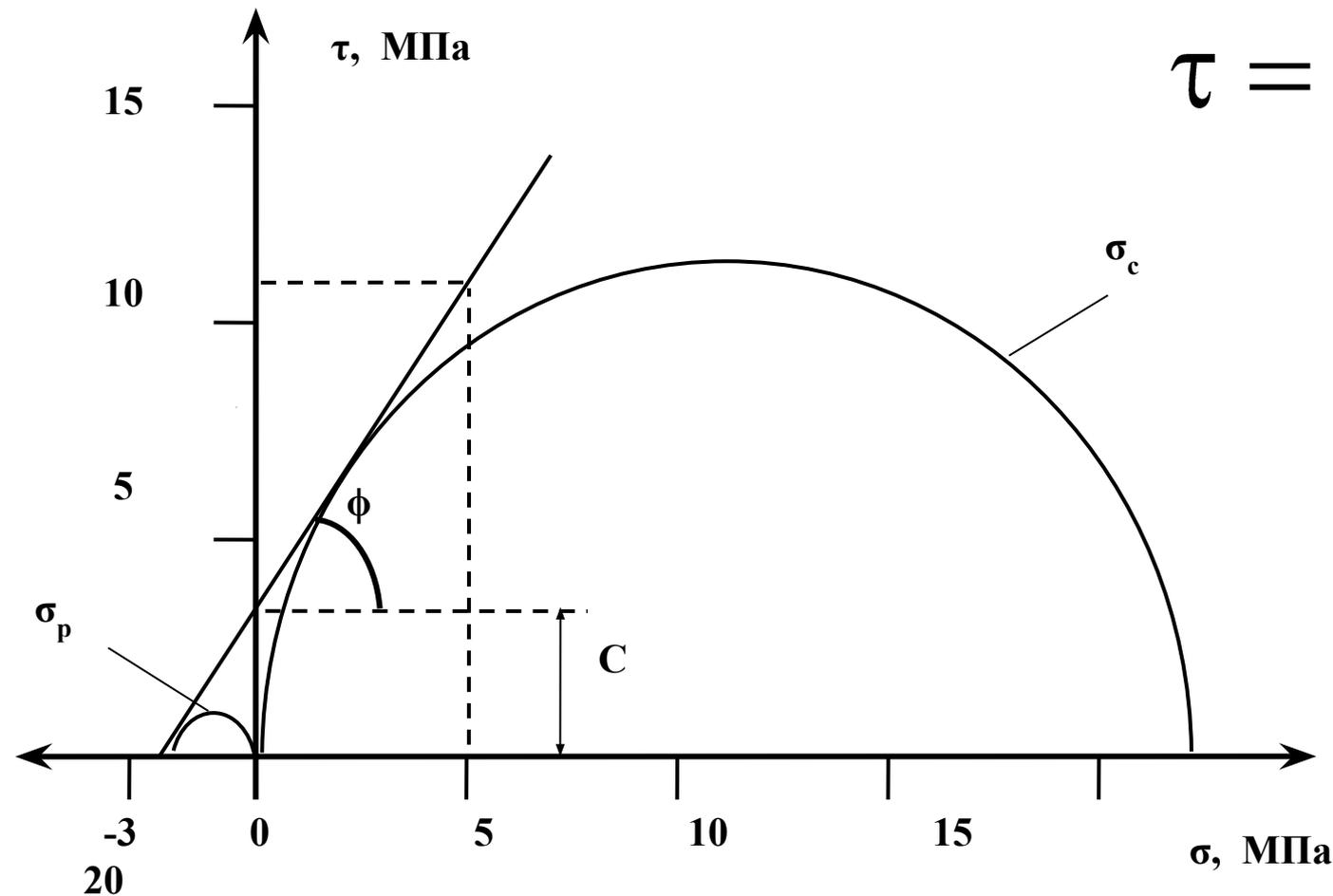


$$\tau_{nt} = f \cdot (\sigma_n + \sigma_0) = f \cdot \sigma_n + \tau_0$$

- Материал с когезией следует рассматривать как тело, в котором соседние частицы прижаты (сцеплены, притянуты) друг к другу напряжением.
- Поэтому когезию называют **удельной силой сцепления** или пределом прочности материала на всестороннее растяжение.

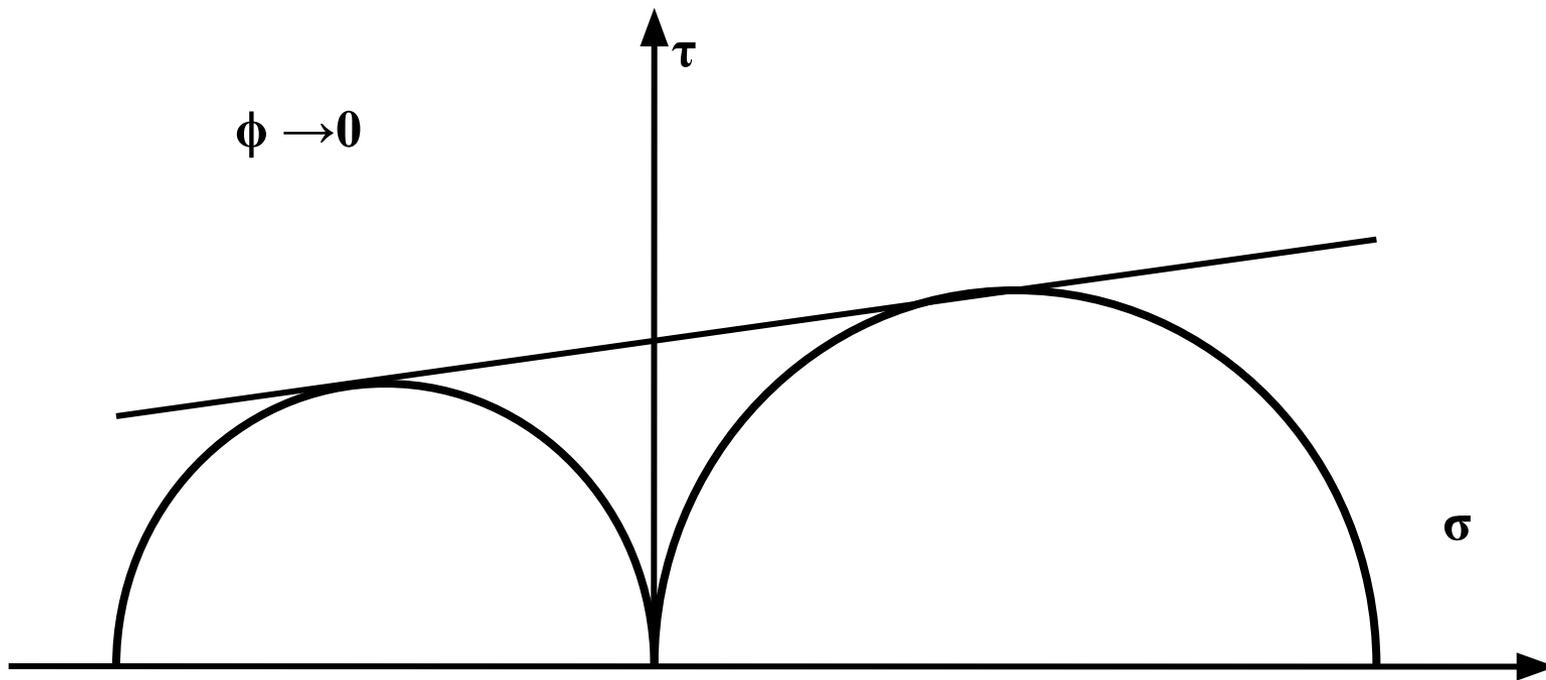
- Если горная порода подвергается одноосному сжатию или растяжению, то для этих случаев можно построить круги напряжений. Поскольку они будут максимальные для данного напряженного состояния, их называют **предельными**.

- Проведя огибающую этих кругов, получают кривую, характеризующую **предельное напряженное состояние** горной породы в момент ее разрушения. Ее называли **паспортом** **прочности горных пород**.



$$\tau = C + \operatorname{tg}\varphi$$

- Геометрически когезия – это отрезок, отсекаемый паспортом прочности на оси касательных напряжений диаграммы О. Мора

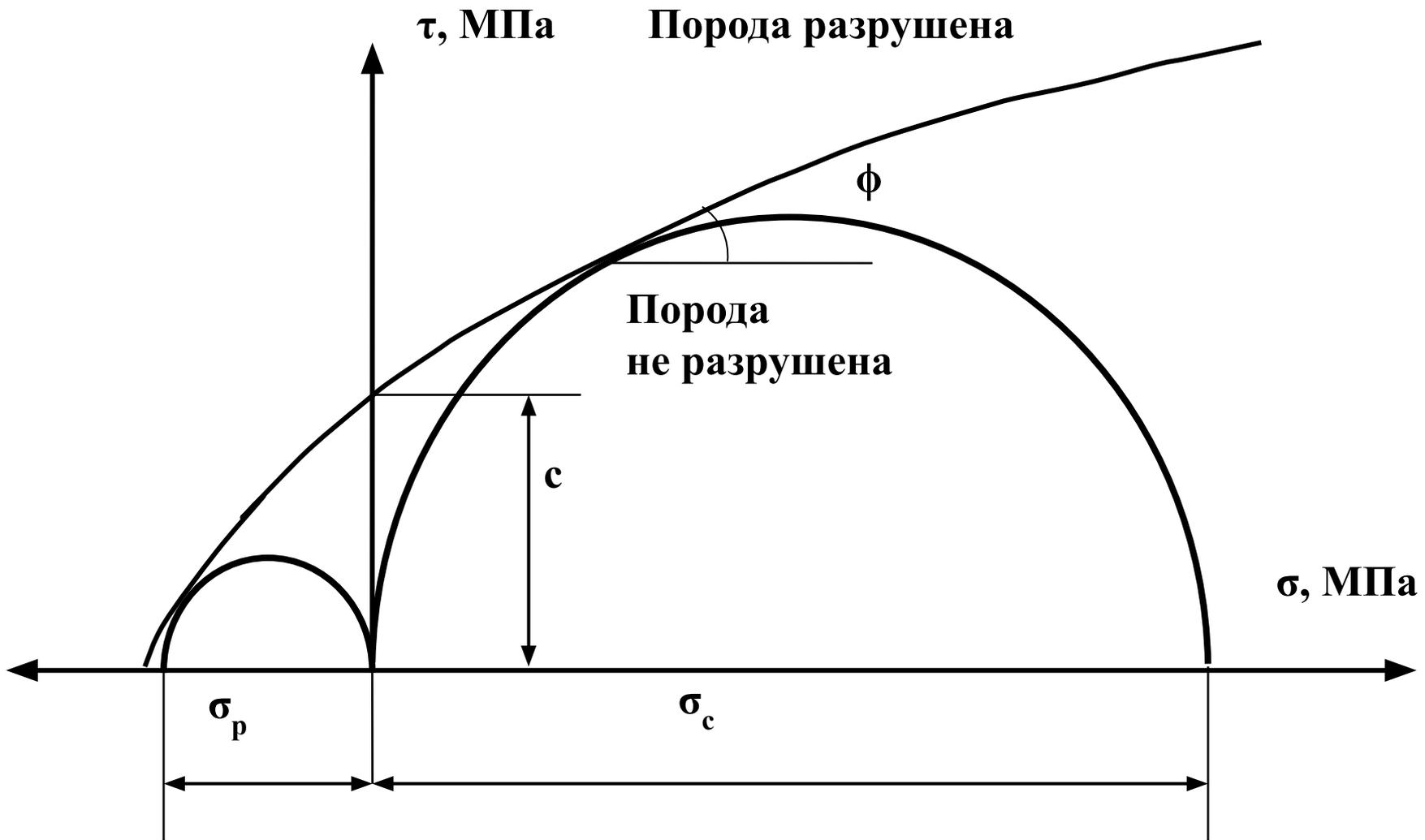


глинистые породы

- Согласно теории Мора, разрушение наступает тогда, когда-либо касательные напряжения превысят величину, ограниченную огибающей, либо нормальные растягивающие напряжения превысят определенный предел при касательных напряжениях равных нулю.

Паспорт прочности может быть представлен аналитически в виде параболы:

$$\tau = \sqrt{(\sigma_p + \sigma) \cdot [2 \cdot \sigma_p - 2 \cdot \sqrt{\sigma_p \cdot (\sigma_p + \sigma_c)} + \sigma_c]}$$



где  $\phi$  - угол наклона прямолинейного отрезка огибающей к оси абсцисс носит название угла внутреннего трения породы;

- $\text{tg}\phi$  - коэффициент внутреннего трения;

**C** - предельное касательное напряжение в породе при отсутствии нормальных напряжений. Показатель **C** называется **сцеплением горной породы** численно равный пределу прочности породы на срез при отсутствии нормальных напряжений.

Приняв за паспорт прочности параболу и зная пределы прочности пород на **сжатие** и **растяжение** можно вычислить  $\phi$  и  $C$ , по формулам:

$$B = \sqrt{\frac{\sigma_c}{\sigma_p} + 1} - 1 \qquad C = B \cdot \sigma_p$$

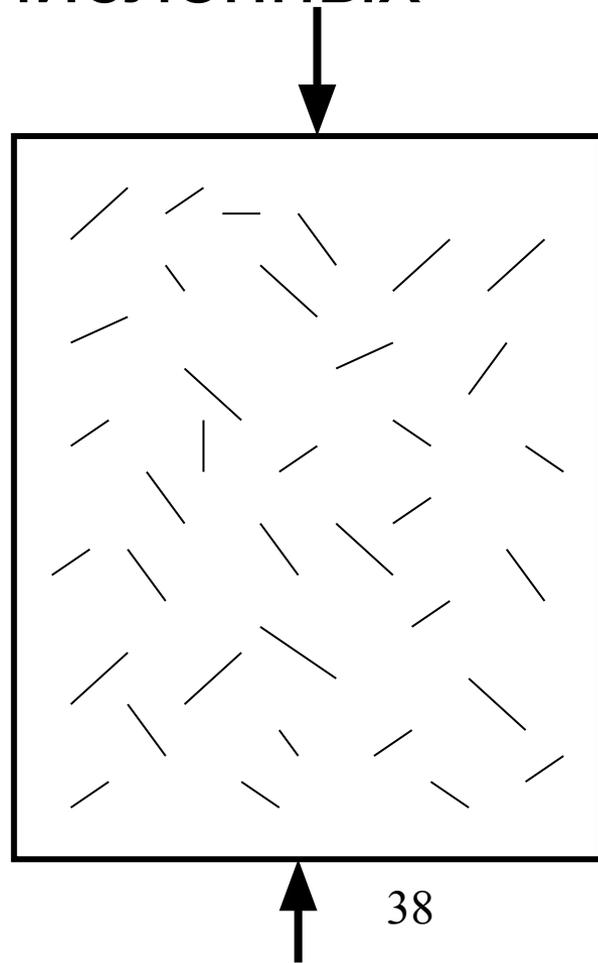
$$\phi = 2 \cdot \left[ \operatorname{arctg} \frac{B + 2}{2} - 45 \right]$$

# Новая теория прочности ДонГТУ

- Автор новой теории прочности  
профессор, заведующий кафедрой  
Строительной геотехнологии  
Литвинский Гарри Григорьевич

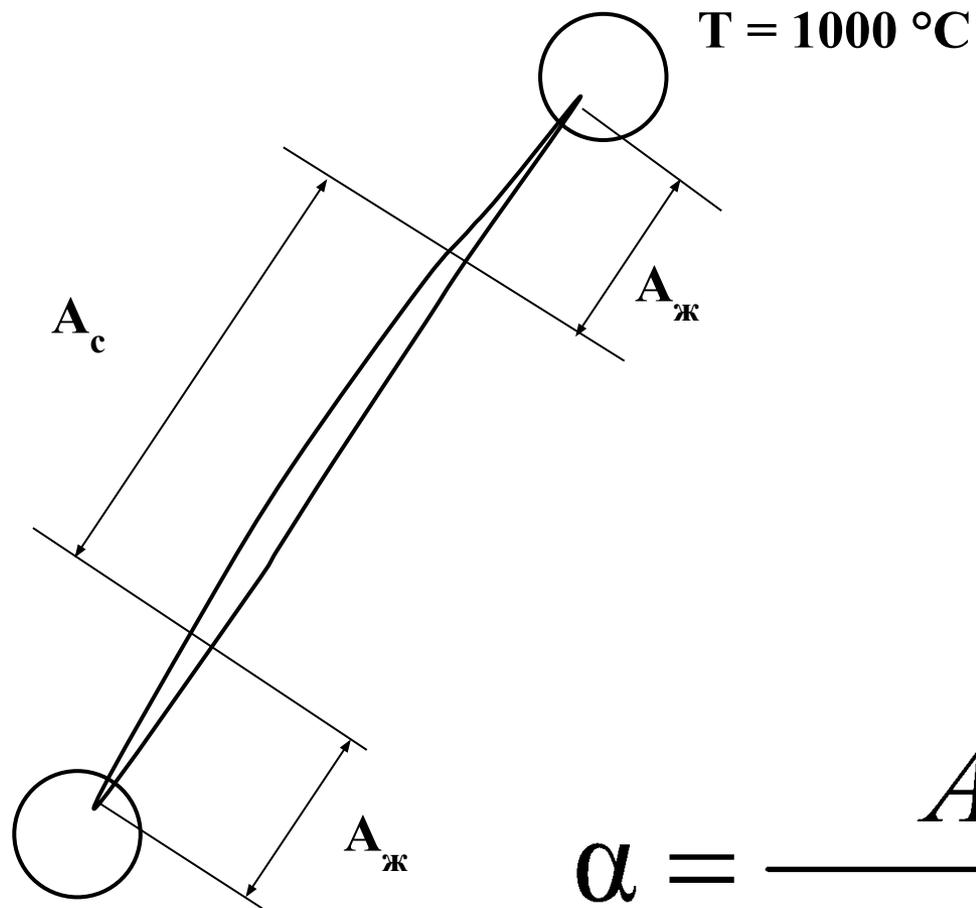
- На основании теорий Гриффитса и Журкова можно представить, что разрушение происходит путем образования многочисленных

- В совокупности эти сдвиги и разрывы породы, возникающие в материале при воздействии температуры и напряжений, образуют многочисленные рассеянные по всему объему **дефекты**.



- Однако, в отличие от представлений о сухом трении **Кулона**, положенном в основу теории прочности **О. Мора**, Литвинский предположил, что на площадке сдвига реализуется одновременно два механизма трения - **сухое и жидкостное**.

- Это подтверждается экспериментальными данными физики деформирования и разрушения материалов.
- В частности, в устье растущей трещины местная температура превышает температуру плавления материала и там, очевидно, возникает жидкостное трение.



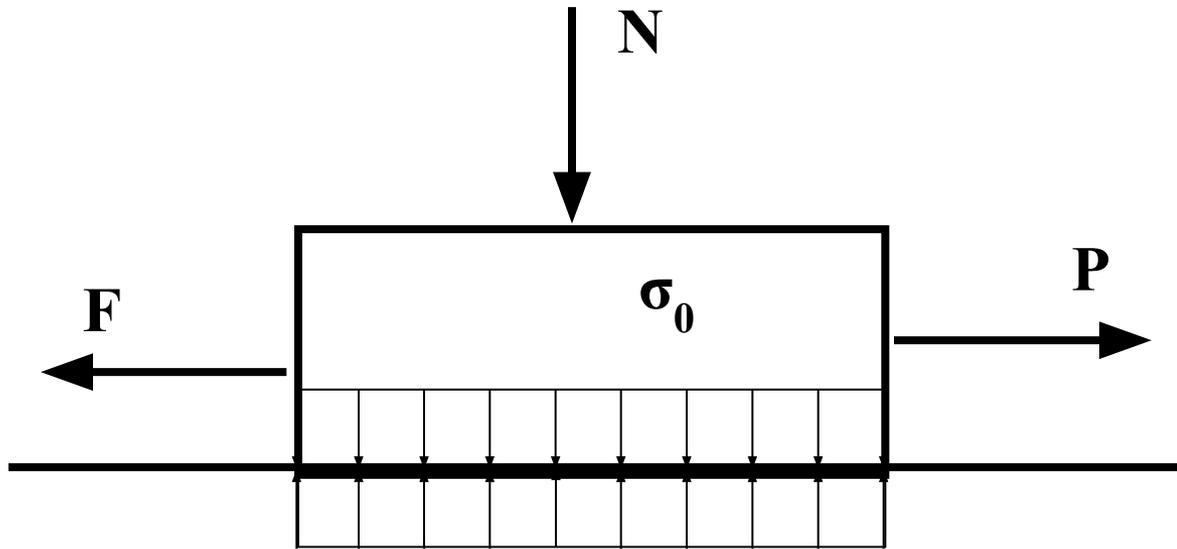
$$\alpha = \frac{A_c}{A_c + A_w} = \frac{A_c}{A} \leq 1$$

- Удобно выразить долю сухого трения на сдвиговых площадках параметром  $\alpha$ , который называли коэффициент хрупкости

$$- (0 \leq \alpha \leq 1)$$

- Если  $\alpha=0$ , то сухое трение отсутствует и материал идеально пластичен.
- Если  $\alpha = 1$  – материал представляет собой идеально хрупкое тело.

- В теории О.Мора при наличии когезии разрыва коэффициент внутреннего трения постоянен (const) и его можно представить в следующем виде:



$$\tau_{nt} = f \cdot (\sigma_n + \sigma_0)$$

$$f = \operatorname{tg} \varphi = \frac{d\tau_{nt}}{d\sigma_n} = \frac{\tau_{nt}}{\sigma_n + \sigma_0} = \text{Const}$$

- В данной теории будем исходить из более сложного, но теоретически оправданного положения, что в материале на сдвиговых дефектах возникает не только сухое, но и жидкостное трение. Тогда приведенное уравнение запишется в виде:

$$f = \operatorname{tg} \varphi = \frac{d \tau_{nt}}{d \sigma_n} = \frac{\alpha \cdot \tau_{nt}}{\sigma_n + \sigma_0} = \operatorname{var}$$

- где -  $\tau_{nt}, \sigma_n$  касательное и нормальное

напряжение на площадке сдвига с нормалью  $n$ , МПа.

Решая это уравнение при условии

$$\tau_{nt} = \tau_0$$

при  $\sigma_n = 0$  получим:

$$\tau_{nt} = \tau_0 \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_0} + 1 \right)^\alpha$$

- где  $T_0$  - когезия сдвига, численно равная отрезку на оси  $T$ , отсекаемому паспортом прочности при  $\sigma_n = 0$ , МПа
- Это уравнение является обобщенным паспортом прочности однородного, ненарушенного материала (горной породы)

- Расчеты показывают, что задание трех параметров вполне достаточно для описания любого типа паспорта прочности
- Экспериментально параметры обобщенной огибающей (паспорта прочности) можно определить, испытав в лаборатории горную породу на одноосные растяжение и сжатие, а также используя тот факт, что угол внутреннего трения при одноосном сжатии пород достаточно хорошо известен.

# Прочность трещиноватого массива

- Экспериментально установлено, что прочность массива горных пород намного меньше, чем прочность слагающих его пород. Это обусловлено наличием трещиноватости. Она повышается по мере увеличения размеров рассматриваемого участка (блока) массива.

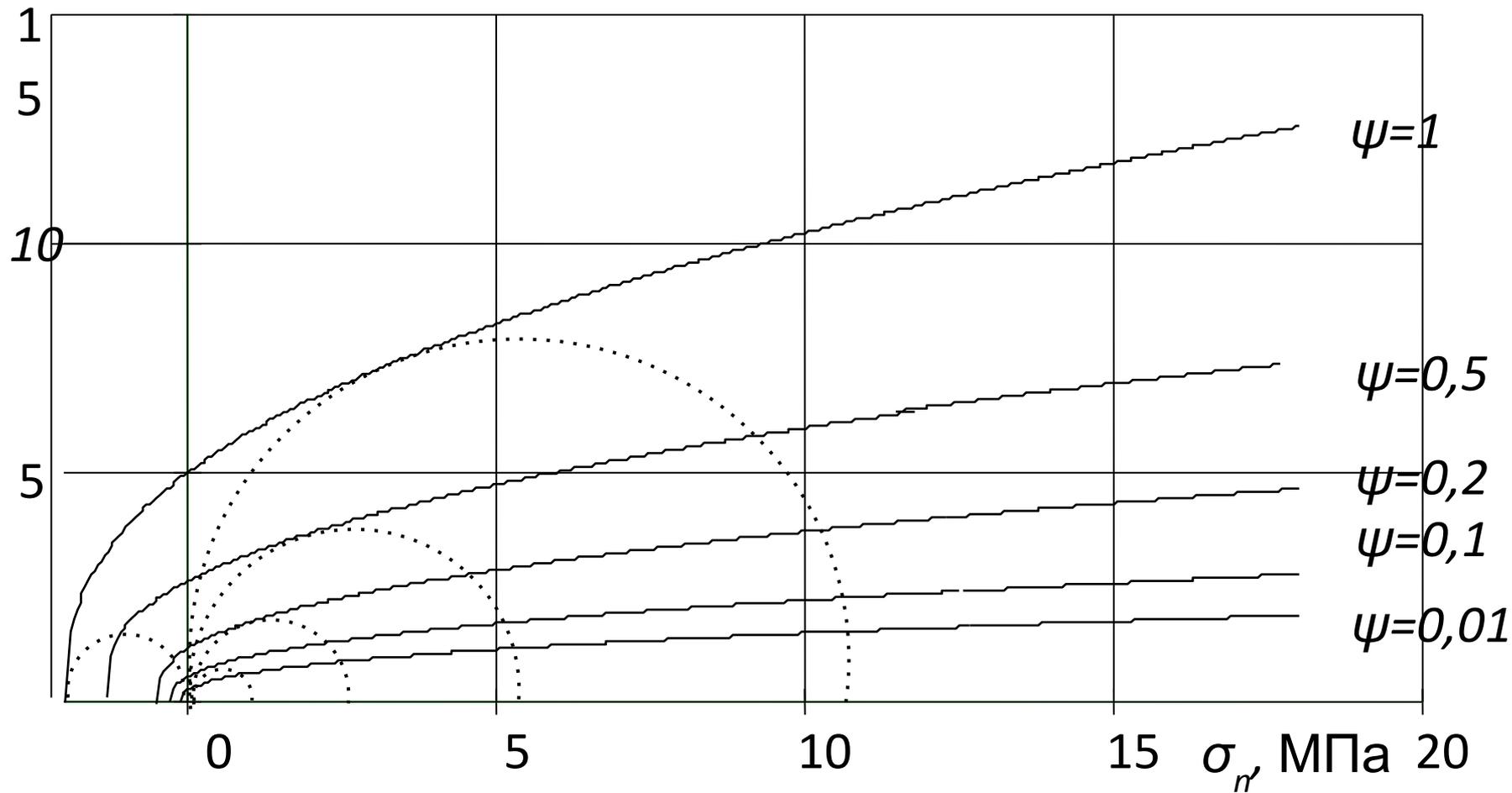


- Если с помощью геофизических исследований и геологических изысканий удалось установить степень нарушенности массива трещинами, то можно рассчитать прочность трещиноватого массива, зная прочность породы в образце.

- Для этого вводится новый параметр  $\psi$  характеризующий сплошность массива.
- С физической точки зрения, **СПЛОШНОСТЬ** представляет собой часть ненарушенной трещинами площади, на некоторой произвольной плоскости в массиве.
- Если породы разбиты хаотическими трещинами, причем они открытые (с несомкнутыми берегами), то обобщенное уравнение прочности массива можно записать следующим уравнением:

$$\tau_{nt} = \tau_0 \cdot \psi \cdot \left( \frac{\sigma_n}{\psi \cdot \sigma_0} + 1 \right)^{\alpha \cdot \psi}$$

$\tau_{nt}$ , МПа



**Паспорта прочности алевролита) с различной степенью  
сплошности  $\psi$ , вызванной наличием открытых трещин**

## Главными принципиальными отличиями предлагаемой новой теории прочности являются:

- использование вместо алгебраических – **дифференциальных соотношений**;
- учет сухого и **жидкостного** трения на площадках разрушения введением нового параметра хрупкости –  $\alpha$ , и отказ от понятия «угол внутреннего трения» как параметра свойств материала;
- учет трещиноватости строения горных пород и массивов с помощью нового параметра сплошности  $\psi$ .