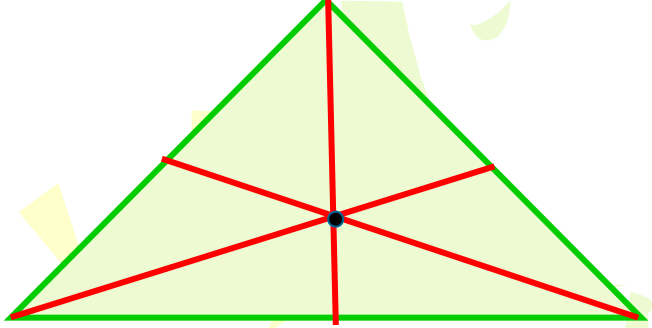
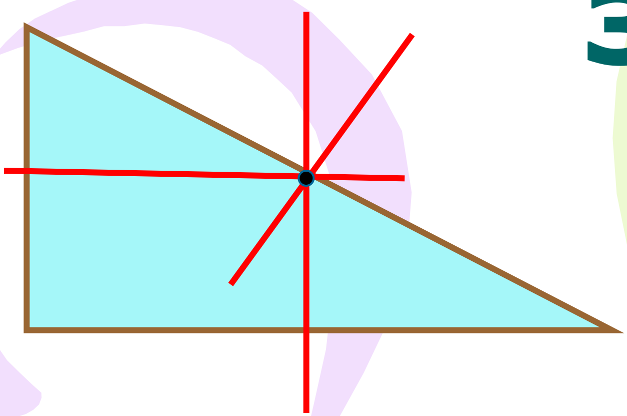
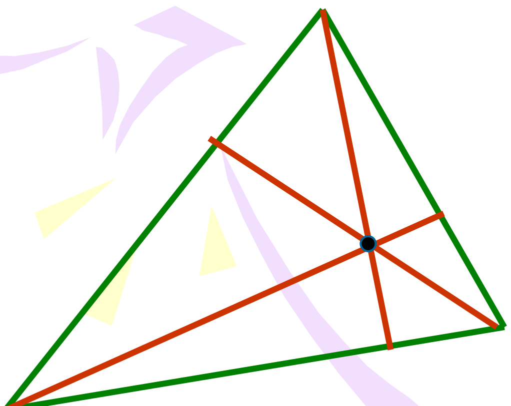
# Четыре замечательные точки треугольника



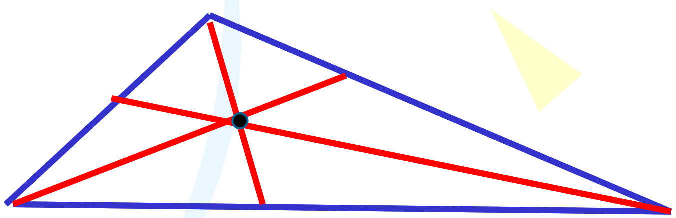
медианы



серединные перпендикуляры



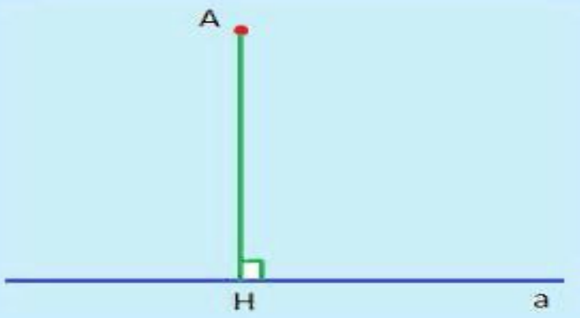
высоты



биссектрисы

# Повторение. Расстояние от точки до прямой.

Расстояние от точки до прямой – это длина перпендикуляра, проведённого из данной точки к данной прямой.



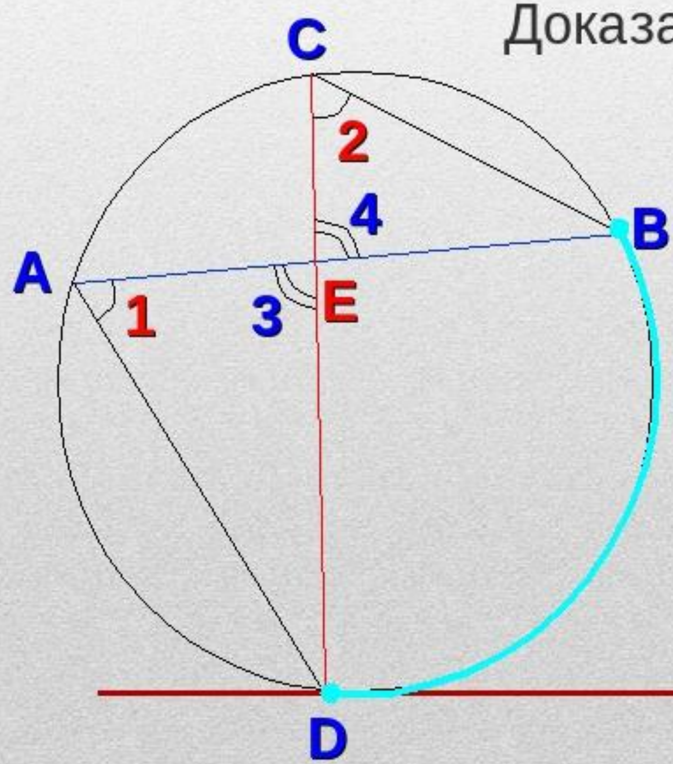
**B.14.**

## Теорема о произведении отрезков пересекающихся хорд

**Если две хорды пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.**

Дано: AB и CD – хорды, $AB \cap CD = E$

Доказать: $AE \cdot BE = CE \cdot DE$




Доказательство:

$\Delta AED \sim \Delta CEB$

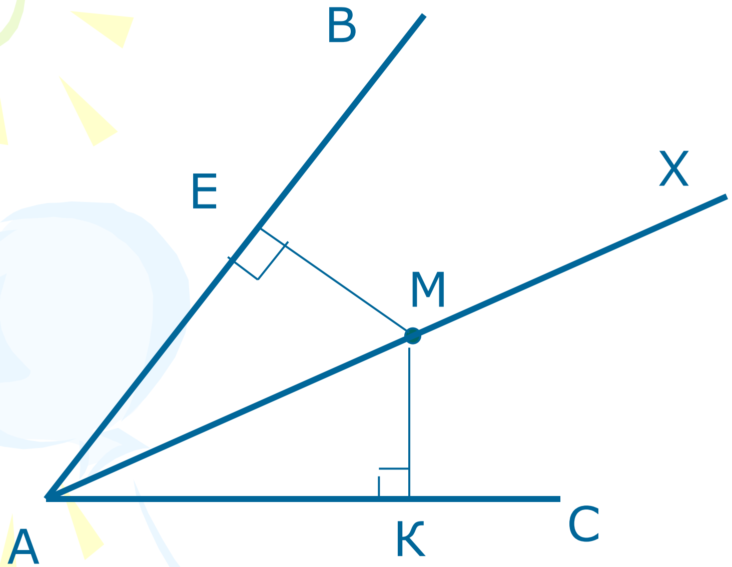
по 1 признаку

$$\frac{AE}{CE} = \frac{DE}{BE}$$

$$AE \cdot BE = CE \cdot DE$$

# В. 15. Свойство биссектрисы неразвёрнутого угла

Теорема1. **Каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от его сторон.**




Дано: $\angle BAC$, AX – биссектриса,

M є AX, $ME \perp AB$, $MK \perp AC$

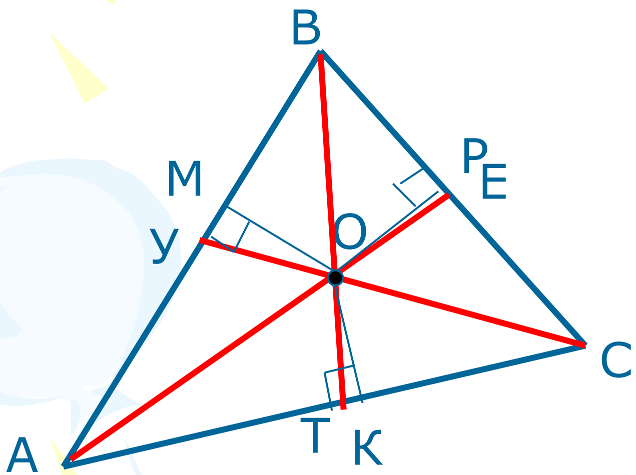
Доказать: ME = MK

Теорема 2 ( обратная).**Точка, лежащая внутри неразвёрнутого угла и равноудалённая от его сторон, лежит на биссектрисе этого угла.**

**Обобщённая теорема:** биссектриса неразвёрнутого угла – это множество точек плоскости, равноудалённых от сторон этого угла.

# В. 16. Первая замечательная точка треугольника

Теорема. **Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.**




Дано: △ABC, AE, BT – биссектрисы,
O - точка их пересечения

Доказать: CУ – биссектриса △ABC, O є CУ

Доказательство:

AE – биссектриса и OM ⊥ AB, OK ⊥ AC,
значит, OM = OK

BT – биссектриса, и OM ⊥ AB, OP ⊥ BC, значит, OM = OP

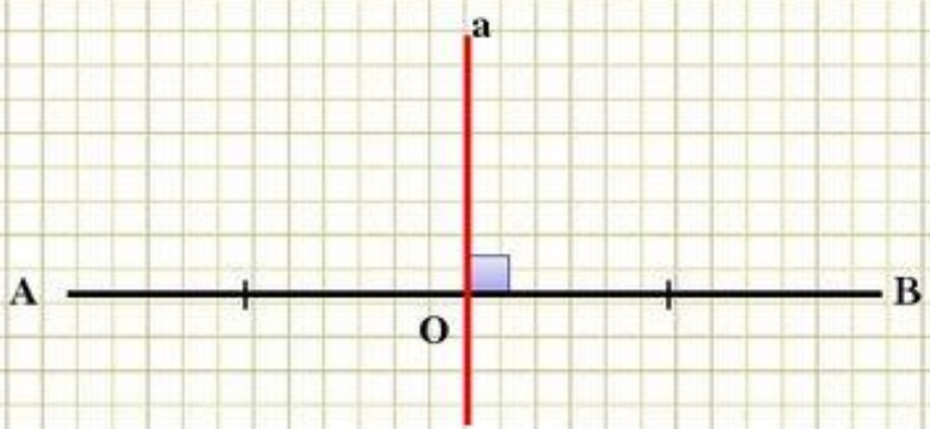
Значит, OM = OK = OP и OP ⊥ BC, OK ⊥ AC, следовательно,
O лежит на биссектрисе угла ACB, т. е. CУ – биссектриса △ABC.

Значит, O – точка пересечения трёх биссектрис треугольника.

# В. 17.

## Серединный перпендикуляр

**Серединным перпендикуляром к отрезку называется прямая, проходящая через середину данного отрезка и перпендикулярная к нему**

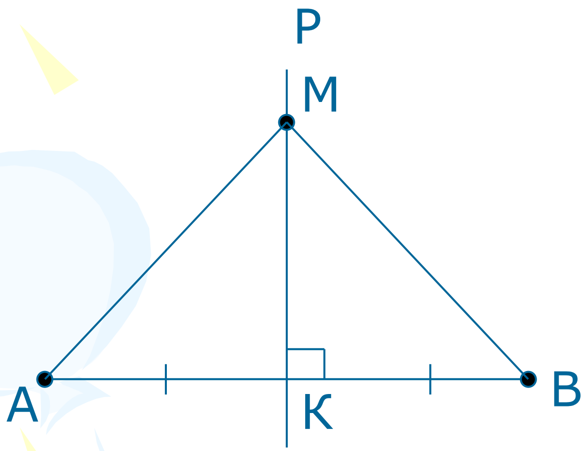



**$a \perp AB$ и $AO = BO$**

**$(O = a \cap AB)$**

# В. 18. Серединный перпендикуляр к отрезку

Теорема 1. **Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от его концов.**




Дано: AB – отрезок,
PK – серединный перпендикуляр,
M є PK

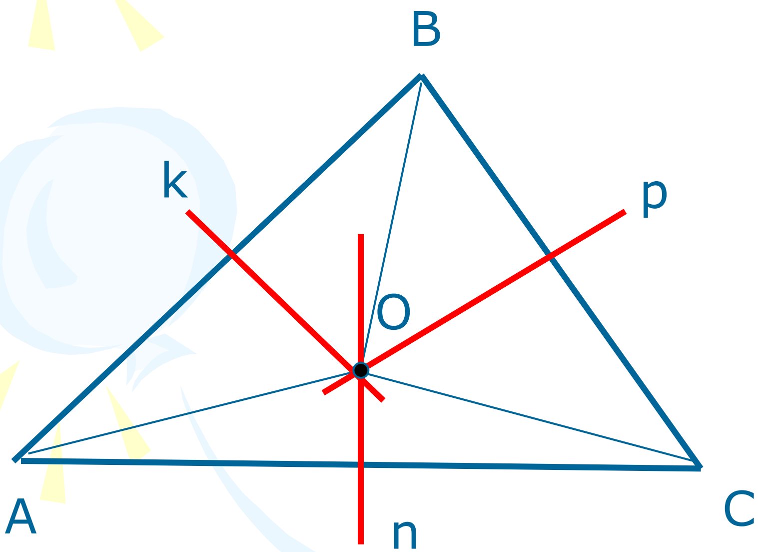
Доказать: MA = MB

Теорема 2.( обратная) **Точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.**

**Обобщённая теорема:** серединный перпендикуляр к отрезку –это множество точек плоскости, равноудалённых от его концов.

# В. 19. Вторая замечательная точка треугольника

Теорема. **Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.**




Дано: △ABC, k,n – серединные перпендикуляры к сторонам треугольника,
O – точка их пересечения

Доказать: p – серединный перпендикуляр к BC, O є p

Доказательство:

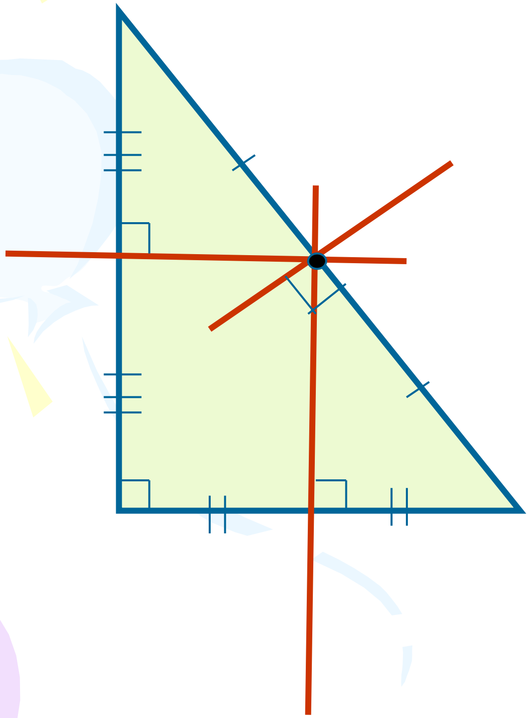
n – серединный перпендикуляр к AC и O є n, значит, OA = OC.

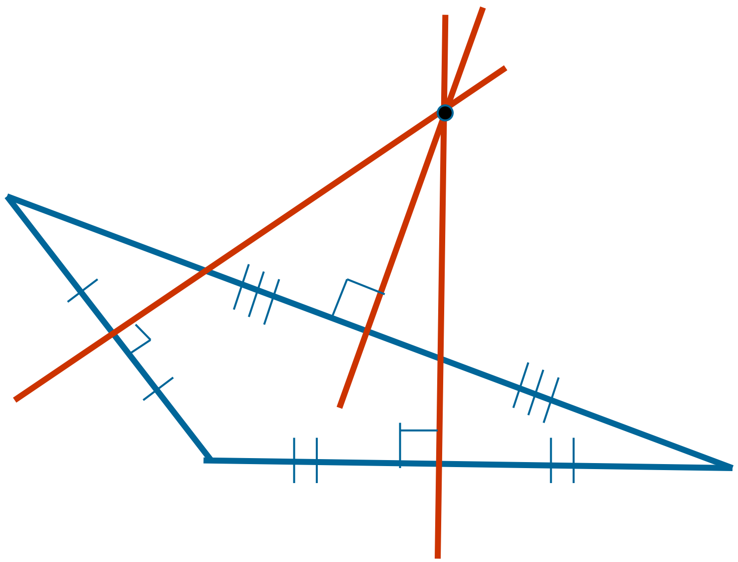
k – серединный перпендикуляр к AB и O є k, значит, OA = OB.
Следовательно, OA = OB =OC, значит, O лежит на серединном перпендикуляре к стороне BC, т. е. на p.

Значит, O – точка пересечения серединных перпендикуляров k, n, p.

# Вторая замечательная точка треугольника (продолжение)

**Ещё возможное расположение:**

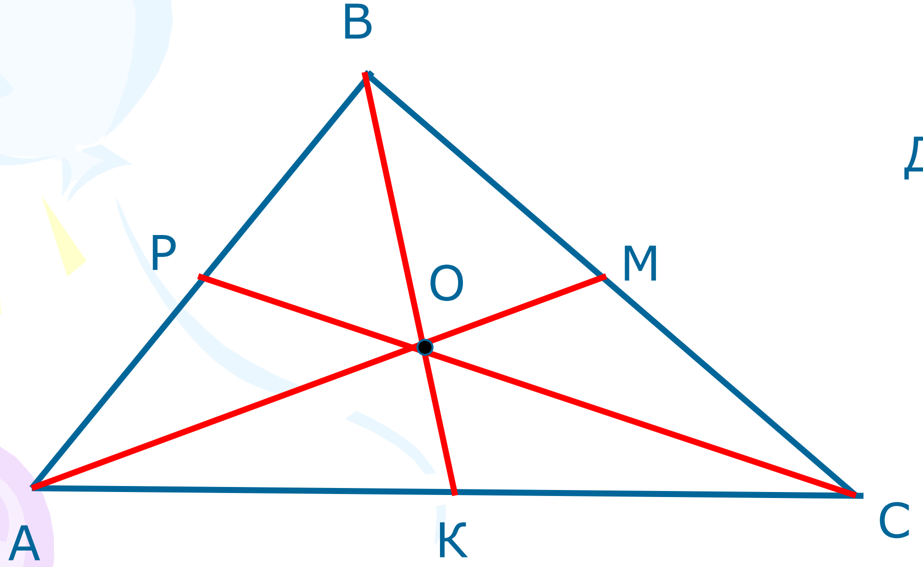




# В. 19. Третья замечательная точка треугольника

Теорема. **Медианы треугольника пересекаются в одной точке, (которая делит каждую в отношении 2: 1, считая от вершины).**

**(центр тяжести треугольника – центроид)**



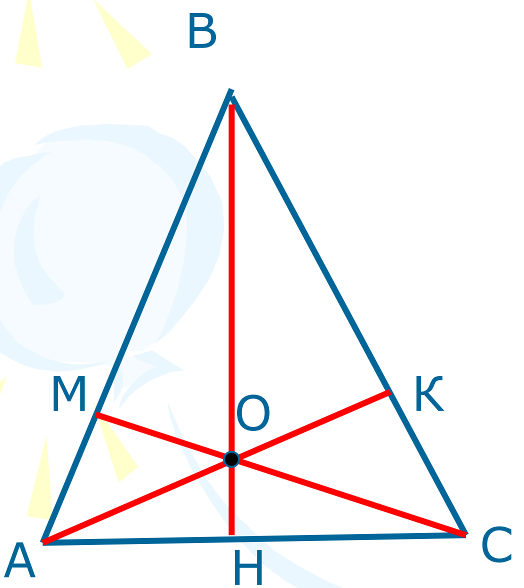

Дано: △ ABC, AM,BK,CP - медианы

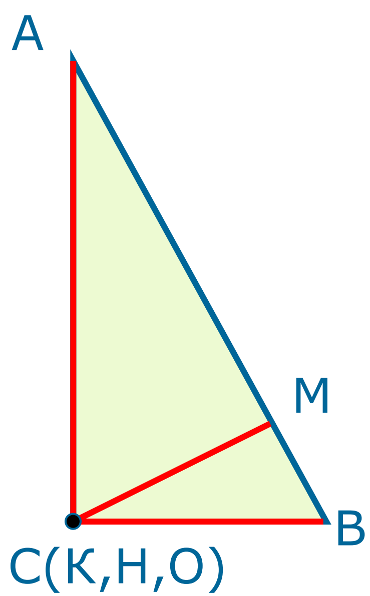
Доказать: AM ∩ BK ∩ CP = O

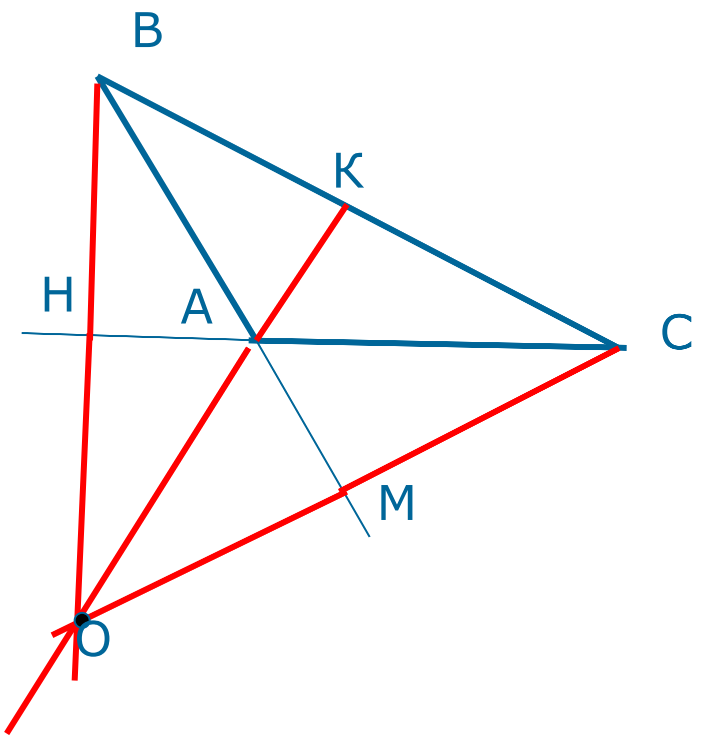
Доказательство проведено ранее: задача 1 п. 62.

# В. 20. Четвёртая замечательная точка треугольника

Теорема. **Высоты треугольника или их продолжения пересекаются в одной точке** **(точка является ортоцентр).**



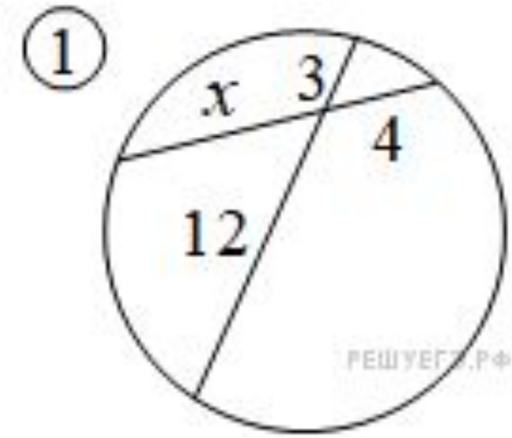




Дано: △ABC, AK, BH, CM - высоты

Доказать: O – точка пересечения высот или их продолжений.

# Решение задач.




**По данным рисунка найти Х.**

По свойству пересечения хорд.

$x*4=12*3$

$4x=36$

$x=36:4$

$x=9$

# Решение задач

.

- № 666  все