

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

ЕГЭ. ФИЗИКА
РЕПЕТИЦИЯ ПО ФИЗИКЕ
Владимир Петрович Сафронов 2015
г. Ростов-на-Дону
Звоните: т. 8 928 111 7884
Пишите: safron-47@mail.ru

Основные понятия

Колебаниями называются процессы в той или иной степени повторяющиеся во времени.

Период колебаний T , с — время одного полного колебания $T = \frac{t}{N}$.

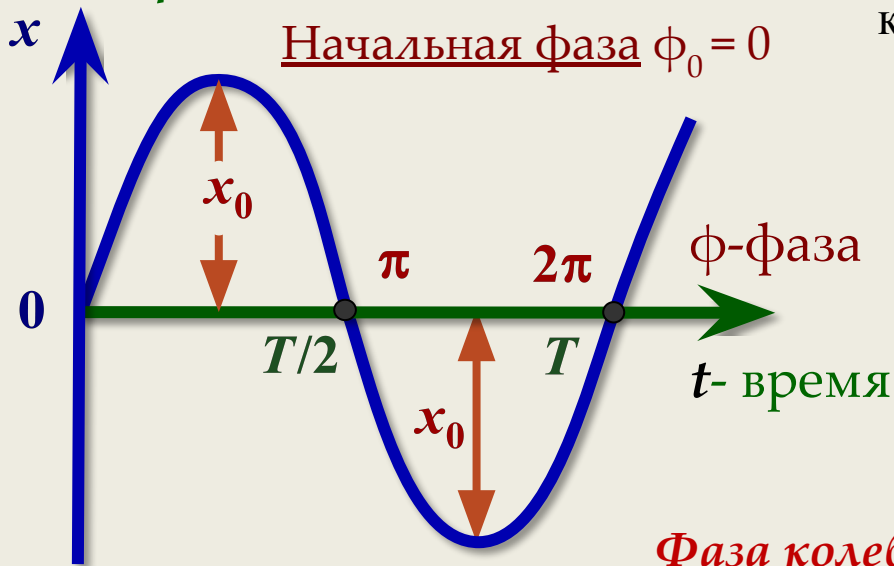
Частота ν , Гц — количество полных колебаний, совершаемых за единицу времени. $\nu = \frac{N}{t}$.

Циклическая (круговая) частота ω , рад/с

$$\omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t} = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}. \quad \nu = \frac{1}{T}.$$

Гармонические колебания.

Начальная фаза $\varphi_0 = 0$



Гармонические колебания — это процессы, в которых физические величины меняются по гармоническому закону (рис):

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

x_0 — амплитуда колебаний — максимальное значение колеблющейся величины.

Например, наибольшее отклонение маятника x_0 , наибольшая скорость v_0 и ускорение маятника a_0 .

Фаза колебаний $\omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t} \Rightarrow \underline{\varphi = (\omega t + \varphi_0)}$.

Начальная фаза колебаний φ_0 .

Скорость и ускорение гармонических колебаний

Кинематическое уравнение движения

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Скорость колебаний, по определению, является первой производной смещения по времени:

$$v(t) = (x)'_t = v_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$v_0 = x_0 \omega$ — амплитуда скорости.

Ускорение определяется второй производной:

$$a(t) = (x)''_{t^2} = -a_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$a_0 = x_0 \omega^2$ — амплитуда ускорения.

$$a(t) = \omega^2 x(t).$$

Динамическое описание.

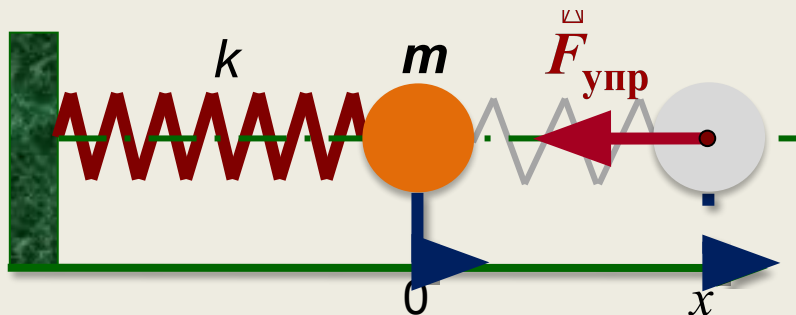
Если II закон Ньютона имеет вид $\underline{ma_x(t) = -kx(t)}$,

то, движение является гармоническим колебанием $x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$

с циклической частотой $\underline{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$ и периодом $\underline{T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}}$.

Пружинный маятник.

КОЛЕБАНИЯ МАЯТНИКОВ



Груз массой m на пружине жесткостью k , совершает колебания под действием возвращающей силы упругости (рис).

По закону Гука $F_{\text{упр}} = -kx$.

По второму закону Ньютона $m \cdot a = F_{\text{упр}} \Rightarrow \underline{m \cdot a = -kx} \Rightarrow$

значит, колебания пружинного маятника происходят по гармоническому закону

$$x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t), \quad \text{с собственной циклической частотой} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{и периодом} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Математический маятник — материальная точка массой m , подвешенная на невесомой нерастяжимой нити длиной L .

Колебания происходят под действием возвращающей силы

$$F_{\text{возвр}} = -mg \sin \varphi = -mg \frac{x}{L} = -\frac{mg}{L} x.$$

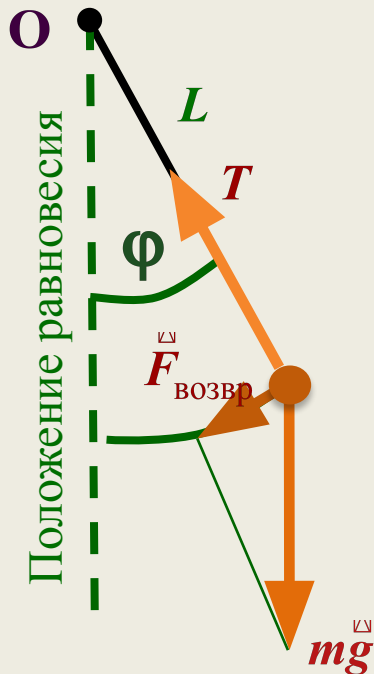
По второму закону Ньютона $m \cdot a = F_{\text{возвр}} \Rightarrow m \cdot a = -\left(\frac{mg}{L}\right) \cdot x \Rightarrow$

значит, колебания маятника происходят по гармоническому закону

$$x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t), \quad \text{с собственной циклической частотой} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

и периодом $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$.

При движении с ускорением $T = 2\pi \sqrt{L/|g-a|}$.



Преобразование энергии при гармонических колебаниях

При свободных гармонических колебаниях выполняется закон сохранения механической энергии: в любой точке траектории сумма кинетической и потенциальной энергий не меняется.

Например, для пружинного маятника:

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{kx_0^2}{2} \sin^2(\omega t) \quad \text{— потенциальная энергия в момент времени } t.$$

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} \cdot \cos^2(\omega t) = \frac{m\omega^2 x_0^2}{2} \cdot \cos^2(\omega t) \quad \text{— кинетическая энергия в момент времени } t.$$

$$E = K + U = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{kx_0^2}{2} [\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)] = \frac{kx_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} = \text{const}$$

Для математического маятника:

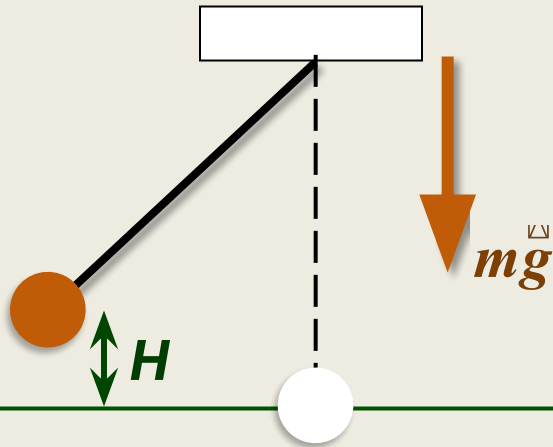
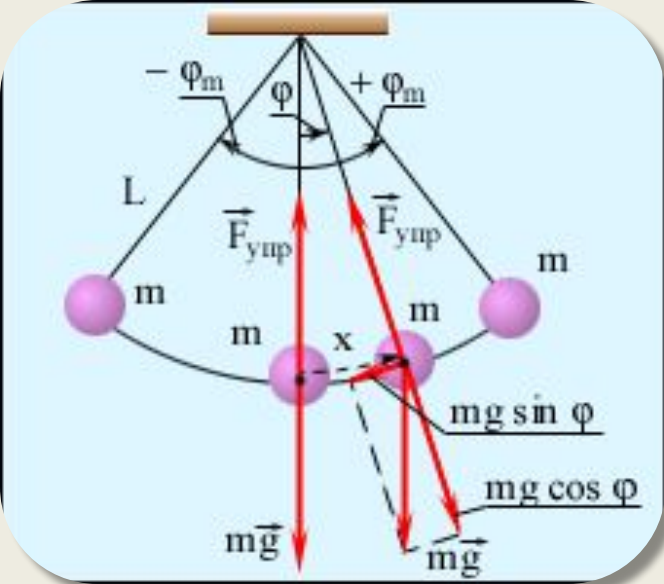
$$E = K + U = \frac{mv^2}{2} + mgh = mgH = \frac{mv_0^2}{2} = \text{const}$$

x_0, x — амплитуда и текущее значение смещения,

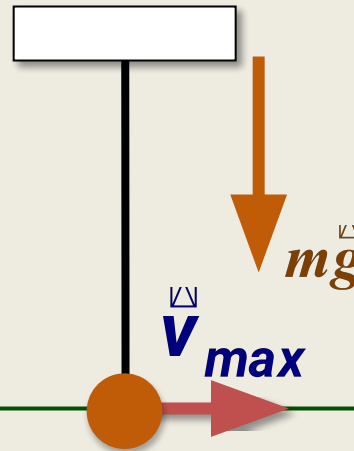
H, h — максимальная и текущая высота подъема материальной точки,

v_0, v — максимальная и текущая скорость материальной точки.

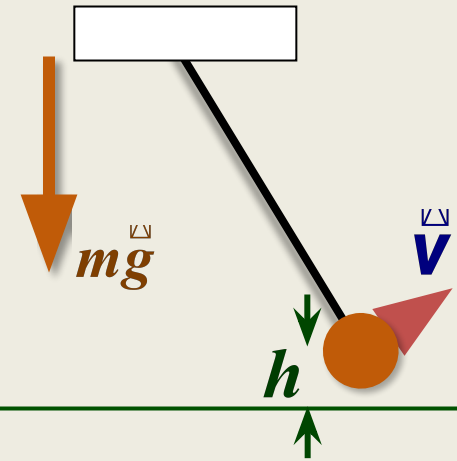
ПРИМЕР



$$E = U_{\max} = mgH = 5 \text{ Дж}$$

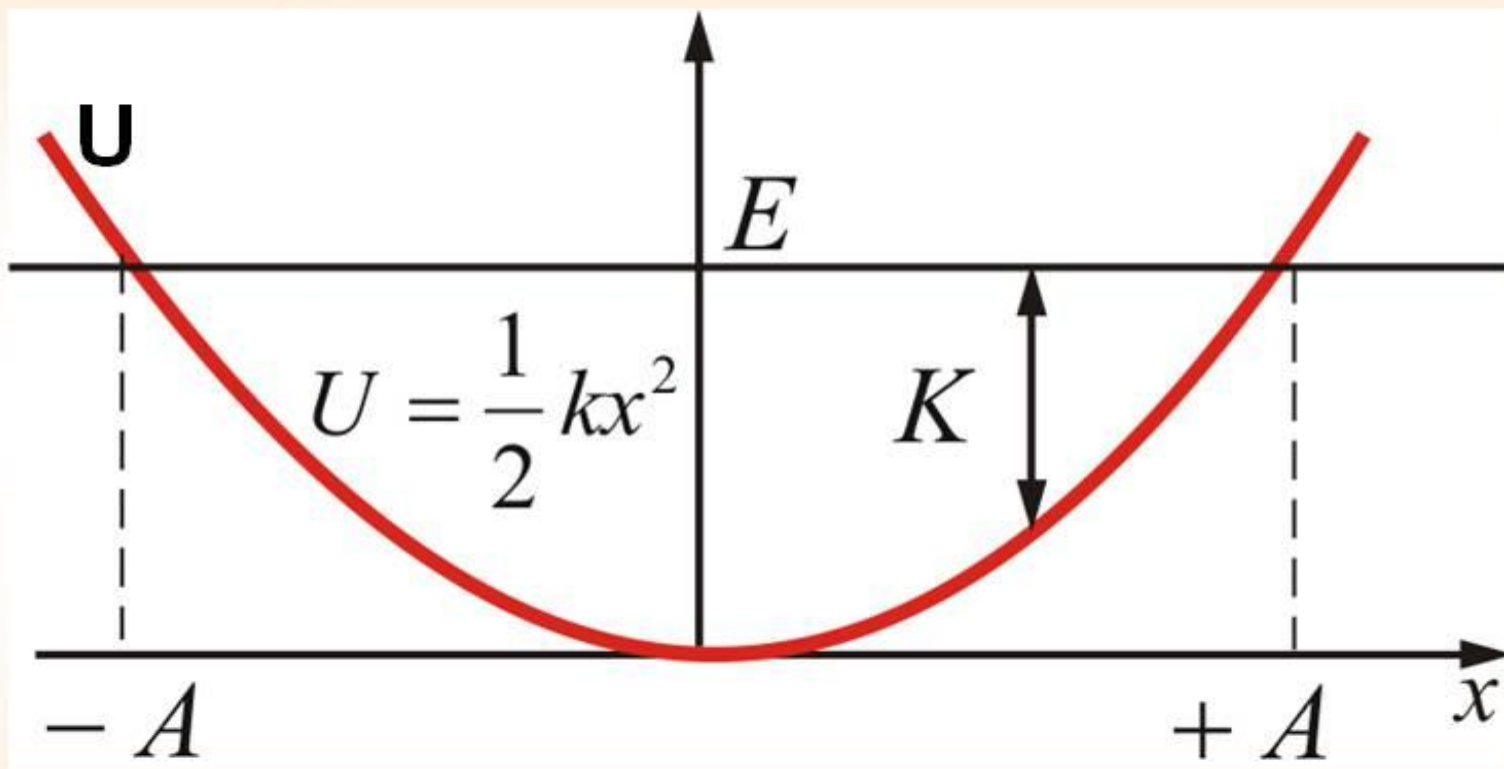


$$E = K_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = 5 \text{ Дж}$$



$$E = K + U = \frac{mv^2}{2} + mgh = 3 + 2 = 5 \text{ Дж}$$

На рисунке приведена зависимость потенциальной энергии U в зависимости от отклонения от положения равновесия



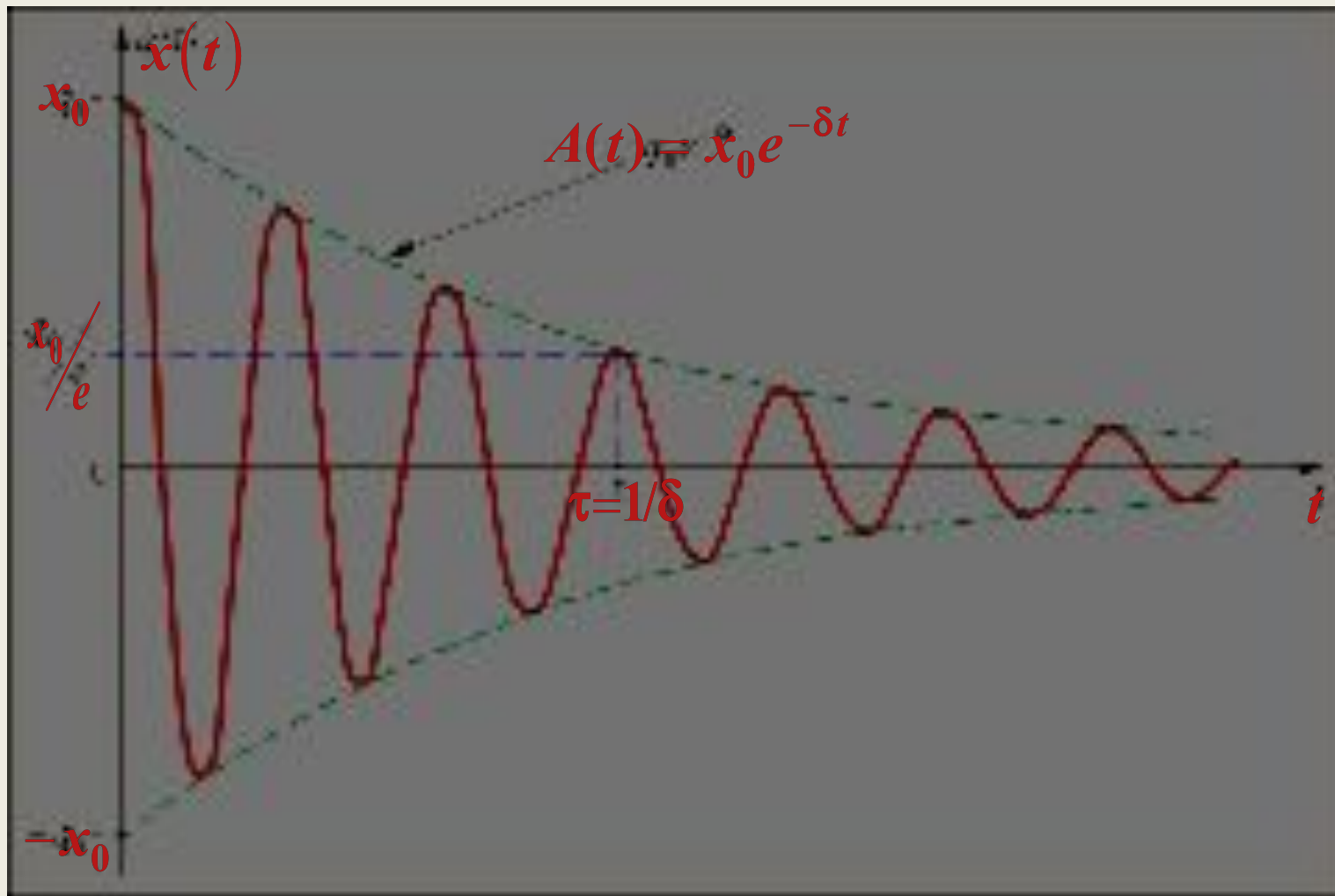
$$E = \frac{1}{2} kA^2.$$

$$K = E - U$$

Затухающие колебания

Свободными затухающими называются колебания, механическая энергия которых расходуется на работу против диссипативных сил (сил трения): $Q = A_{\text{тр}} = -\square E$.

Амплитуда колебаний уменьшается, колебания затухают.



Вынужденные колебания

Вынужденные гармонические колебания происходят под действием внешней вынуждающей силы, которая меняется по гармоническому закону:

$$F(t) = F_0 \sin(\Omega t)$$

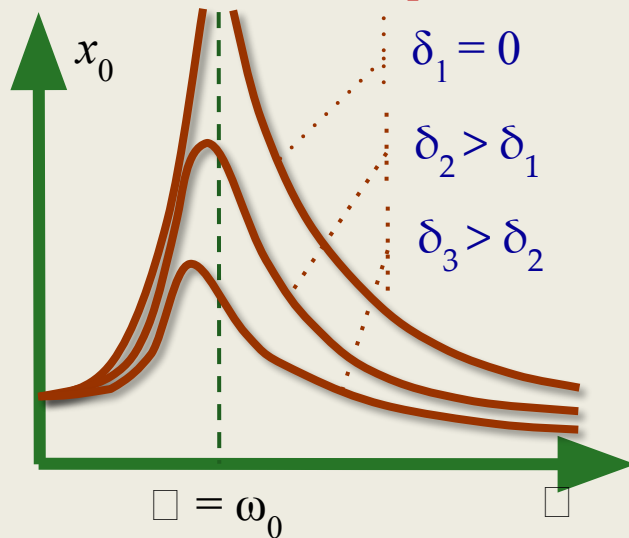
- \square — циклическая частота вынуждающей силы,
- F_0 — максимальное значение (амплитуда) силы.

Кроме вынуждающей на систему действуют силы

$$F_{\text{упр}} = -kx \quad \text{и} \quad F_{\text{тр}} = -\alpha \cdot v.$$

Установившиеся колебания также являются гармоническими, причем совершаются с циклической частотой вынуждающей силы \square .

Резонансные кривые



Резонанс — явление резкого возрастания

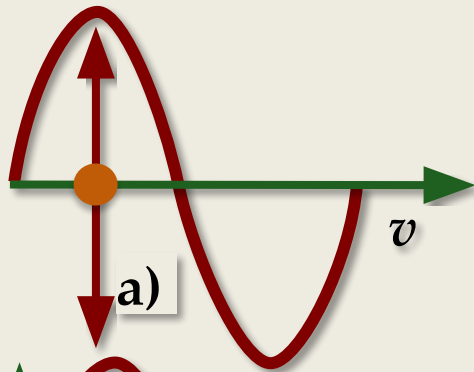
амплитуды вынужденных колебаний при приближении циклической частоты вынуждающей силы \square к собственной частоте системы ω_0 (рис.).

Амплитуда увеличивается до тех пор, пока работа сил трения не сравняется с работой внешней силы.

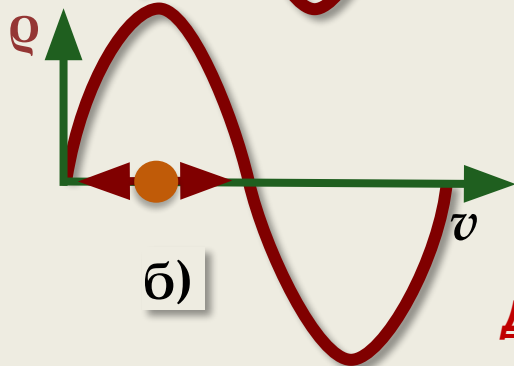
При отсутствии трения $\delta_1 = 0$ возрастание амплитуды неограниченно.

УПРУГИЕ ВОЛНЫ

Распространение колебаний в упругих средах происходит за счет упругих волн. Упруго деформированный участок среды, возвращая начальную форму, деформирует соседние участки и т.д. Волны переносят энергию и импульс без переноса вещества.

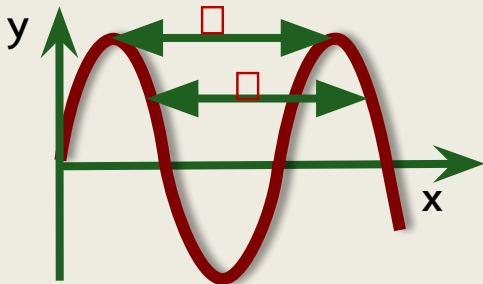


Поперечной называется волна, в которой частицы среды колеблются в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны (наблюдаются только в твердых телах, рис. а).



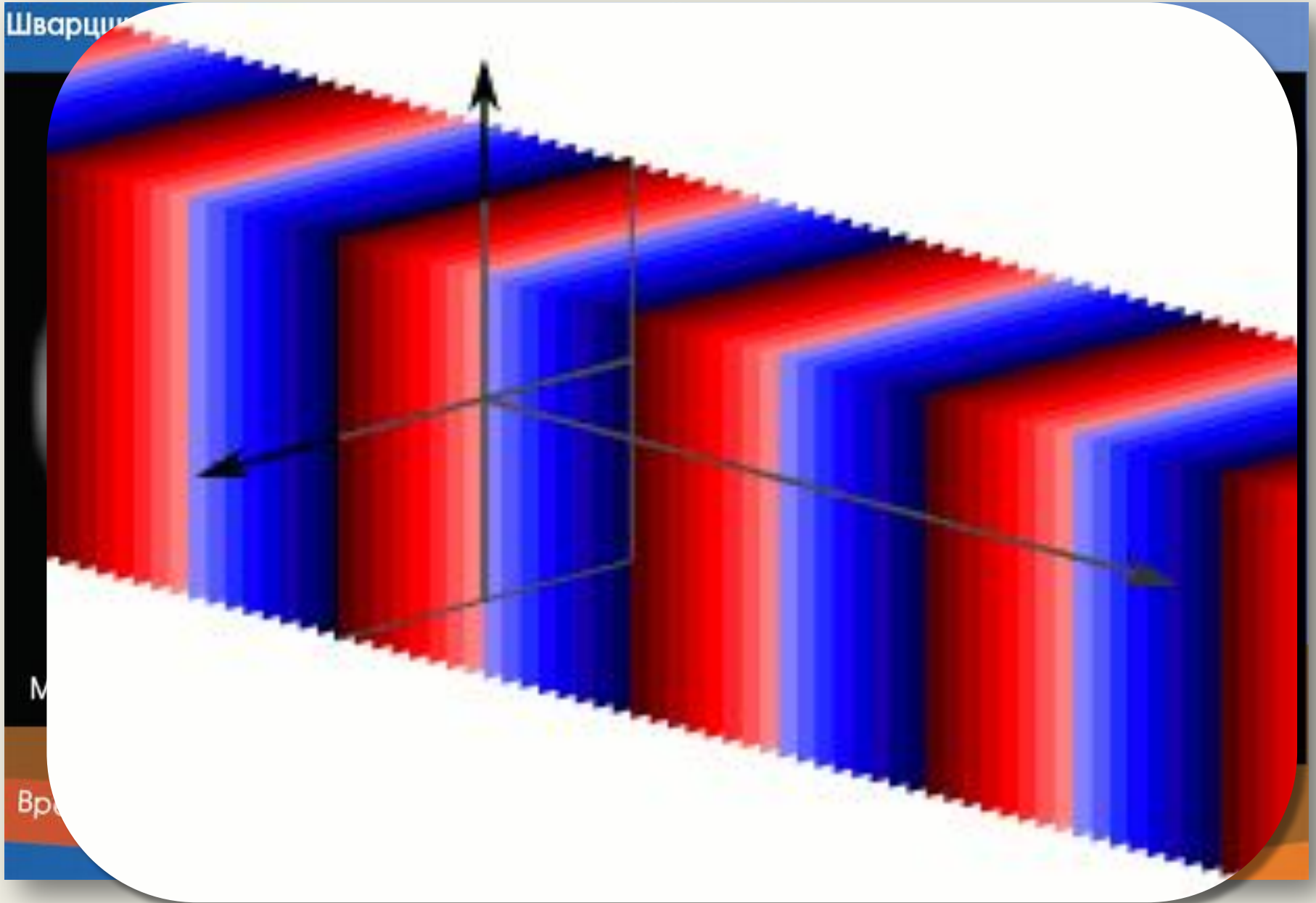
Продольной называется волна, в которой колебание частиц происходит в направлении распространения волны, изменяя плотность среды (наблюдаются в газах, жидкостях и твердых телах, рис. б).

Длина волны λ , м – расстояние между двумя ближайшими точками среды, которые колеблются в одинаковой фазе.



Волновой поверхностью (**фронт волны**) называется геометрическое место точек среды, которые колеблются в одной фазе. По форме фронта волны делятся на плоские, цилиндрические, сферические.

Волны



Связь длины волны λ со скоростью ее распространения v

Длина волны равна расстоянию, которое проходит волна за время, равное периоду колебаний источника волн:

$$\lambda = c \cdot T; \quad \lambda \cdot \nu = c$$

Звуковые волны — упругие волны в слышимом диапазоне частот:

инфразвук, 16 Гц < слышимый диапазон < 20 000 Гц, ультразвук.

Скорость звука

$$v_{\text{воздух}} = 330 \text{ м/с}; \quad v_{\text{вода}} = 1\,500 \text{ м/с}; \quad v_{\text{сталь}} = 5\,000 \text{ м/с}.$$

Громкость (сила) звука определяется квадратом амплитуды колебаний частицы среды.

Высота тона определяется частотой звуковых колебаний: чем больше частота, тем выше тон.

Дифракция — огибание волнами препятствий.

Интерференция — сложение двух или более когерентных (одинаковых по частоте) волн, в результате которого возникают устойчивые области усиления (max) и ослабления (min) колебаний.

**КОНЕЦ
МЕХАНИЧЕСКИЕ
КОЛЕБАНИЯ**