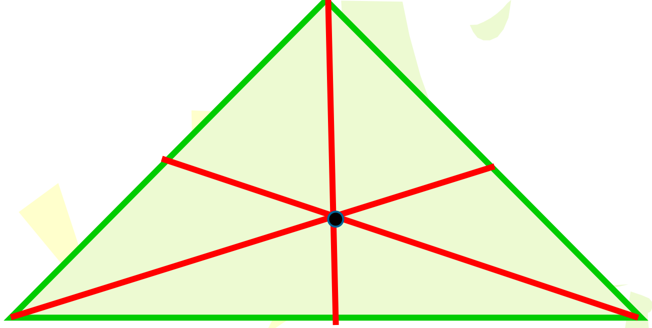
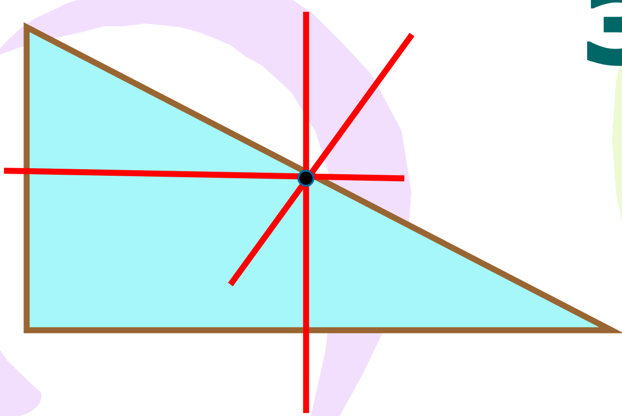
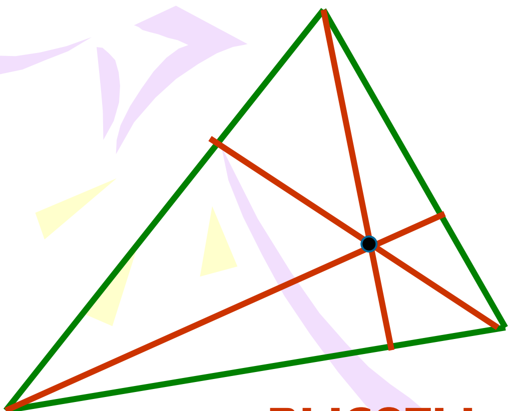
Четыре замечательные точки треугольника



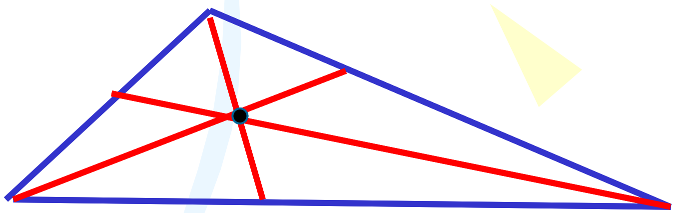
медианы



серединные перпендикуляры



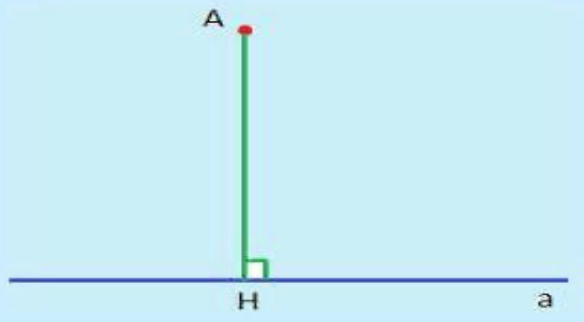
высоты



биссектрисы

Повторение. Расстояние от точки до прямой.

Расстояние от точки до прямой – это длина перпендикуляра, проведённого из данной точки к данной прямой.



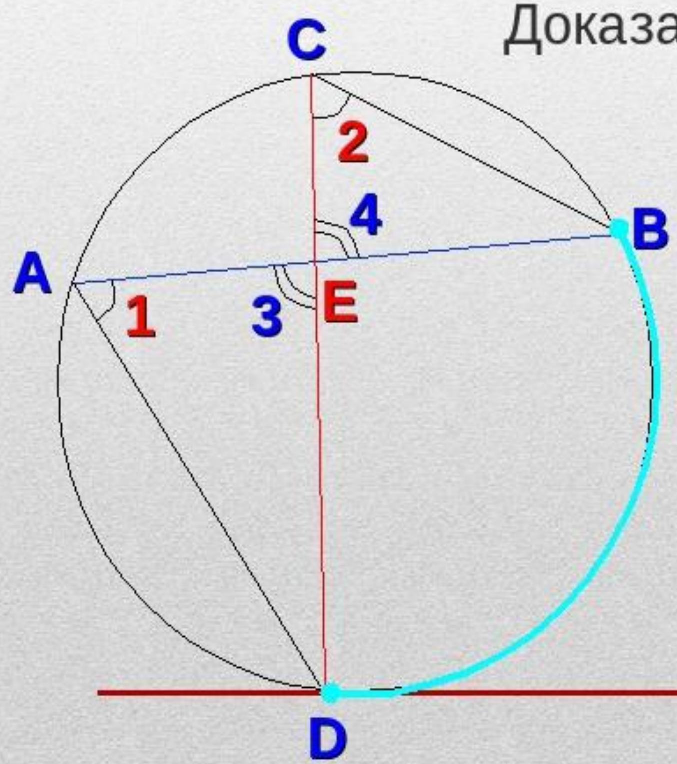
B.14.

Теорема о произведении отрезков пересекающихся хорд

Если две хорды пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

Дано: AB и CD – хорды, $AB \cap CD = E$

Доказать: $AE \cdot BE = CE \cdot DE$



Доказательство:

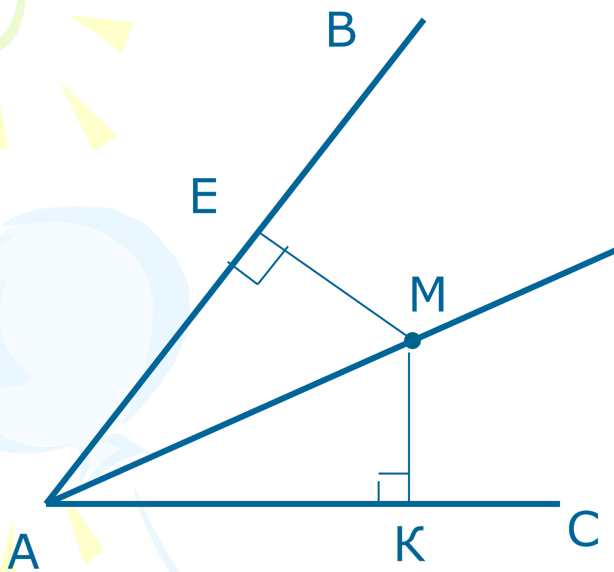
$\Delta AED \sim \Delta CEB$ по 1 признаку

$$\frac{AE}{CE} = \frac{DE}{BE}$$

$$AE \cdot BE = CE \cdot DE$$

В. 15. Свойство биссектрисы неразвёрнутого угла

Теорема1. **Каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от его сторон.**



Дано: $\angle BAC$, AX – биссектриса,

$M \in AX$, $ME \perp AB$, $MK \perp AC$

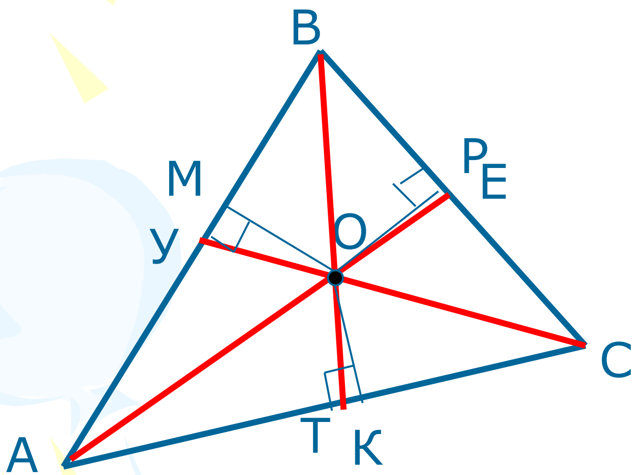
Доказать: ME = MK

Теорема 2 (обратная).**Точка, лежащая внутри неразвёрнутого угла и равноудалённая от его сторон, лежит на биссектрисе этого угла.**

Обобщённая теорема: биссектриса неразвёрнутого угла – это множество точек плоскости, равноудалённых от сторон этого угла.

В. 16. Первая замечательная точка треугольника

Теорема. **Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.**



Дано: $\triangle$ АВС, АЕ, ВТ – биссектрисы,
О - точка их пересечения

Доказать: СУ – биссектриса $\triangle$ АВС, О є СУ

Доказательство:

АЕ – биссектриса и ОМ $\perp$ АВ, ОК $\perp$ АС,
значит, ОМ = ОК

ВТ – биссектриса, и ОМ $\perp$ АВ, ОР $\perp$ ВС, значит, ОМ = ОР

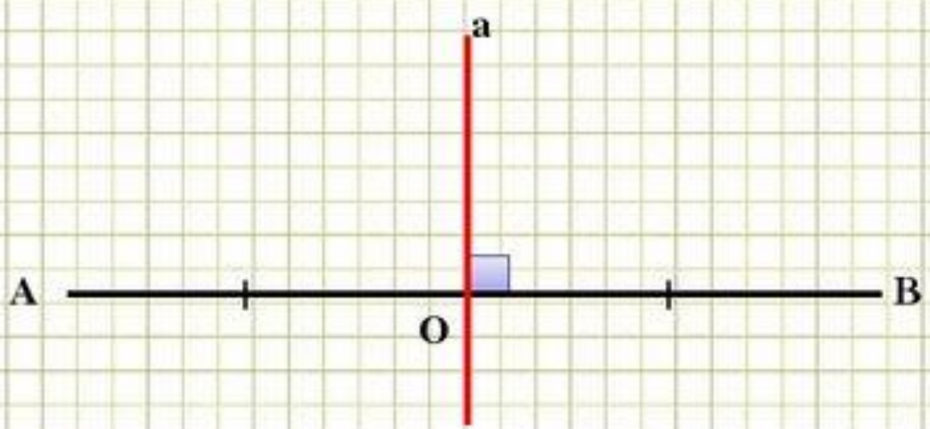
Значит, ОМ = ОК = ОР и ОР $\perp$ ВС, ОК $\perp$ АС, следовательно,
О лежит на биссектрисе угла АСВ, т. е. СУ – биссектриса $\triangle$ АВС.

Значит, О – точка пересечения трёх биссектрис треугольника.

В. 17.

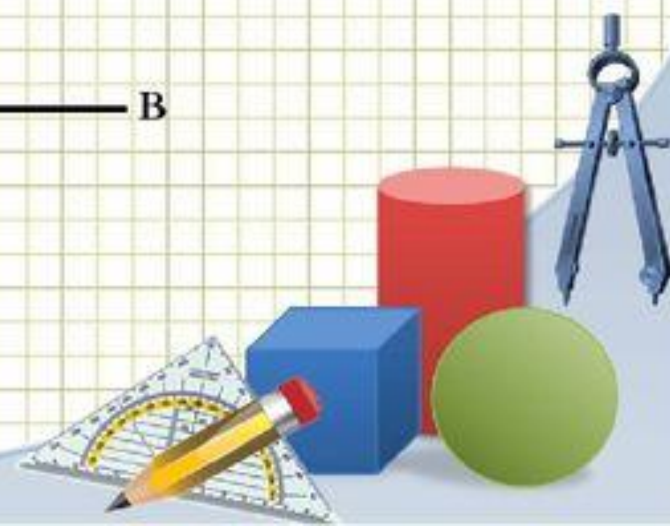
Серединный перпендикуляр

Серединным перпендикуляром к отрезку называется прямая, проходящая через середину данного отрезка и перпендикулярная к нему



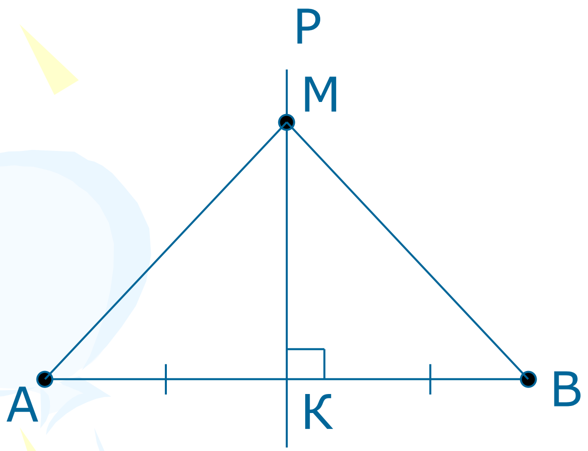
$a \perp AB$ и $AO = BO$

$(O = a \cap AB)$



В. 18. Серединный перпендикуляр к отрезку

Теорема 1. **Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от его концов.**



Дано: AB – отрезок,
PK – серединный перпендикуляр,
M є PK

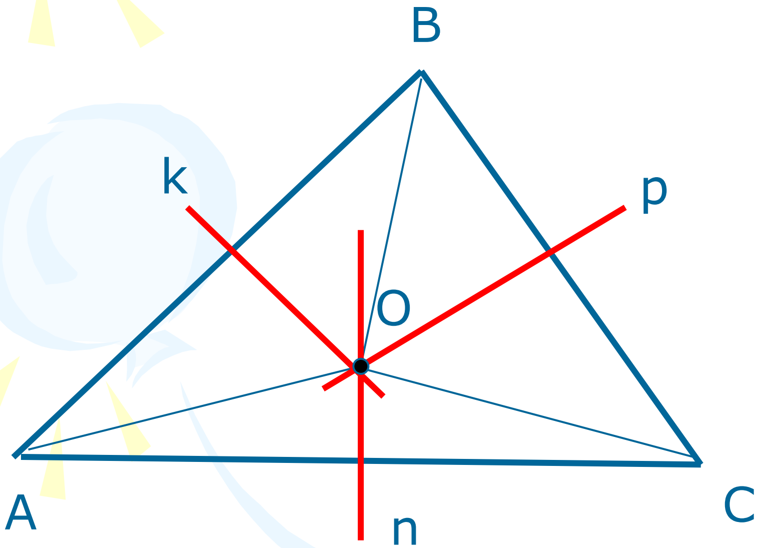
Доказать: MA = MB

Теорема 2.(обратная) **Точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.**

Обобщённая теорема: серединный перпендикуляр к отрезку –это множество точек плоскости, равноудалённых от его концов.

В. 19. Вторая замечательная точка треугольника

Теорема. **Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.**



Дано: $\triangle$ ABC, k,n – серединные перпендикуляры к сторонам треугольника,
O – точка их пересечения

Доказать: p – серединный перпендикуляр к BC, O є p

Доказательство:

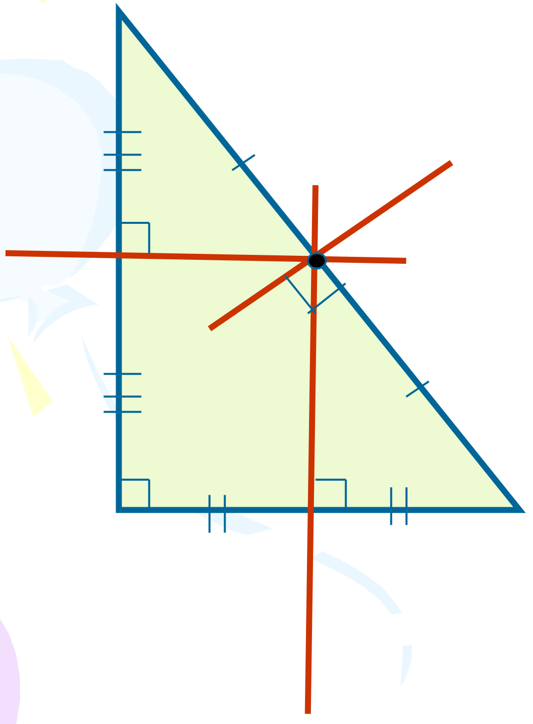
n – серединный перпендикуляр к AC и O є n, значит, OA = OC.

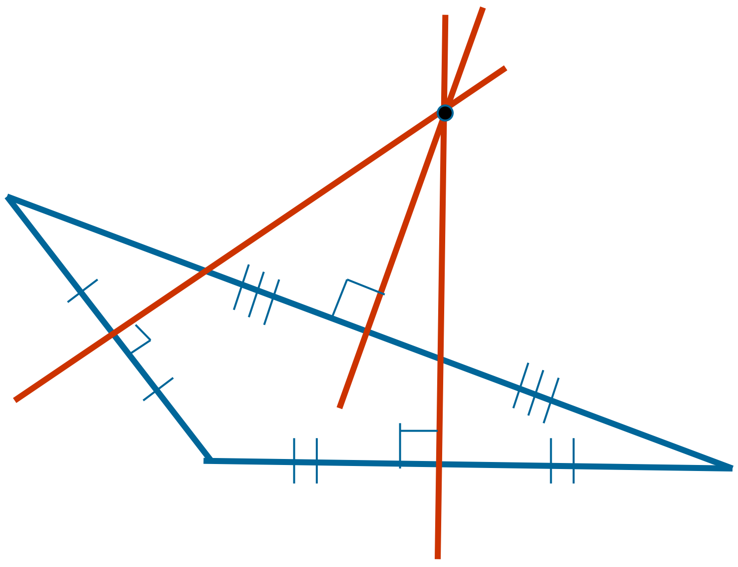
k – серединный перпендикуляр к AB и O є k, значит, OA = OB.
Следовательно, OA = OB =OC, значит, O лежит на серединном перпендикуляре к стороне BC, т. е. на p.

Значит, O – точка пересечения серединных перпендикуляров k, n, p.

Вторая замечательная точка треугольника (продолжение)

Ещё возможное расположение:

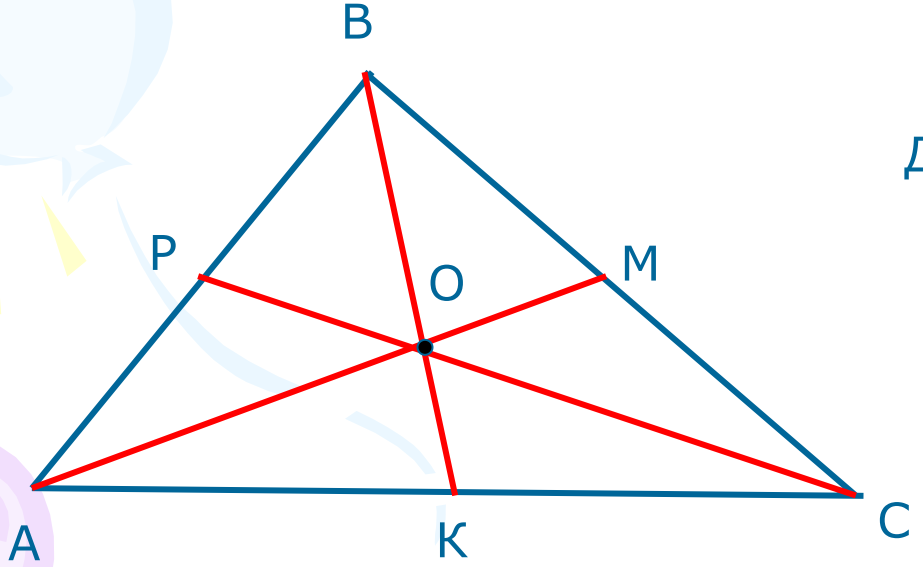




В. 19. Третья замечательная точка треугольника

Теорема. **Медианы треугольника пересекаются в одной точке, (которая делит каждую в отношении 2: 1, считая от вершины).**

(центр тяжести треугольника – центроид)



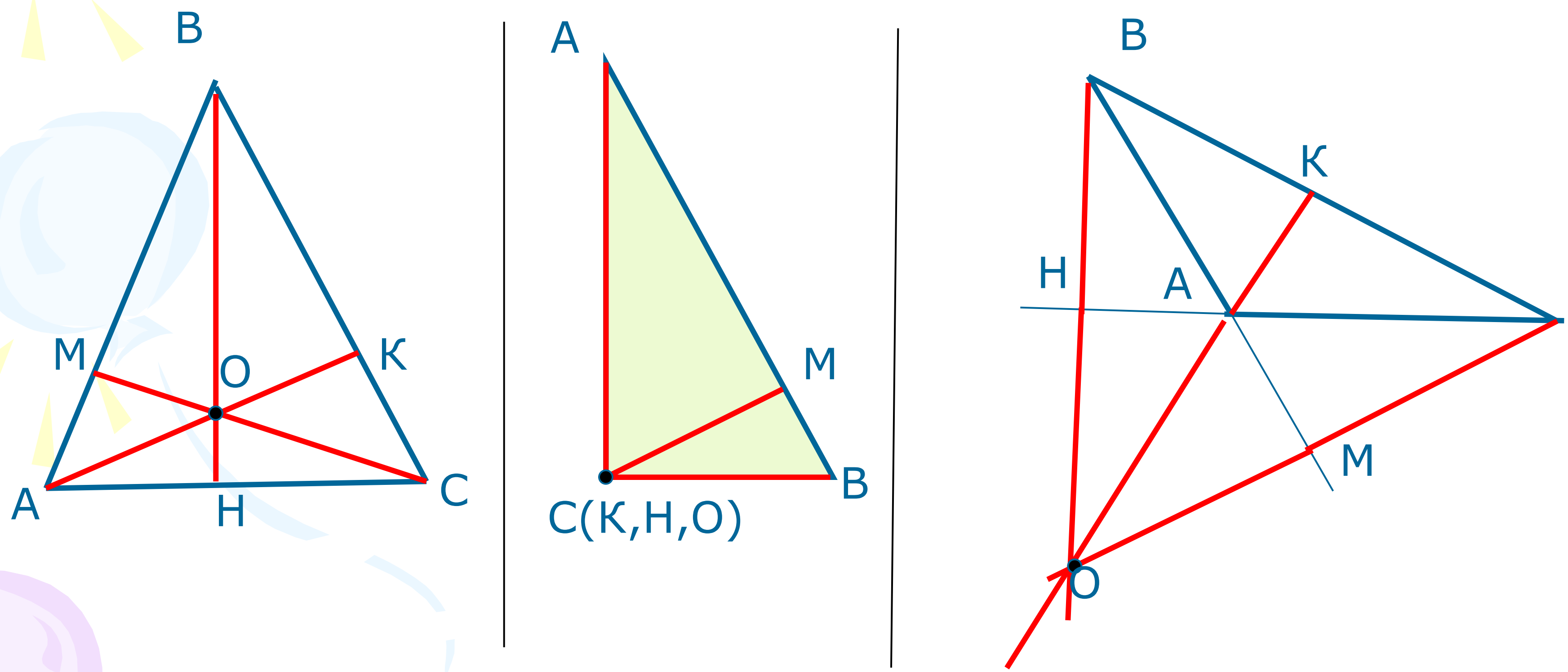
Дано: △ ABC, AM,BK,CP - медианы

Доказать: AM ∩ BK ∩ CP = O

Доказательство проведено ранее: задача 1 п. 62.

В. 20. Четвёртая замечательная точка треугольника

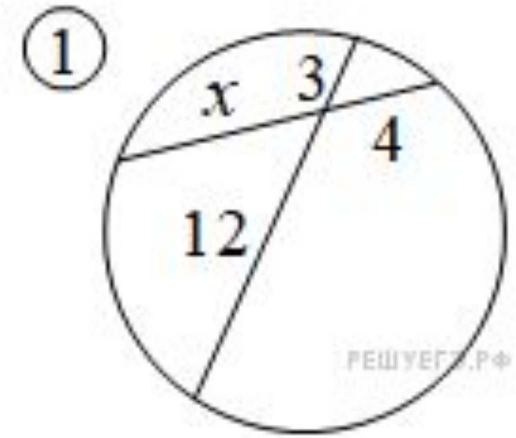
Теорема. **Высоты треугольника или их продолжения пересекаются в одной точке** **(точка является ортоцентр).**



Дано: △ABC, AK, BH, CM - высоты

Доказать: O – точка пересечения высот или их продолжений.

Решение задач.



По данным рисунка найти X.

По свойству пересечения хорд.

x*4=12*3

4x=36

x=36: 4

x=9

Решение задач

.

- № 666 все