



(От простого к сложному)

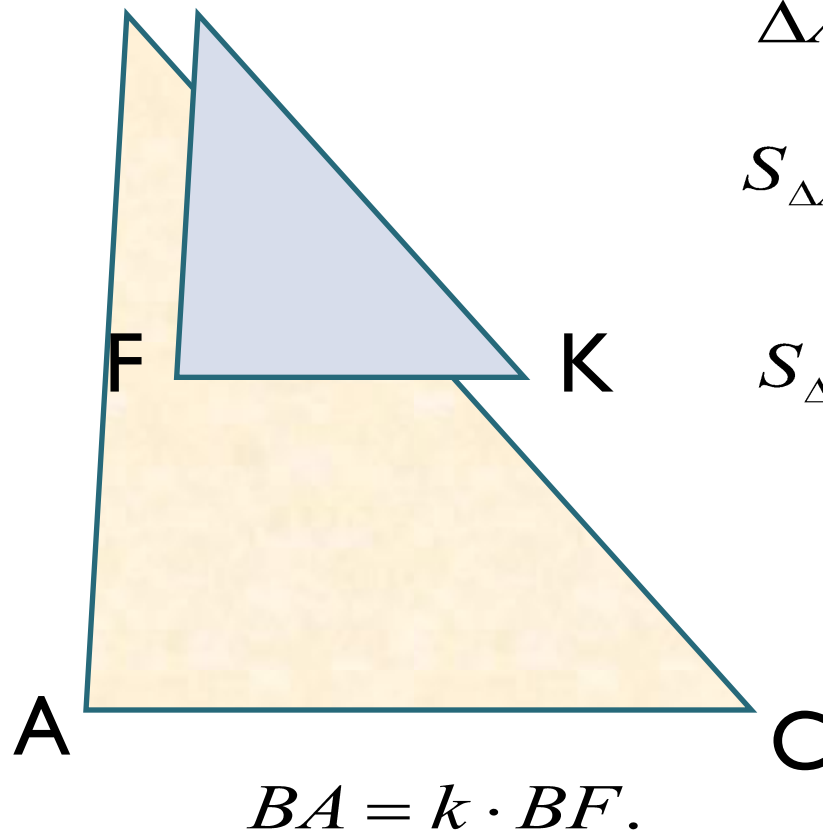
Петухова Ирина Валентиновна, учитель МБОУ СОШ №4,
Г. Полярные Зори Мурманской области.

Цели и задачи урока:

- Повторить свойства площадей фигур; свойство медианы треугольника; свойство площадей треугольников, имеющих одинаковую высоту; Свойство площадей подобных фигур.
- Развивать умения анализировать, сопоставлять, логически мыслить, обобщать; развивать внимание, память, активность и самостоятельность.
- Воспитывать ответственное отношение к учебному труду, настойчивость для достижения конечного результата, умение работать в коллективе.

Отношение площадей подобных
треугольников равно квадрату

В коэффициента подобия.



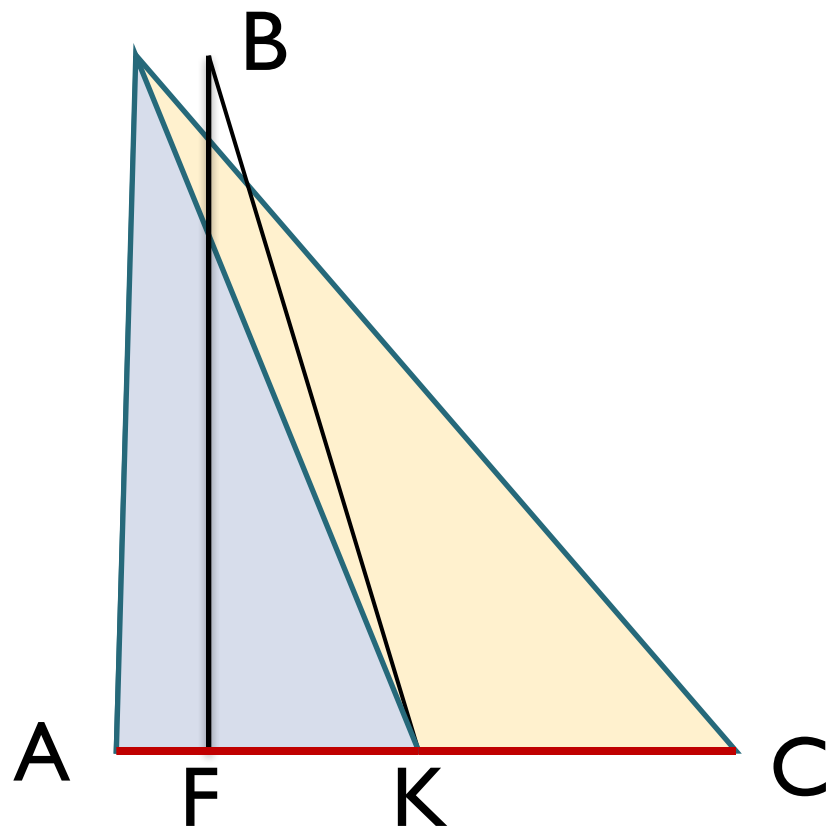
$\triangle ABC$ подобен $\triangle FBK$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \sin \angle B.$$

$$S_{\triangle FBK} = \frac{1}{2} BF \cdot BK \cdot \sin \angle B.$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle FBK}} = \frac{\frac{BA}{BF} \cdot \frac{BC}{BK}}{1} = k^2$$

Медиана треугольника делит его на две
равновеликие части.



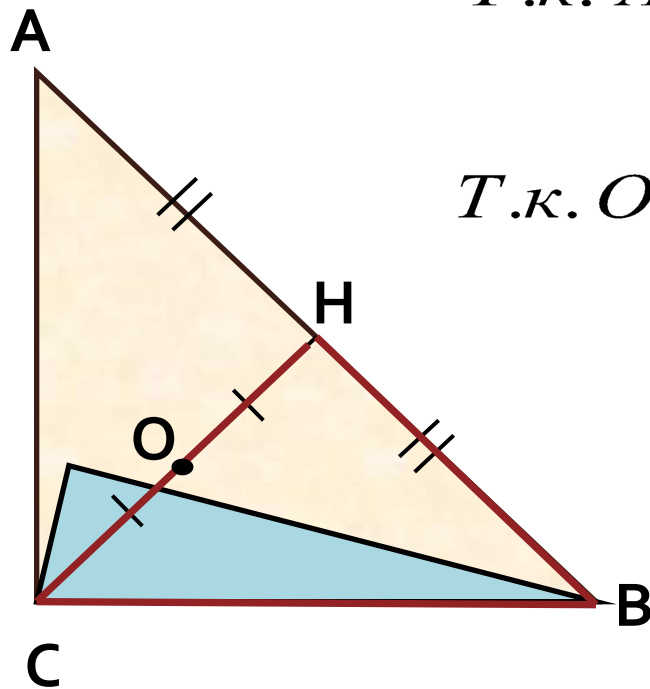
$$S_{\triangle ABK} = \frac{1}{2} AK \cdot BF.$$

$$S_{\triangle CBK} = \frac{1}{2} KC \cdot BF.$$

$$AK = KC.$$

$$S_{\triangle ABK} = S_{\triangle CBK}.$$

Задача : В прямоугольном треугольнике ABC точка O – середина медианы CH, проведенной к гипотенузе AB, AC = 6см, BC = 8см. Найдите площадь треугольника OBC.



$$\text{Т.к. } AH = BH, \text{ то } S_{\Delta CBH} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC}.$$

$$\text{Т.к. } OH = OC, \text{ то } S_{\Delta CBO} = \frac{1}{2} S_{\Delta HBC}.$$

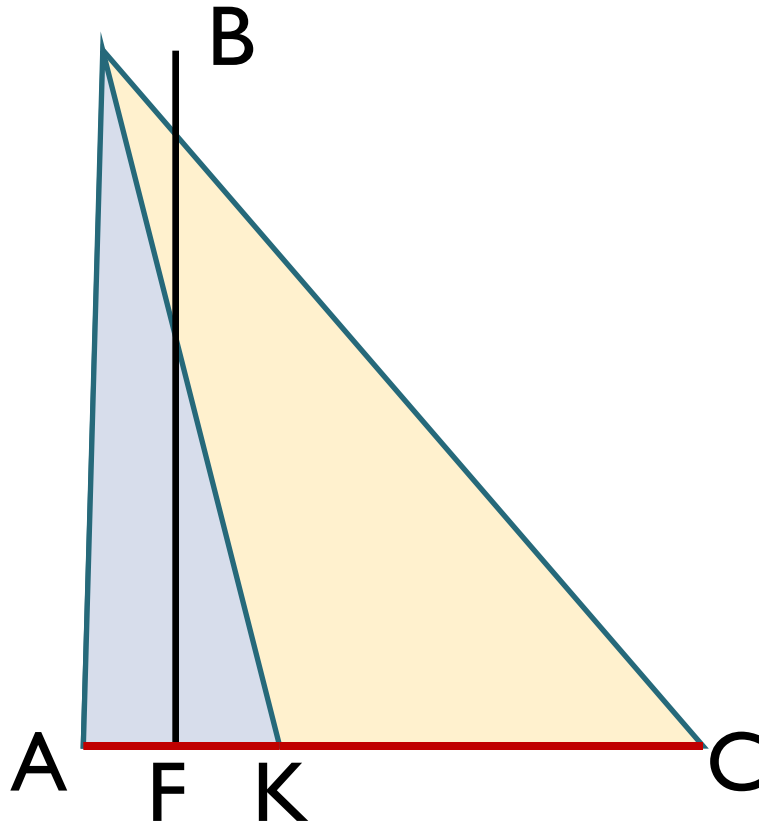
$$S_{\Delta CBO} = \frac{1}{4} S_{\Delta ABC}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24(\text{см}^2).$$

$$S_{\Delta CBO} = \frac{1}{4} \cdot 24 = 6(\text{см}^2).$$

Ответ : 6см^2 .

Если два треугольника имеют одинаковые высоты, то отношение их площадей равно отношению длин оснований (сторон, на которые опущены эти высоты).

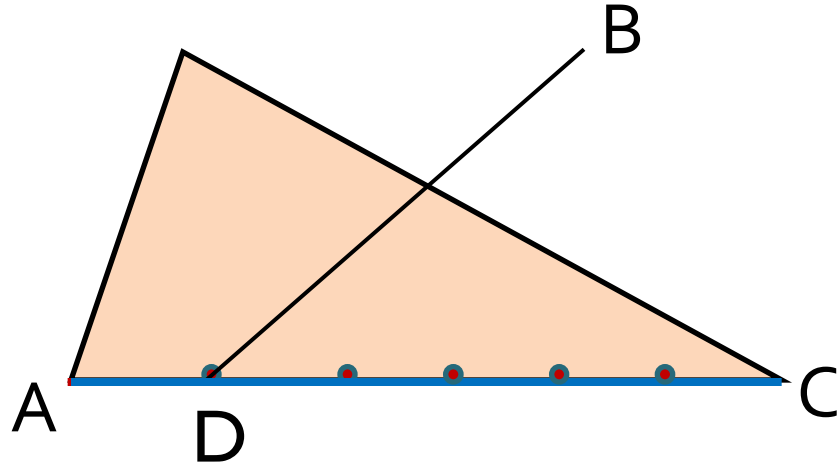


$$S_{\triangle CBK} = \frac{1}{2} KC \cdot BF.$$

$$S_{\triangle ABK} = \frac{1}{2} AK \cdot BF.$$

$$\frac{S_{\triangle CBK}}{S_{\triangle ABK}} = \frac{KC}{AK}$$

Задача : На стороне AC треугольника ABC с площадью 36 см^2 взята точка D, $AD : DC = 1 : 5$. Найдите площадь треугольника ABD.



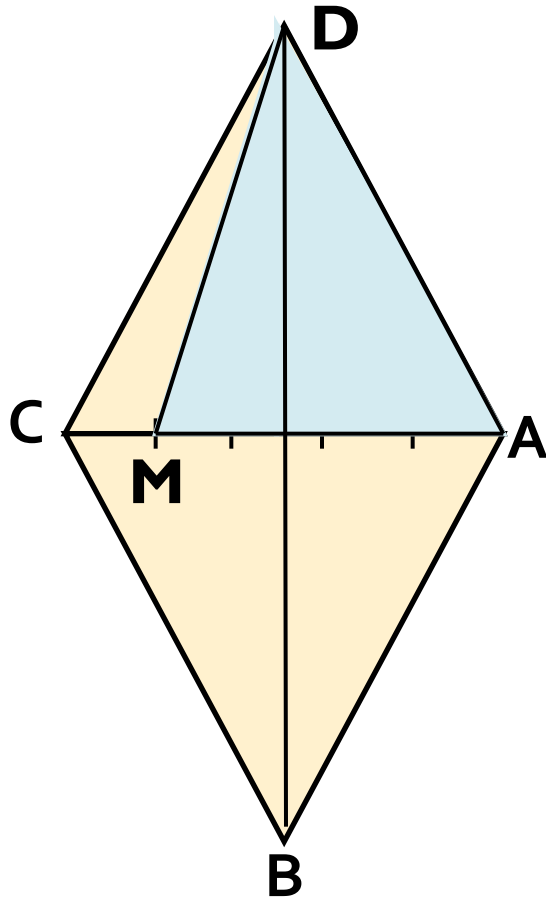
$$AD : DC = 1 : 5,$$

$$AD = \frac{1}{6} AC;$$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC} = 6.$$

Ответ : 6 см^2 .

Задача : В ромбе ABCD диагонали равны 5 см и 12 см.
На диагонали AC взята точка M так, что $AM : MC = 4 : 1$.
Найдите площадь треугольника AMD.



$$S_{\triangle CDA} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

$$S_{\triangle MDA} = \frac{4}{5} S_{\triangle CDA}$$

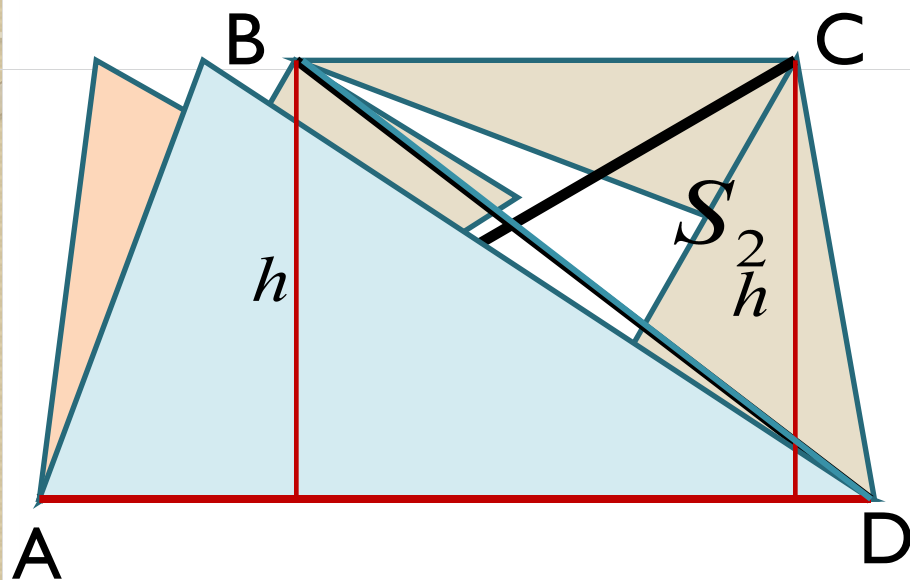
$$S_{\triangle MDA} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{2}{5} S_{ABCD},$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30,$$

$$S_{\triangle MDA} = \frac{2}{5} \cdot 30 = 12.$$

Ответ: 12см^2 .

*Диагонали трапеции образуют
равновеликие треугольники при одной
основе.*



$$S_{\triangle ABD} = S_{\triangle DCA}$$

*т.к. у них AD – общая,
а высоты равны.*

*(при основании BC
- аналогично)*

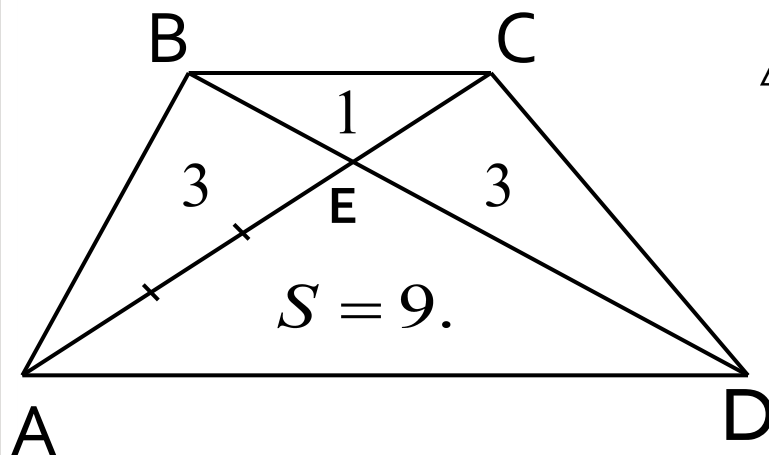
$$S_1 + S_3 = S_2 + S_3,$$

$$S_1 = S_2.$$

*Диагонали образуют равновеликие
треугольники при боковых сторонах
трапеции.*

Задача! В трапеции ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке E. Площадь треугольника AED равна 9. Точка E делит одну из диагоналей отношением 1:3. Найти площадь трапеции.

1 случай.



$\triangle AED$ подобен $\triangle CEB$, $k = 3$.

$$S_{\triangle CEB} = \frac{1}{9} S_{\triangle AED} = \frac{1}{9} \cdot 9 = 1.$$

$$AE = 3EC.$$

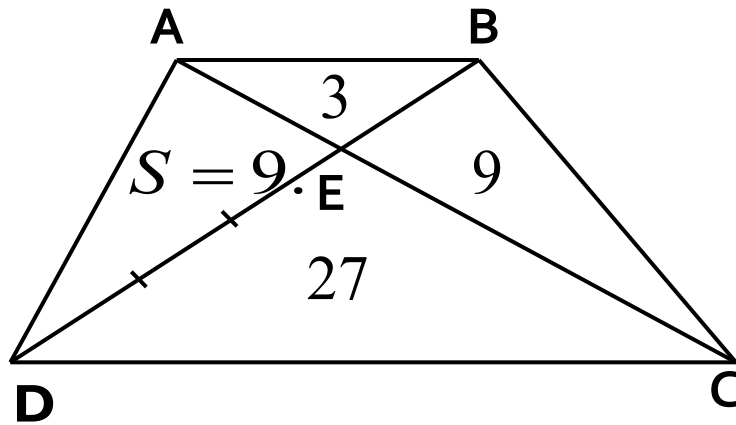
$$S_{\triangle ABE} = 3S_{\triangle BEC} = 3 \cdot 1 = 3.$$

$$S_{\triangle ABE} = S_{\triangle DCE} = 3.$$

$$S_{\triangle ABCD} = 9 + 3 + 3 + 1 = 16.$$

Задача! В трапеции ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке E. Площадь треугольника AED равна 9. Точка E делит одну из диагоналей отношении 1:3. Найти площадь трапеции.

2 случай.



$$S_{\triangle AED} = S_{\triangle BEC} = 9.$$

$$DE = 3BE.$$

$$S_{\triangle AEB} = \frac{1}{3} S_{\triangle AED} = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3.$$

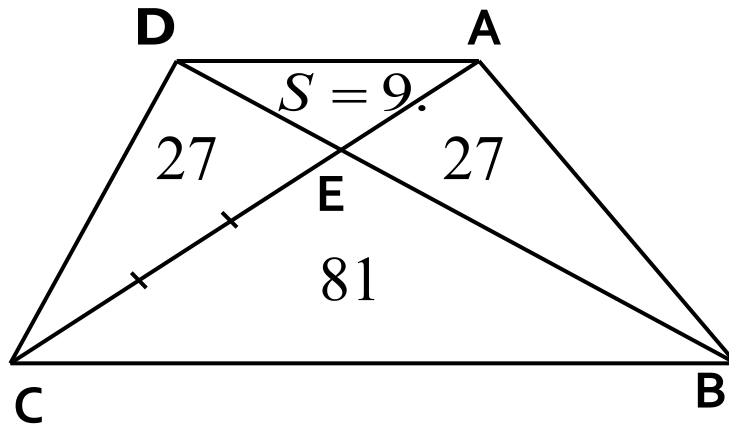
$\triangle DEC$ подобен $\triangle AEB$, $k = 3$.

$$S_{\triangle DEC} = 9 S_{\triangle AEB} = 9 \cdot 3 = 27.$$

$$S_{\triangle ABCD} = 9 + 9 + 3 + 27 = 48.$$

Задача! В трапеции ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке E. Площадь треугольника AED равна 9. Точка E делит одну из диагоналей отношении 1:3. Найти площадь трапеции.

3 случай.



$\triangle BEC$ подобен $\triangle DEA$, $k = 3$.

$$S_{\triangle CEB} = 9S_{\triangle AED} = 9 \cdot 9 = 81.$$

$$S_{\triangle CED} = 3S_{\triangle AED} = 3 \cdot 9 = 27.$$

$$S_{\triangle CED} = S_{\triangle BEA} = 27.$$

$$S_{\triangle ABCD} = 9 + 81 + 27 + 27 = 144.$$

Ответ : 16; 48; 144.

Литература :

1. Корянов А.Г. Математика ЕГЭ.- Г.Брянск, 2010.
2. Гордин Р.К. ЕГЭ 2011. Математика. Задача С4.-М. Издательство МЦНМО, 2011.
3. Атанасян Л.С. Геометрия 7-9.-М.Просвещение, 2006.
4. Гаврилова Н.Ф. Поурочные разработки по геометрии (дифференцированный подход).-М. ВАКО, 2005