

**Министерство общего и профессионального образования Ростовской  
области**

**Государственное бюджетное профессиональное образовательное  
учреждение Ростовской области  
«Ростовский – на – Дону строительный колледж»**

**Презентация  
на тему: «Кривые второго порядка «Парабола»»  
по дисциплине: «Математика»**

Выполнила  
Маенко А.К.  
студентка гр. С-23  
Проверила  
Никитина А. В.

г. Ростов-на-Дону  
2015г.

# Кривая второго порядка

Кривая второго порядка — геометрическое место точек плоскости, прямоугольные координаты которых удовлетворяют уравнению вида

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0,$$

в котором по крайней мере один из коэффициентов  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{13}$  отличен от нуля.

Вид кривой зависит от четырёх инвариантов:

- ✓ инварианты относительно поворота и сдвига системы координат:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} \quad D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}^2 \quad I = \operatorname{tr} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} = a_{11} + a_{22}$$

- ✓ инвариант относительно поворота системы координат (полуинвариант):

$$B = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{13} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}$$

# Классификация кривых второго порядка

## *Невырожденные кривые*

Кривая второго порядка называется невырожденной, если  $\Delta \neq 0$ .  
Могут возникать следующие варианты:

- ✓ Невырожденная кривая второго порядка называется центральной, если  $D \neq 0$
- ✓ эллипс — при условии  $D > 0$  и  $\Delta \cdot I < 0$ ;
- ✓ частный случай эллипса — окружность — при условии  $I^2 = 4D$  или  $a_{11} = a_{22}$ ,  $a_{12} = 0$ ;
- ✓ мнимый эллипс (ни одной вещественной точки) — при условии  $D > 0$  и  $\Delta \cdot I < 0$ ;
- ✓ гипербола — при условии  $D < 0$ ;
- ✓ Невырожденная кривая второго порядка называется нецентральной, если  $D = 0$
- ✓ парабола — при условии  $D = 0$ .

# Классификация кривых второго порядка

## *Вырожденные кривые*

Кривая второго порядка называется вырожденной, если  $\Delta = 0$

Могут возникать следующие варианты:

- ✓ вещественная точка на пересечении двух мнимых прямых (вырожденный эллипс) — при условии  $D > 0$ ;
- ✓ пара вещественных пересекающихся прямых (вырожденная гипербола) — при условии  $D < 0$ ;
- ✓ вырожденная парабола — при условии  $D = 0$ ;
- ✓ пара вещественных параллельных прямых — при условии  $B < 0$ ;
- ✓ одна вещественная прямая (две слившиеся параллельные прямые) — при условии  $B = 0$ ;
- ✓ пара мнимых параллельных прямых (ни одной вещественной точки) — при условии  $B > 0$ .

# Кривые второго порядка: эллипс, окружность, парабола, гипербола

Кривыми второго порядка на плоскости называются линии пересечения кругового конуса с плоскостями, не проходящими через его вершину.

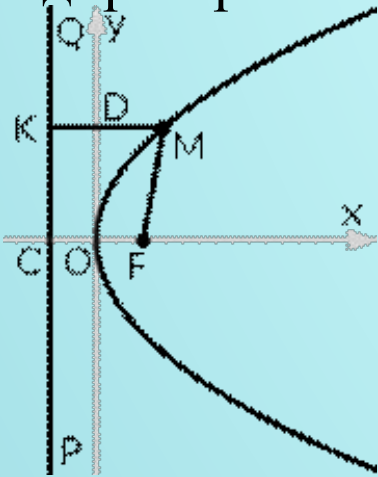
Если такая плоскость пересекает все образующие одной полости конуса, то в сечении получается *эллипс*, при пересечении образующих обеих полостей – *гипербола*, а если секущая плоскость параллельна какой-либо образующей, то сечением конуса является *парабола*.

Кривая второго порядка на плоскости в прямоугольной системе координат описывается уравнением:

$$Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$$

# Парабола

*Параболой* называется множество точек плоскости, каждая из которых находится на одинаковом расстоянии от данной точки, называемой фокусом, и от данной прямой, называемой директрисой и не проходящей через фокус.



Каноническое уравнение параболы в прямоугольной системе координат:

$$y^2 = 2px \text{ (или } x^2 = 2py, \text{ если поменять местами оси)}$$

где  $p$  (фокальный параметр) - расстояние от фокуса до директрисы

# Свойства параболы:

- ✓ Парабола — кривая второго порядка.
- ✓ Она имеет ось симметрии, называемой осью параболы . Ось проходит через фокус и перпендикулярна директрисе.
- ✓ Пучок лучей параллельных оси, отражаясь в параболе, собирается в её фокусе. Для параболы с вершиной в начале координат  $(0; 0)$  и положительным направлением ветвей фокус находится в точке  $(0; 0,25)$ .



# Свойства параболы:

- ✓ Если фокус параболы отразить относительно касательной, то его образ будет лежать на директрисе.
- ✓ Парабола является антиподерой прямой.
- ✓ Все параболы подобны. Расстояние между фокусом и директрисой определяет масштаб.
- ✓ При вращении параболы вокруг оси симметрии получается эллиптический параболоид.
  - Прямая пересекает параболу не более чем в двух точках.
  - Эксцентриситет параболы  $e = 1$ .



**Спасибо за внимание**