

# НОУ по теме «треугольник Эйлера-Бернулли»



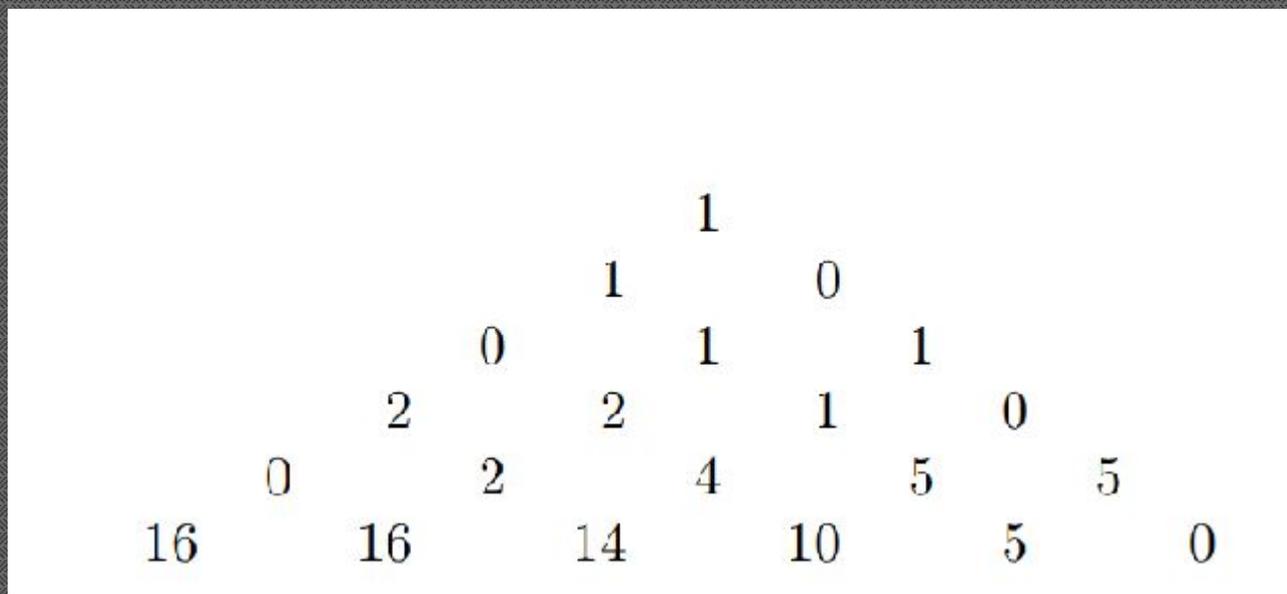
**РАБОТУ ВЫПОЛНИЛА:  
УЧЕНИЦА 9«Б» КЛАССА  
МБОУ СОШ №60  
КАРЯКИНА А.С.  
РУКОВОДИТЕЛЬ: РУДЕНКО Н.П.**

г. Нижний Новгород  
2018г

**Цель:** узнать как можно больше про треугольник и Эйлера-Бернули и числа Эйлера, как вглядит и где используют.

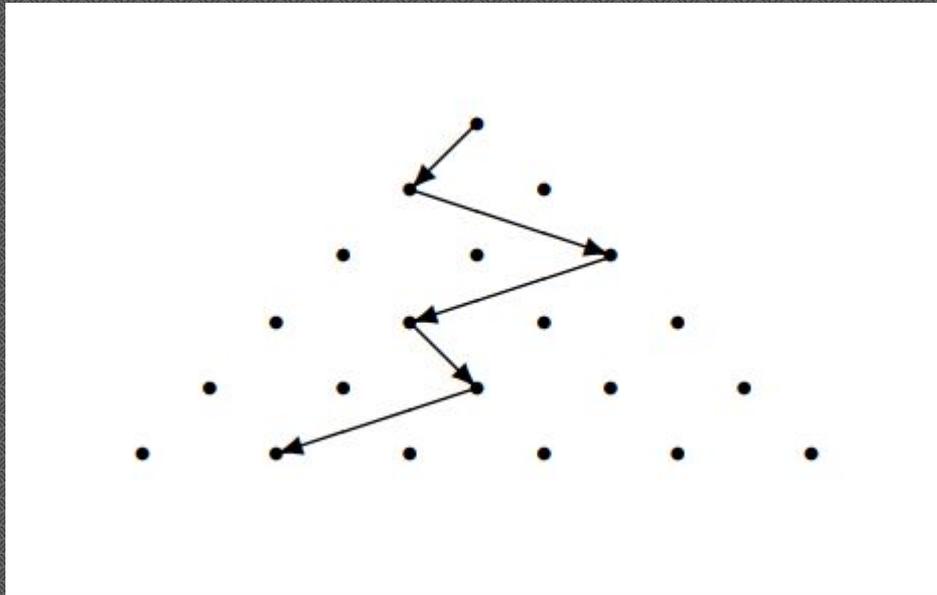
**Задача:** рассмотреть треугольник .

Треугольник Бернулли–Эйлера (рис. 1), как и треугольник Паскаля, обладает многими замечательными свойствами. Левая сторона этого треугольника называется стороной Бернулли, правая — стороной Эйлера



Треугольник Эйлера-Бернулли

В треугольнике рассматриваются только пути, идущие зигзагом: нечетные шаги влево, четные — вправо.



Перестановка на множестве  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$  называется пилообразной, или up-down перестановкой, если каждый элемент в ней либо больше, либо меньше обоих своих соседей.

Например, перестановка  $(3, 2, 7, 1, 6, 4, 5)$  — пилообразная.

Вот все пи-

лообразные перестановки для  $n = 2, 3, 4, 5$ , в которых

последний элемент

меньше своего левого соседа (а значит, первый элемент

больше своего пра-

вого соседа, если  $n$  четно, и меньше его, если  $n$  нечетно):

$(2, 1)$

$(1, 3, 2)$   $(2, 3, 1)$

$(2, 1, 4, 3)$   $(3, 1, 4, 2)$   $(3, 2, 4, 1)$   $(4, 1, 3, 2)$   $(4, 2, 3, 1)$

$(1, 3, 2, 5, 4)$   $(1, 4, 2, 5, 3)$   $(1, 4, 3, 5, 2)$   $(1, 5, 2, 4, 3)$   $(1, 5, 3, 2, 4)$   $(2, 3, 1, 5, 4)$

$(2, 4, 1, 5, 3)$   $(2, 4, 3, 5, 1)$   $(2, 5, 1, 4, 3)$   $(2, 5, 3, 4, 1)$   $(3, 4, 1, 5, 2)$   $(3, 4, 2, 5, 1)$

$(3, 5, 1, 4, 2)$   $(3, 5, 2, 4, 1)$   $(4, 5, 1, 3, 2)$   $(4, 5, 2, 3, 1)$

Для заданного натурального числа  $n$  существует единственная перестановка без подъёмов, то есть  $(n, n-1, n-2, \dots, 1)$ . Также существует единственная перестановка, которая имеет  $n - 1$  подъёмов, то есть  $(1, 2, 3, \dots, n-1)$ . Таким образом,

$$\langle n \rangle_0 = \langle n \rangle_{n-1} = 1 \text{ для всех натуральных } n.$$

Зеркальным отражением для всех *натуральных*  $n$ .

перестановки с  $m$  подъёмами является перестановка с  $n - m - 1$  подъёмами. Таким образом

$$\langle n \rangle_m = \langle n \rangle_{n-m-1}.$$

## Заключение

В результате исследования можно понять, что треугольник заполняется так. В нулевой строке пишется "1". Каждая нечетная строка (1-я, 3-я, ...) заполняется справа: в каждой позиции стоит сумма всех чисел предыдущей строки, стоящих правее данной позиции. Каждая четная строка заполняется аналогично, но слева