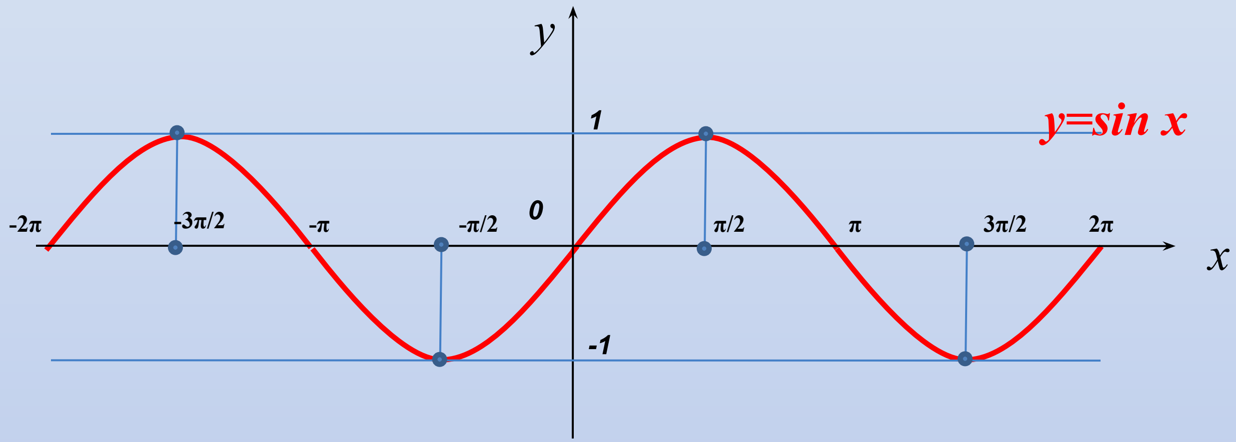
Графики тригонометрических функций и их свойства

- Функция y =Функция y = sin x,Функция y = sin x, ее свойства
- Функция y =Функция y = cos x
- Преобразование графиков тригонометрических функций путем параллельного переноса
- Преобразование графиков тригонометрических функций путем сжатия и расширения
- Преобразование графиков тригонометрических функцийПреобразование графиков тригонометрических функций Преобразование графиков тригонометрических функций путем зеркального отражения относительно оси абсцисс
- Построение графика функции гармонических колебаний
- y=A sin(y=A sin(ωy=A sin(ωx+y=A sin(ωx+φ_0)
- Построение графика Построение графика y=sin x Построение графика y=sin x с помощью числового круга

Функция *y=sin x* и ее свойства

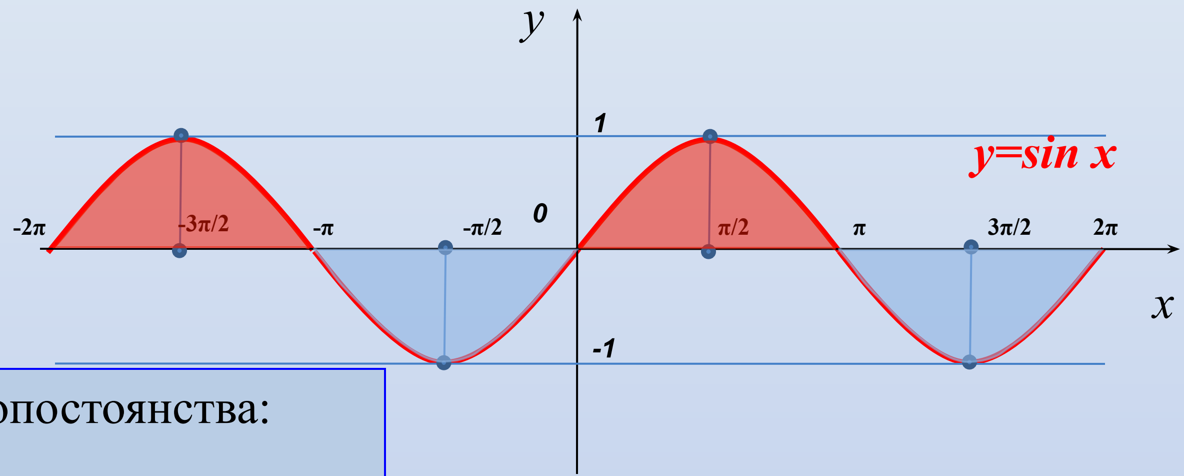


Графиком функции ***y=sin x*** является ***синусоида***

Свойства функции:

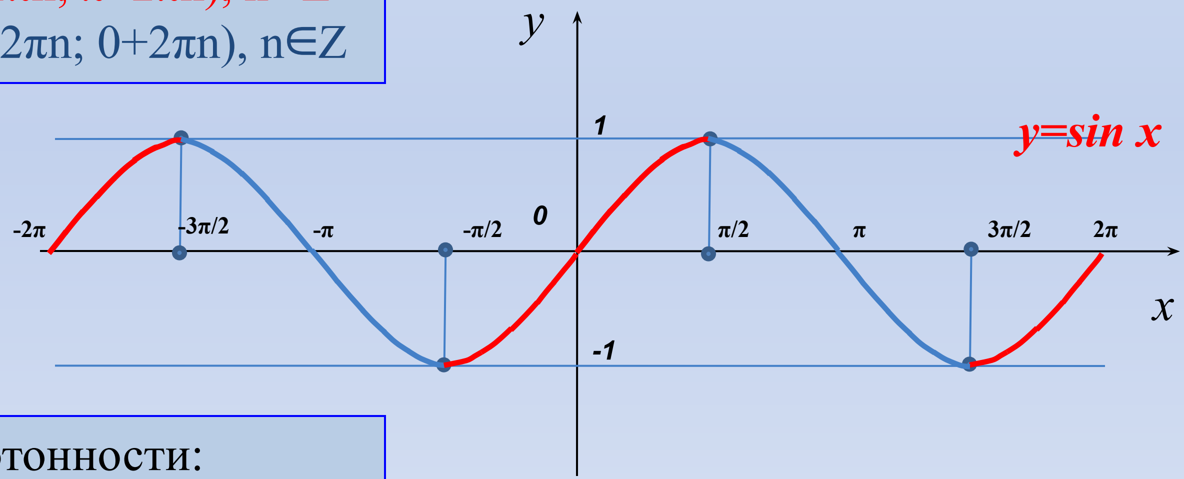
1. $D(y) = R$
2. Периодическая ($T=2\pi$)
3. Нечетная ($\sin(-x)=-\sin x$)
4. Нули функции:

   $y=0$, $\sin x=0$ при $x = \pi n$, $n \in Z$

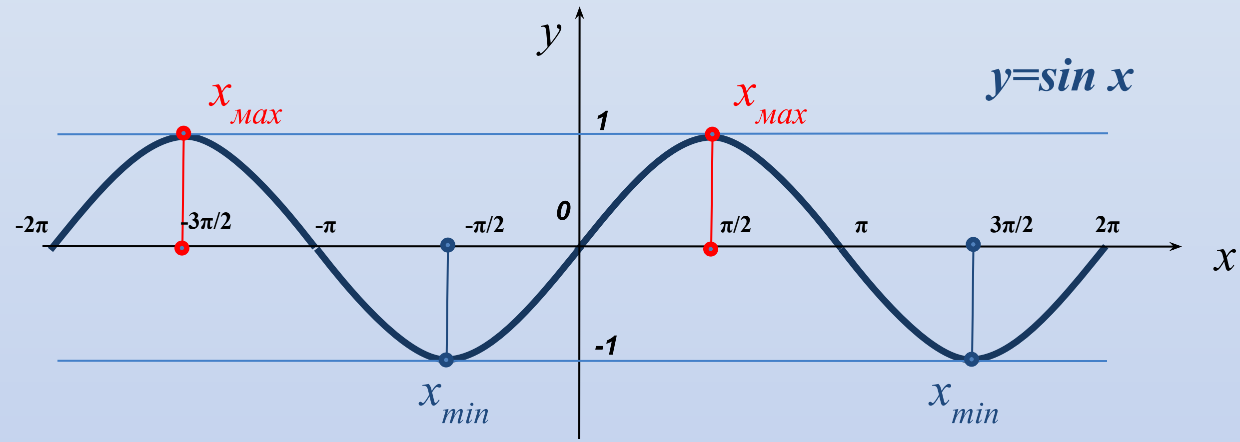


5. Промежутки знакопостоянства:

У>0 при x ∈ (0+2πn; π+2πn), n∈Z
У<0 при x ∈ (-π+2πn; 0+2πn), n∈Z



6. Промежутки монотонности:
функция возрастает на промежутках вида: [-π/2+2πn; π/2+2πn], n∈Z
функция убывает на промежутках вида: [π/2+2πn; 3π/2+2πn], n∈Z

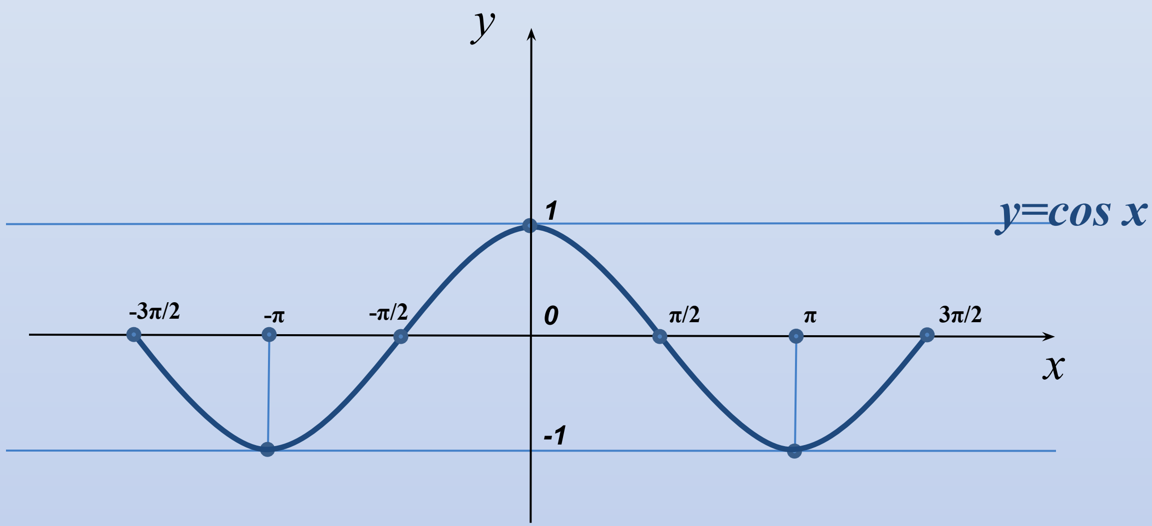


7. Точки экстремума:

$X_{мах} = \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$

$X_{min} = -\pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$

Функция *y=cos x*



Графиком функции ***y = cos x*** *является* ***косинусоида***

sin(x+π/2)=cos x

Свойства функции *y=cos x*

1. $D(y) = R$
2. Периодическая $T=2\pi$
3. Четная $\cos(-x)=\cos x$
4. Нули функции:

$y=0$, $\cos x=0$ при $x = 1/2\pi n$, $n \in Z$

5. Промежутки знакопостоянства:

$У>0$ при $x \in (-\pi/2+2\pi n; \pi/2+2\pi n)$, $n \in Z$

$У<0$ при $x \in (\pi/2+2\pi n; 3\pi/2+2\pi n)$, $n \in Z$

6. Промежутки монотонности:

функция возрастает на промежутках вида:

$[\pi+2\pi n; 2\pi+2\pi n]$, $n \in Z$

функция убывает на промежутках вида:

$[0+2\pi n; \pi+2\pi n]$, $n \in Z$

7. Точки экстремума:

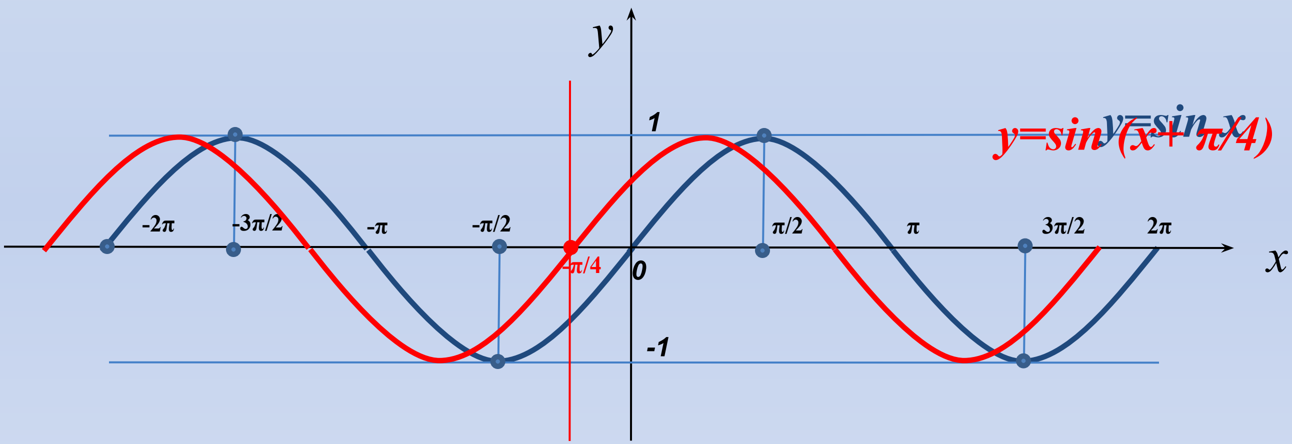
$X_{мах} = 0 +2\pi n$, $n \in Z$

$X_{min} = \pi +2\pi n$, $n \in Z$

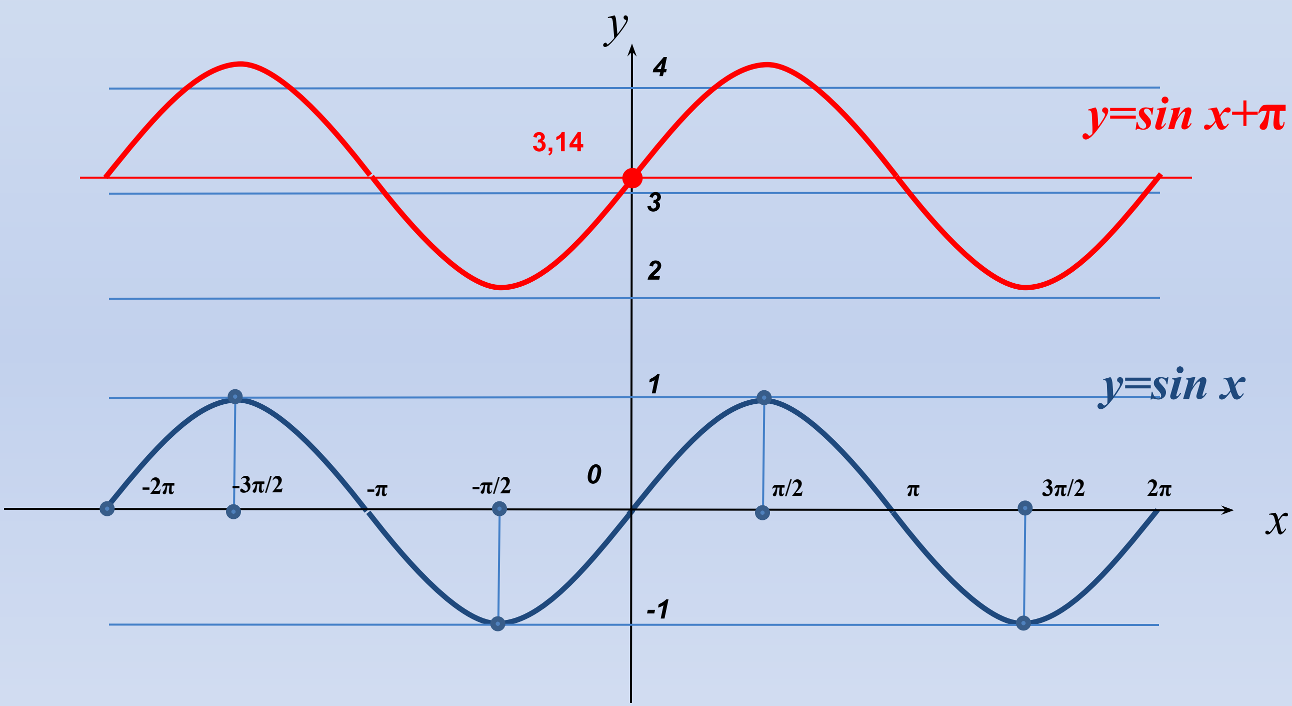
Преобразование графиков тригонометрических функций путем параллельного переноса

- **График функции** $y = f(x+в)$ **получается из графика функции** $y = f(x)$ **параллельным переносом на** $(-в)$ **единиц вдоль оси абсцисс**
- **График функции** $y = f(x)+a$ **получается из графика функции** $y = f(x)$ **параллельным переносом на** (a) **единиц вдоль оси ординат**

Построение графика функции *y=sin(x+π/4)* путем перемещения графика *y=sin(x)* влево по оси абсцисс на расстояние **π/4**



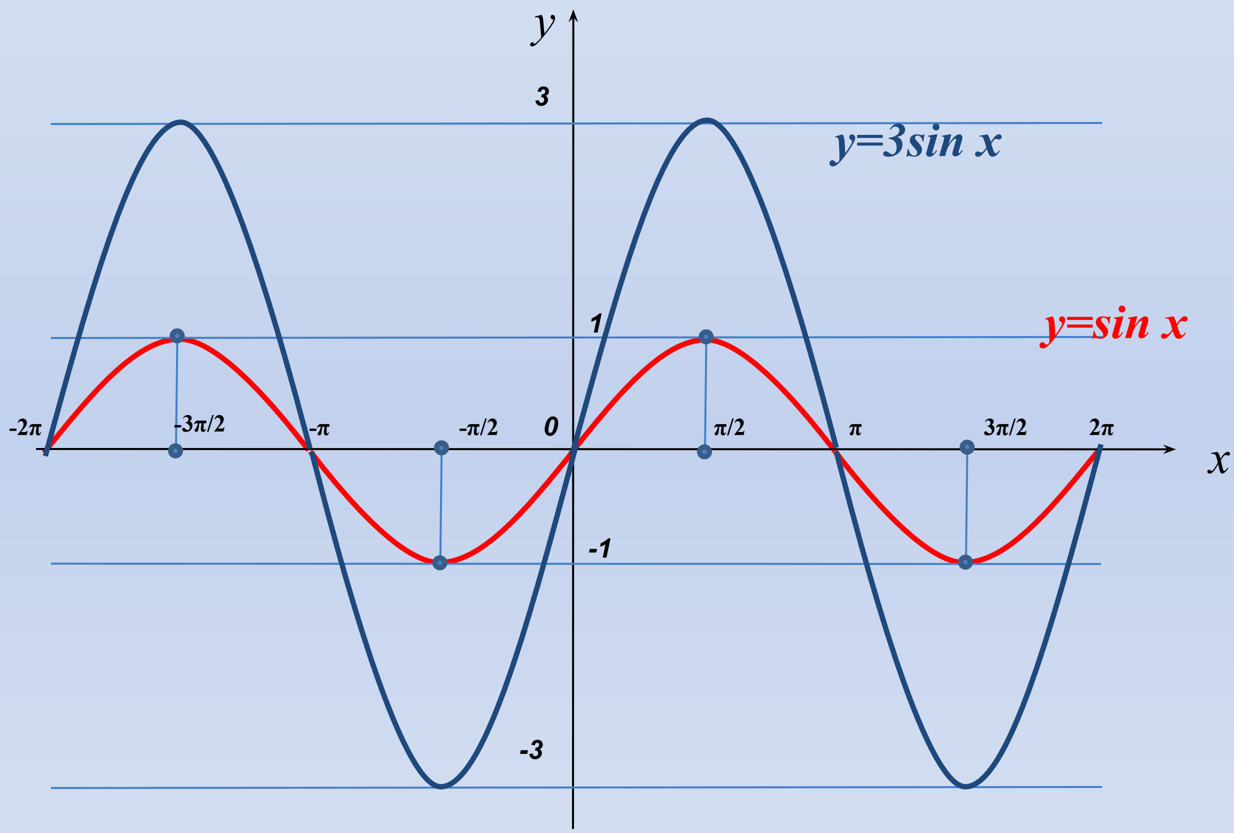
Построение графика функции $y=\sin x+\pi$ путем параллельного переноса графика $y=\sin(x)$ на расстояние π единиц вдоль оси ординат



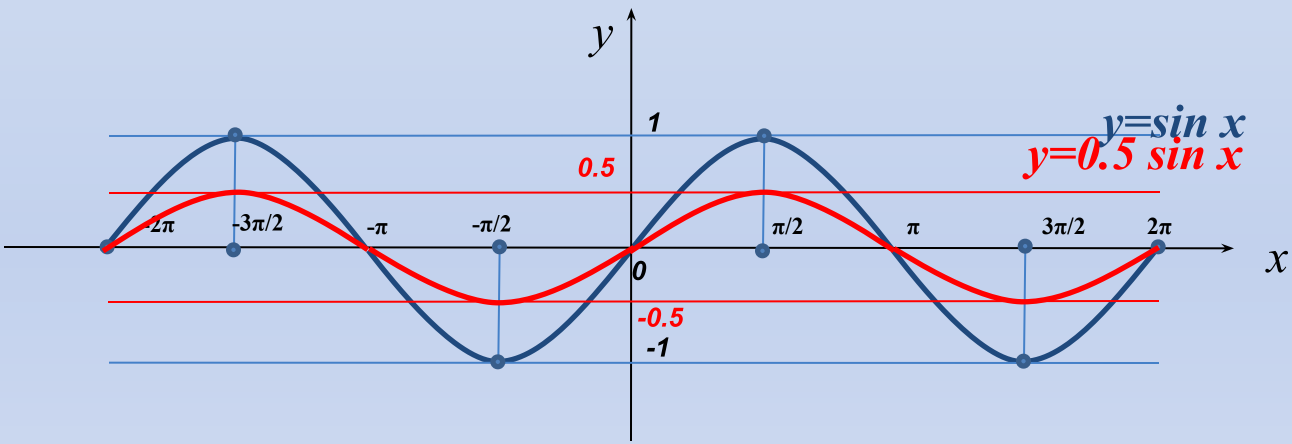
Преобразование графиков тригонометрических функций путем сжатия и растяжения

- График функции y =k f (x) получается из графика функции y = f(x) путем его растяжения в k раз (при k>1) вдоль оси ординат
- График функции y = k f (x) получается из графика функции y = f(x) путем его сжатия в k раз (при 0<k<1) вдоль оси ординат

- График функции y =3sin x получается из графика функции
- y = sin x путем его растяжения в 3 раза вдоль оси ординат



- График функции ***y =0.5 sin x*** получается из графика функции ***y = sin x*** путем его сжатия в 2 раза вдоль оси ординат

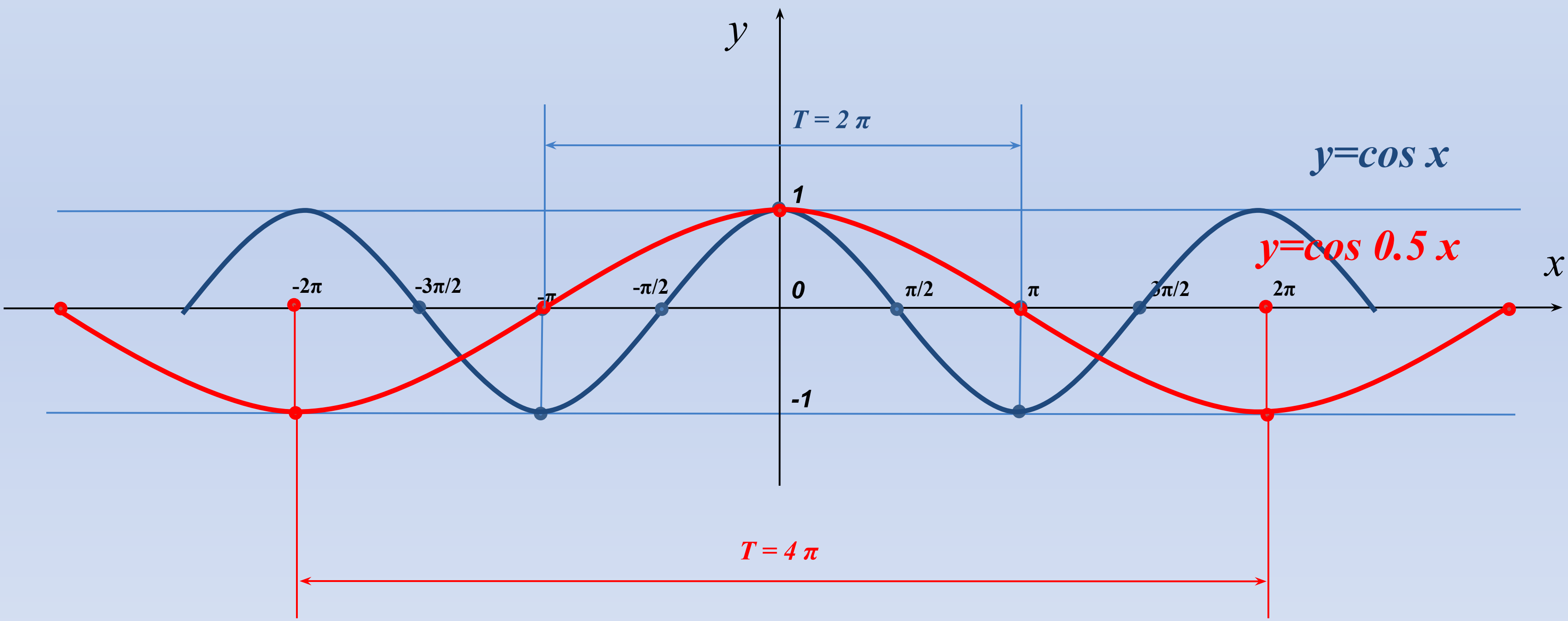


Преобразование графиков тригонометрических функций путем сжатия и растяжения

График функции $y = f(kx)$ получается из графика функции $y = f(x)$ путем его сжатия в k раз (при $k>1$) вдоль оси абсцисс

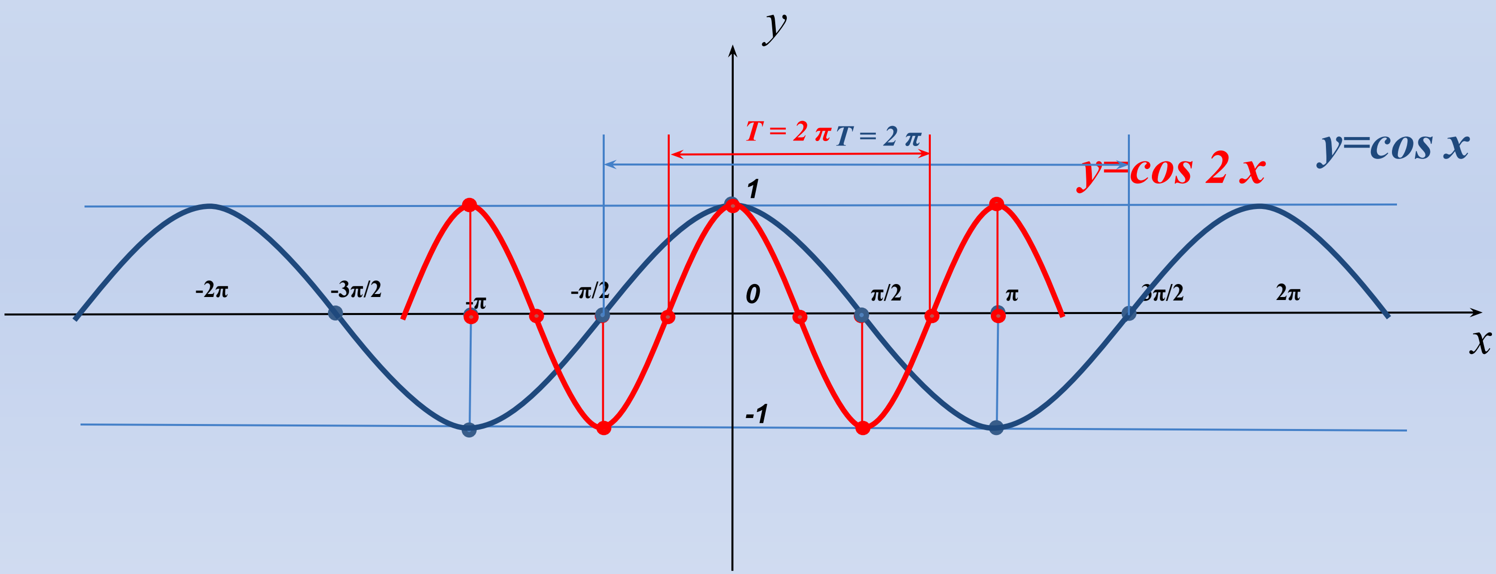
График функции $y = f(kx)$ получается из графика функции $y = f(x)$ путем его растяжения в k раз (при $0<k<1$) вдоль оси абсцисс

График функции ***y = cos (0.5x)*** получается из графика функции ***y = cos x*** путем его растяжения в 2 раза (0<k<1) вдоль оси абсцисс



Видно, что период (T) функции увеличился в 2 раза, т.к. T = 2 π/ω, где ω – коэффициент при переменной x (частота колебаний)

График функции ***y = cos 2x*** получается из графика функции ***y = cos x*** путем его сжатия в 2 раза (k>1) вдоль оси абсцисс



Видно, что период (Т) функции уменьшился в 2 раза, т.к. Т = 2 π/ω, где ω – коэффициент при переменной х (частота колебаний)

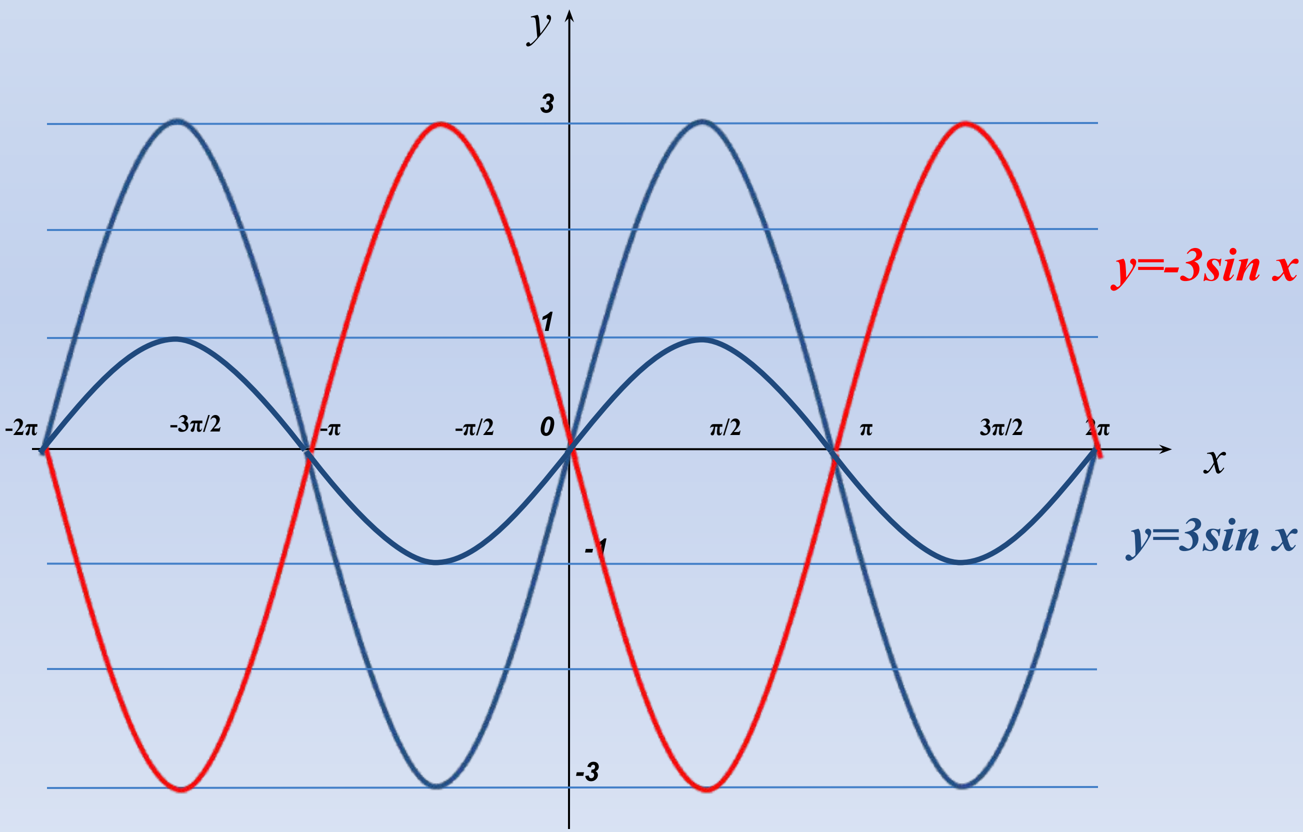
Преобразование графиков тригонометрических функций путем зеркального отражения относительно оси абсцисс

Графики функций $y = -f(kx)$ и $y=-k\,f(x)$ получаются из графиков функций $y = f(kx)$ и $y= k\,f(x)$ соответственно путем их зеркального отображения относительно оси абсцисс

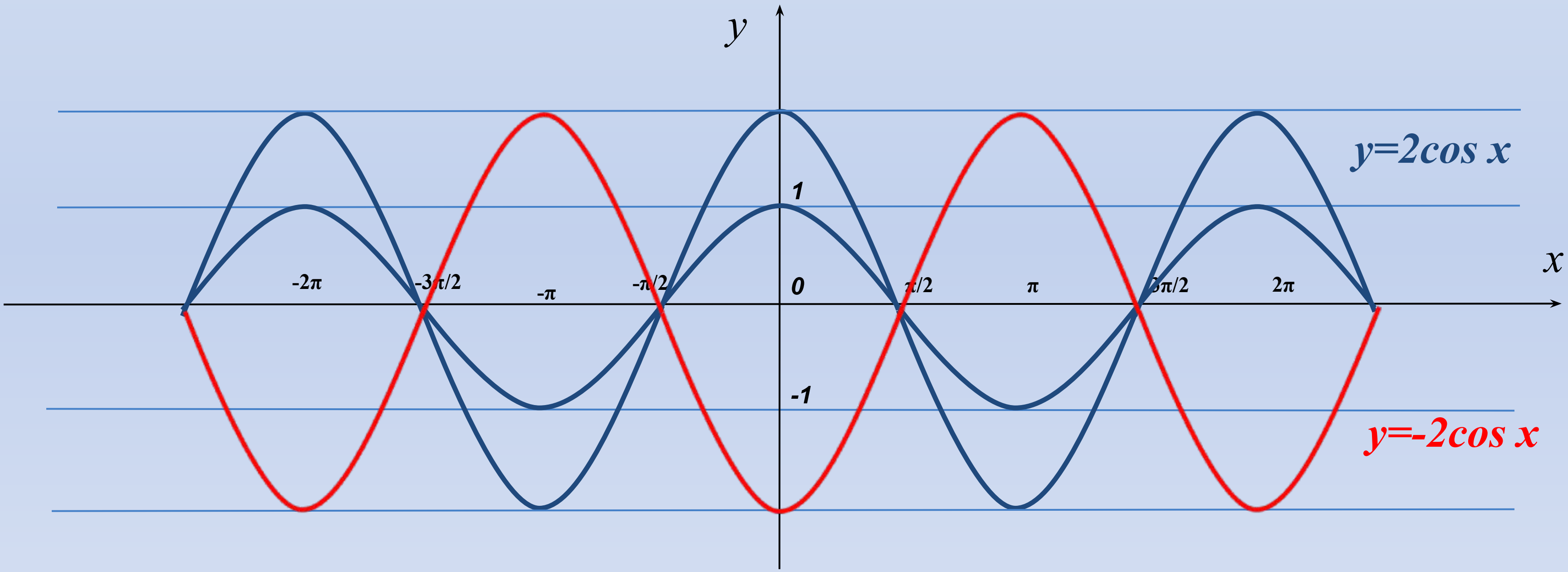
синус – функция нечетная, поэтому $\sin(-kx) = -\sin(kx)$

косинус –функция четная, значит $\cos(-kx) = \cos(kx)$

Графики функций *y = -3sin x* получается из графика функции *y = 3sin x* путем ее зеркального отображения относительно оси абсцисс



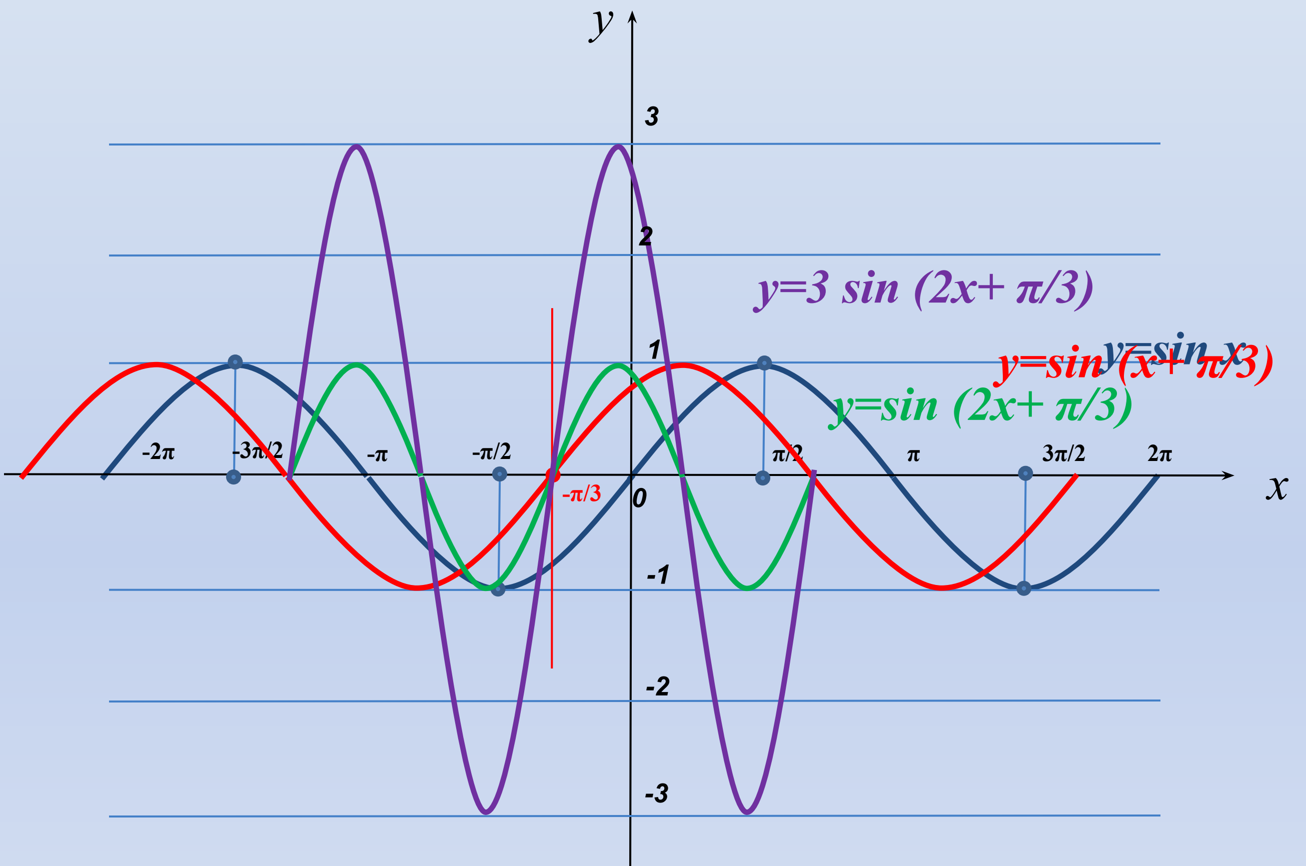
Графики функций *y = -2cos x* получается из графика функции *y = 2cos x* путем ее зеркального отображения относительно оси абсцисс



Построение графика функции гармонических колебаний $y=A\sin(\omega x+\varphi 0)$

Для примера строим график функции ***$y=3\sin(2x+\pi/3)$.***
Здесь амплитуда колебаний A равняется 3 единицам,
круговая частота колебаний ω равна 2,
а начальная фаза колебаний φ_0 равна π/3, т.е.:
$A=3$, $\omega=2$ и $\varphi_0=\pi/3$. Период колебаний $T=2\pi/\omega$.

Последовательность построения графика функции **$y=3\sin(2x+\pi/3)$**



- *Строим исходный график функции* ***y= sin x***
- *Используя параллельный перенос сдвигаем график функции* ***y= sin x*** *влево по оси абсцисс на расстояние π/3*
- *Сжимаем график функции* ***y= sin (x+π/3)*** *в 2 раза по оси абсцисс*
- *Растягиваем график функции* ***y= sin (2x+π/3)*** *в 3 раза по оси ординат*

Построение графика y=sin x с помощью числового круга