

Решение уравнений, сводящихся к квадратным

Цель урока: Закрепление навыков решения квадратных уравнений. Формирование у учащихся умения решать биквадратные уравнения .

Устно решить уравнения

- $x^2=9$

- $x^2=64$

- $x^2=7$

- $x^2=71$

- $x^2 = \frac{49}{81}$

Биквадратное уравнение

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

Обозначим $x^2=t, t \geq 0$

$$at^2 + bt + c = 0$$

$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$



Алгоритм решения квадратного уравнения

- Выписать коэффициенты квадратного уравнения
$$at^2+bt+c=0$$
- Найдем D по формуле $D=b^2-4ac$
 - при $D>0$ уравнение имеет 2 корня
 - при $D=0$ уравнение имеет 1 корень
 - при $D<0$ уравнение не имеет действительных корней
- Записываем ответ

$$t = \frac{-b}{2a}$$



Рассмотрим решение биквадратного уравнения вида

$$x^4 - x^2 - c = 0$$

$$x^4 = x^2 + c$$

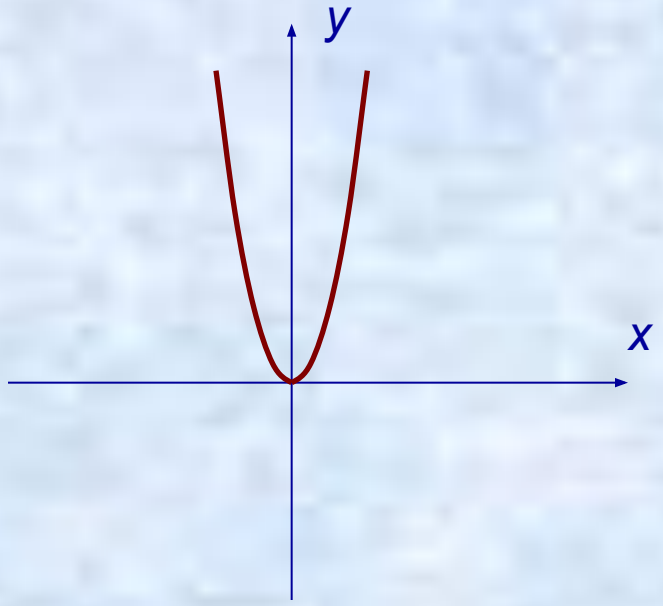
Построим графики функций

$$y = x^4$$

$$y = x^2 + c$$

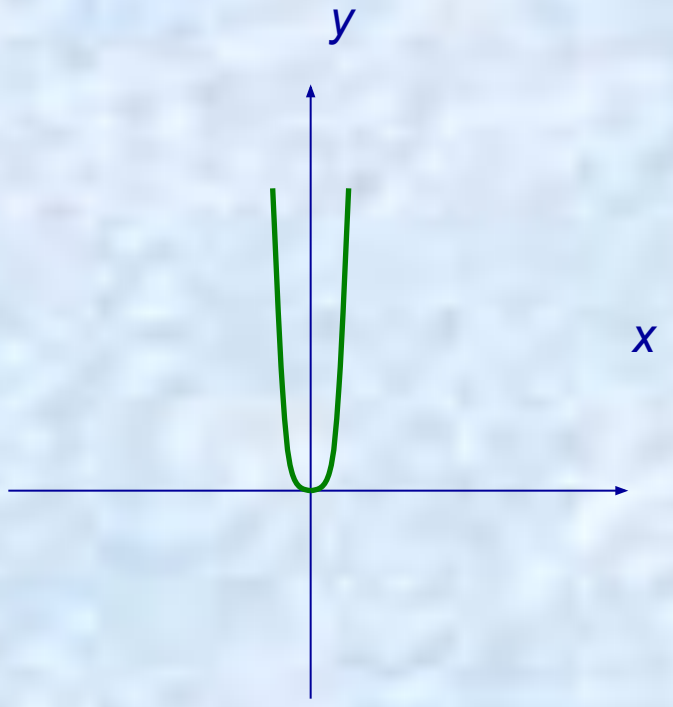
$$y = x^2$$

<i>x</i>	<i>-2</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>
<i>y</i>	<i>4</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>4</i>



$$y = x^4$$

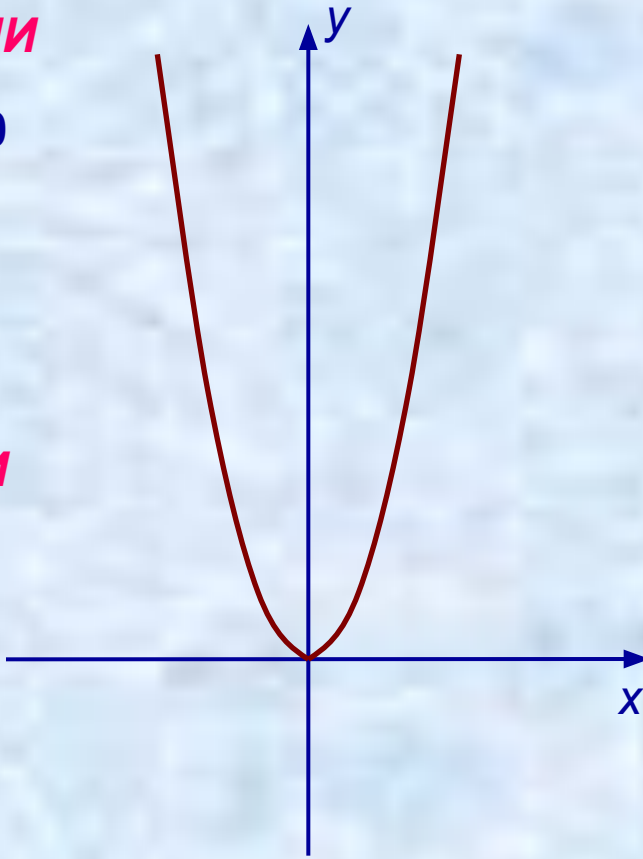
<i>x</i>	<i>-2</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>
<i>y</i>	<i>16</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>16</i>



$$y = x^2 + c$$

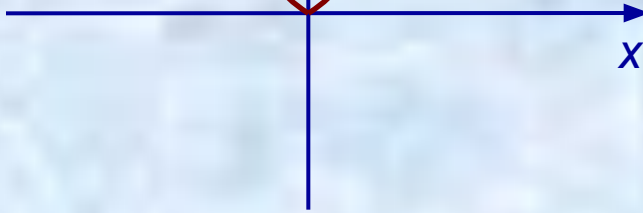
ЕСЛИ

$$c > 0$$



ЕСЛИ

$$c = 0$$

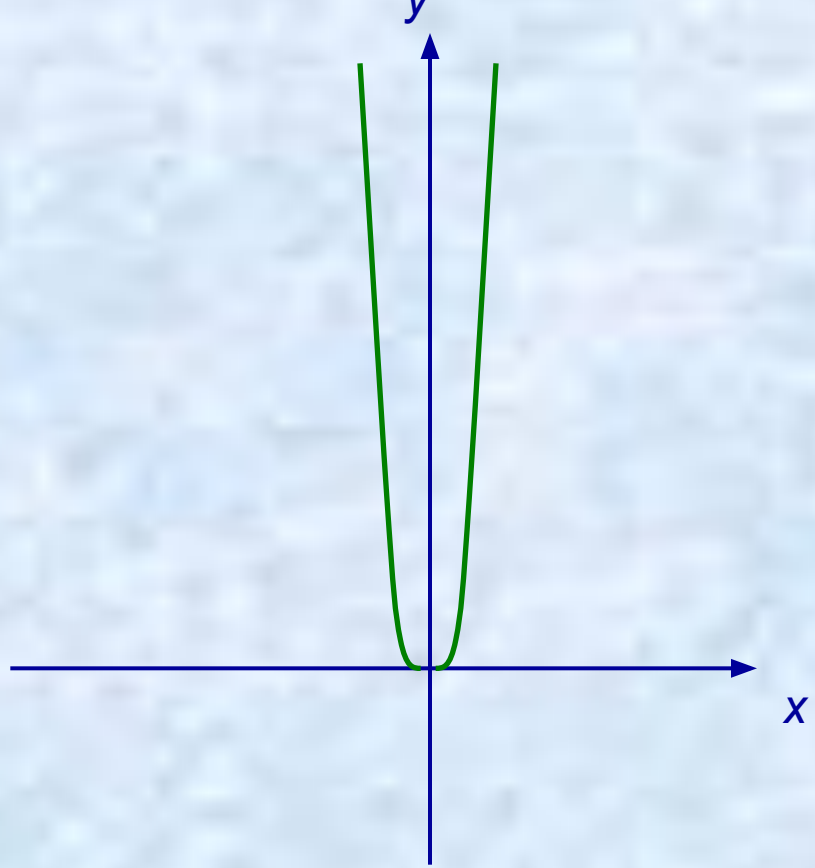


ЕСЛИ

$$c < 0$$

$$x^4 = x^2 + c$$

$$y = x^4$$



**Сколько корней имеет
биквадратное
уравнение?**

$$x^4 = x^2 + c$$

y

ЕСЛИ
 $c > 0$

ЕСЛИ
 $c = 0$

ЕСЛИ
 $c < 0$

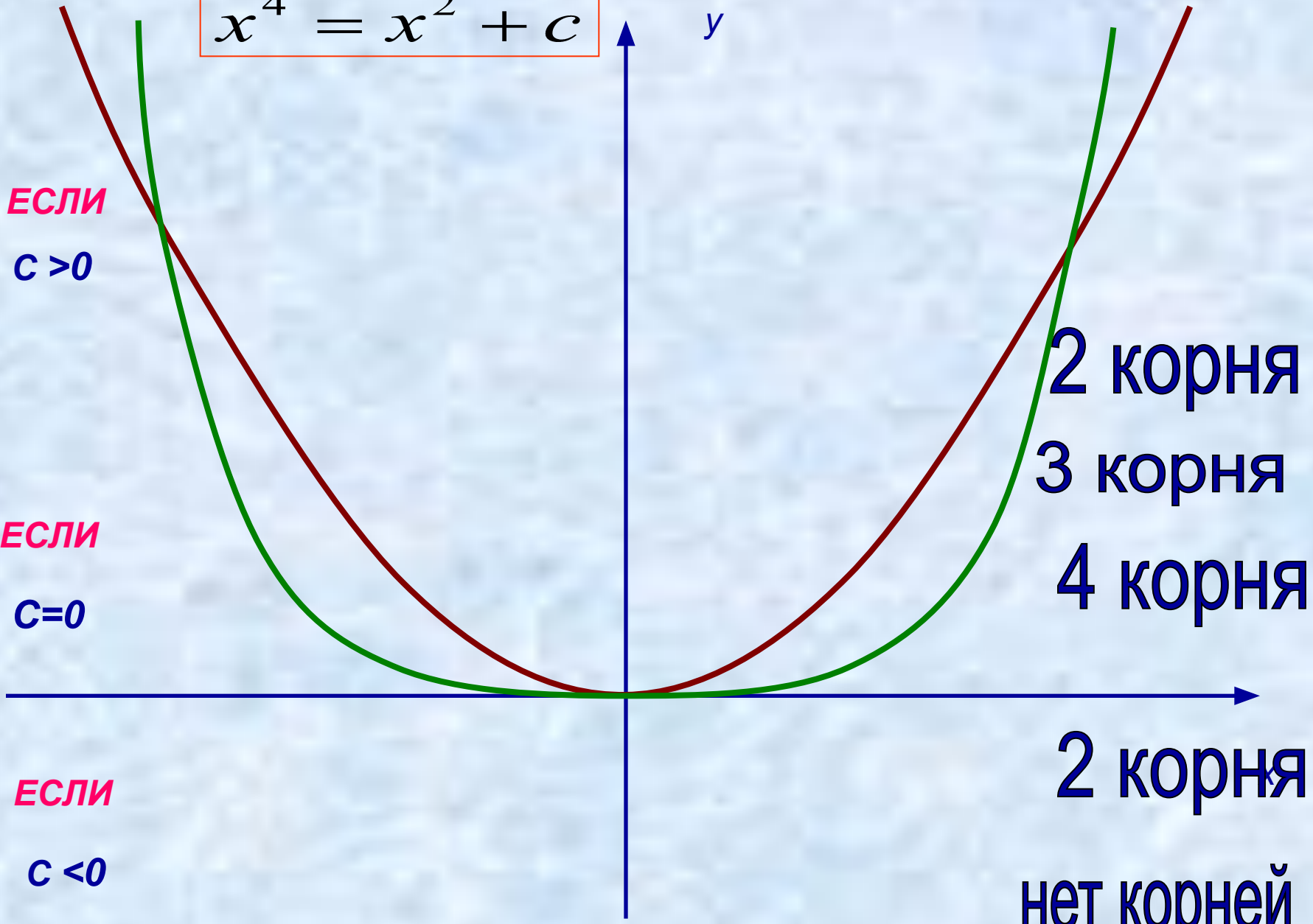
2 корня

3 корня

4 корня

2 корня

нет корней



Биквадратное уравнение

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

Обозначим $x^2 = t \geq 0$

$$at^2 + bt + c = 0$$

Алгоритм решения биквадратного уравнения

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

- Вводим новую переменную $x^2=t, t \geq 0$
- Составляем квадратное уравнение относительно t $at^2 + bt + c = 0$
- Решаем квадратное уравнение
- Выбираем корни удовлетворяющие условию $t \geq 0$
- Решаем неполное квадратное уравнение
- Записываем ответ

Пример

$$2x^4 + 3x^2 - 5 = 0$$

Обозначим $x^2=t, t \geq 0$

$$2t^2 + 3t - 5 = 0$$

$$2t^2 + 3t - 5 = 0$$

$$a = 2, b = 3, c = -5$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 9 + 40 = 49 > 0$$

$$t_1 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 + 7}{4} = 1$$

$$t_2 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 - 7}{4} = \frac{-10}{4} = -2,5 \quad \text{Не уд. усл. } t \geq 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x_1 = 1, x_2 = -1$$

Ответ: $x_1 = 1, x_2 = -1$

Самостоятельная работа

$$2x^4 + 5x^2 - 3 = 0$$



$$5x^4 - 3x^2 - 2 = 0$$