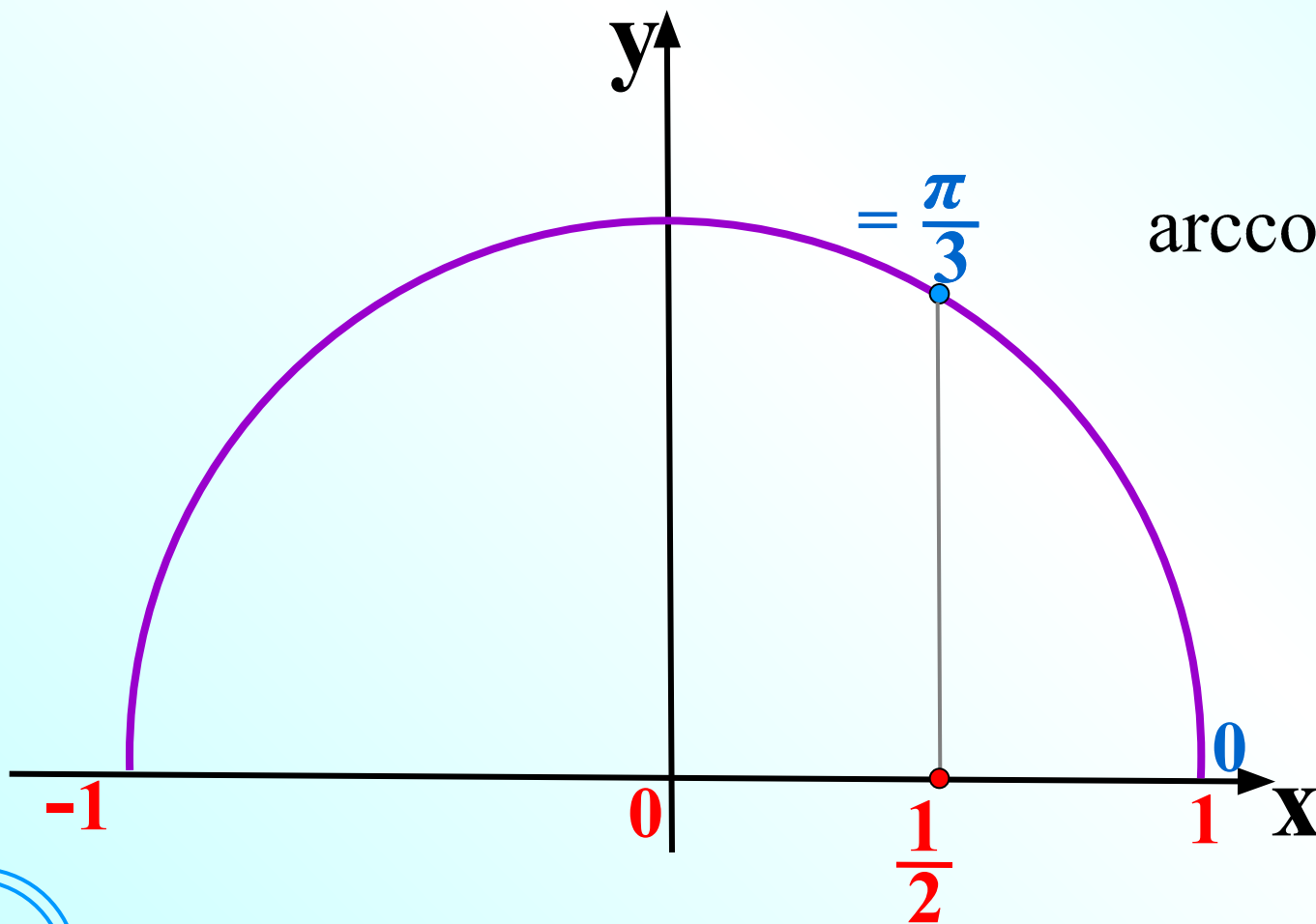


Арккосинус. Решение уравнения $\cos x = a$

arccos a – это такое число α , косинус которого равен a $a \in [-1; 1]$ $\alpha \in [0; \pi]$



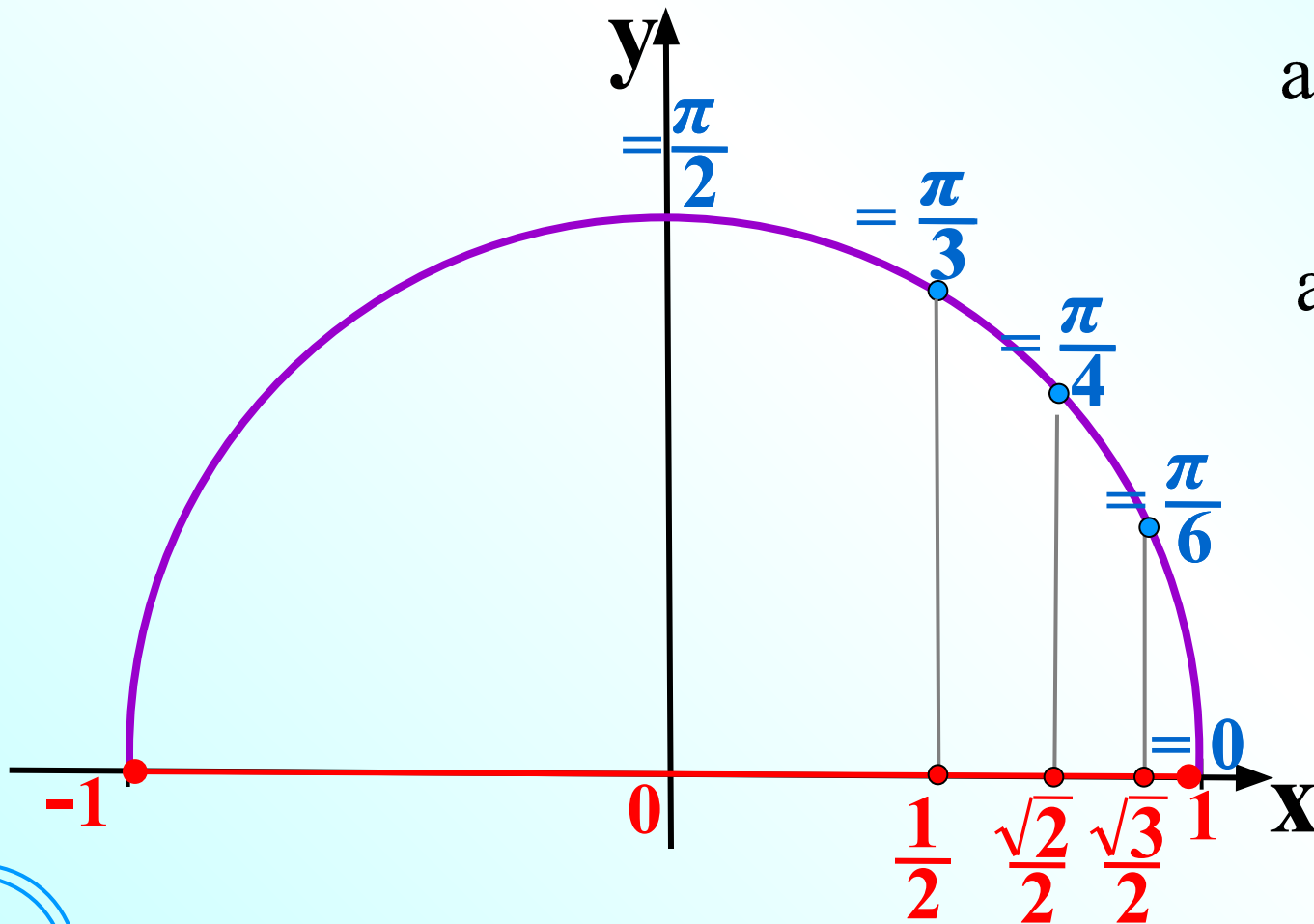
$$\arccos \frac{1}{2}$$

Так как

$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

arcco a – это такое число **α** ,
косинус которого равен **a**

$$a \in [-1; 1] \quad \alpha \in [0; \pi]$$



$$\arccos 1$$

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\arccos \frac{1}{2}$$

$$\arccos 0$$

$$\arccos 1,5$$

Не существует

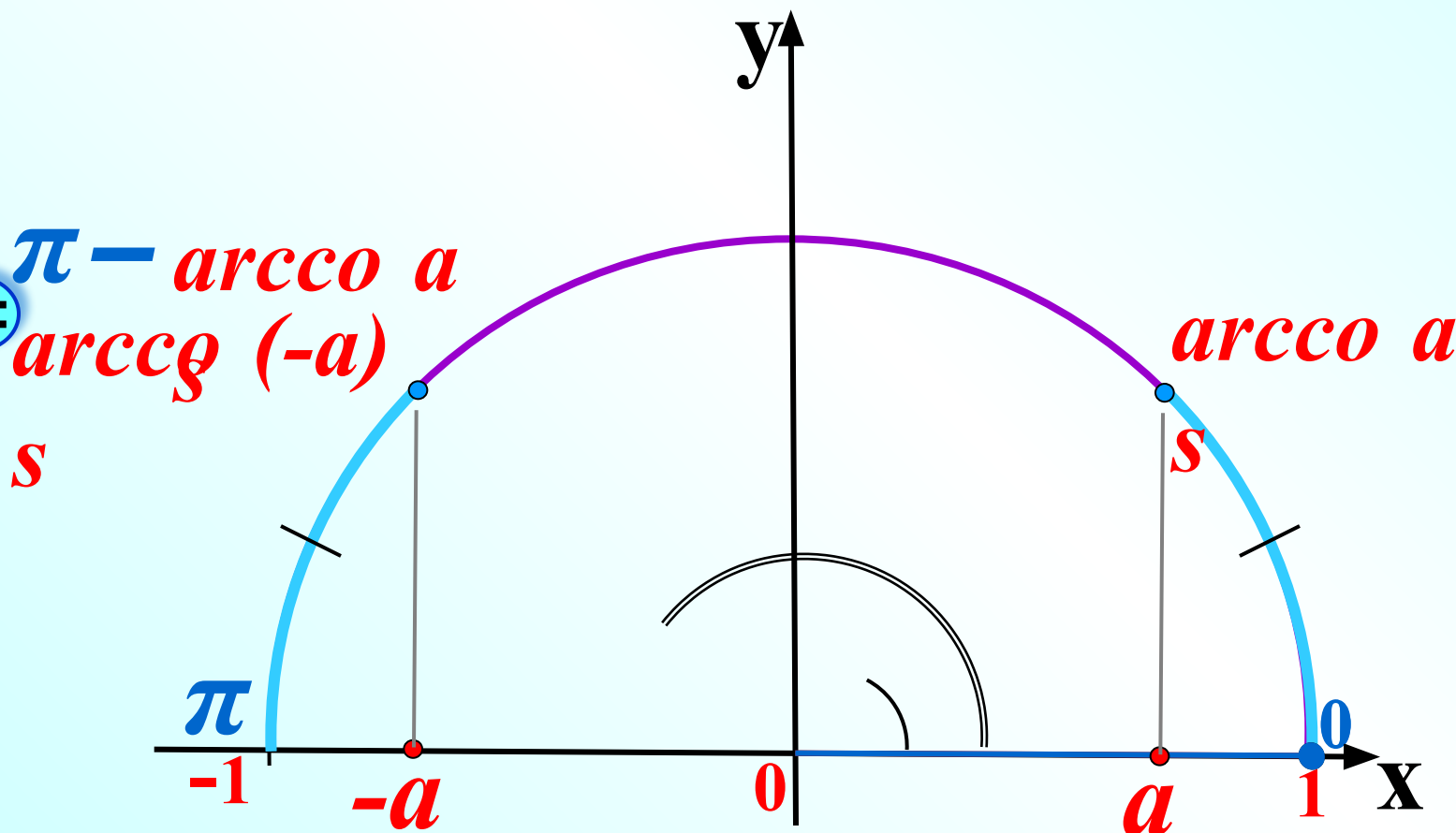
$$\arccos \sqrt{3}$$

Не существует

Для вычисления арккосинуса отрицательных чисел будем использовать формулу

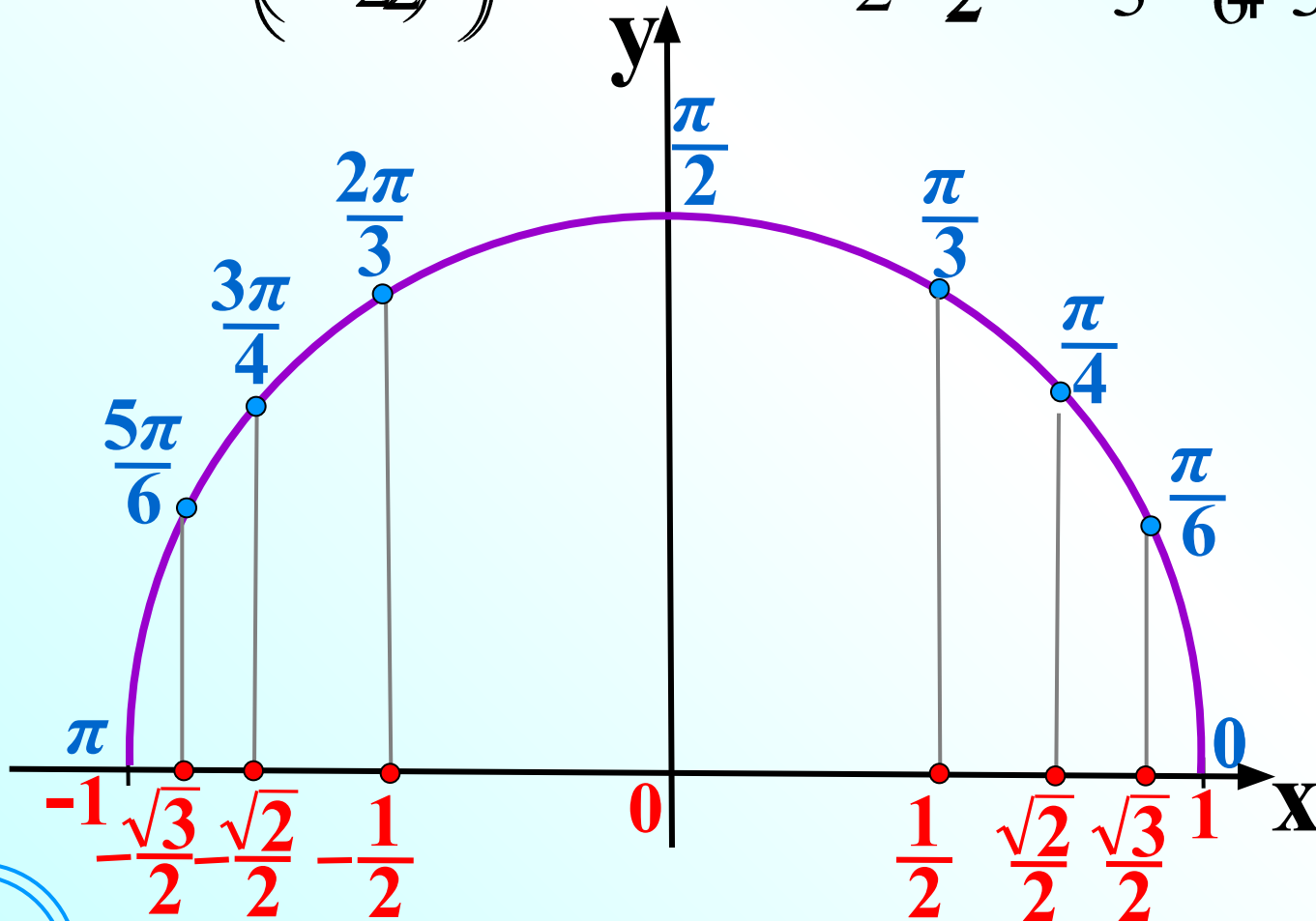
$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

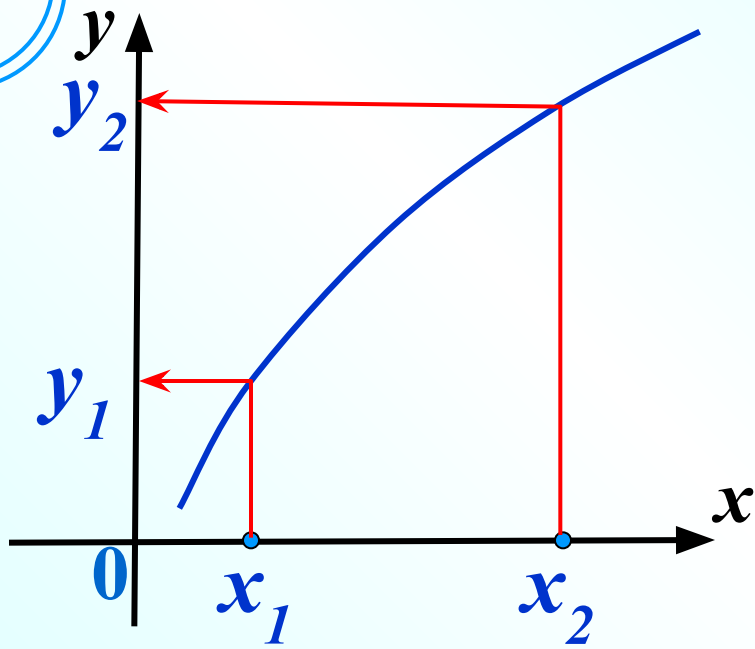
Используем графическую иллюстрацию для обоснования формулы:



$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \pi - \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$



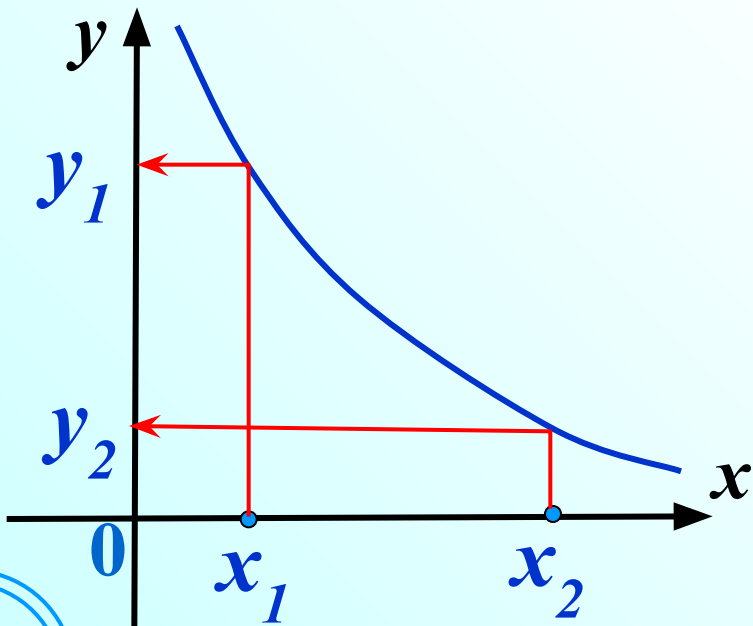


Возрастающая функция.

Большому значению аргумента соответствует большее значение функции.

$$x_2 > x_1$$

$$y_2 > y_1$$



Убывающая функция.

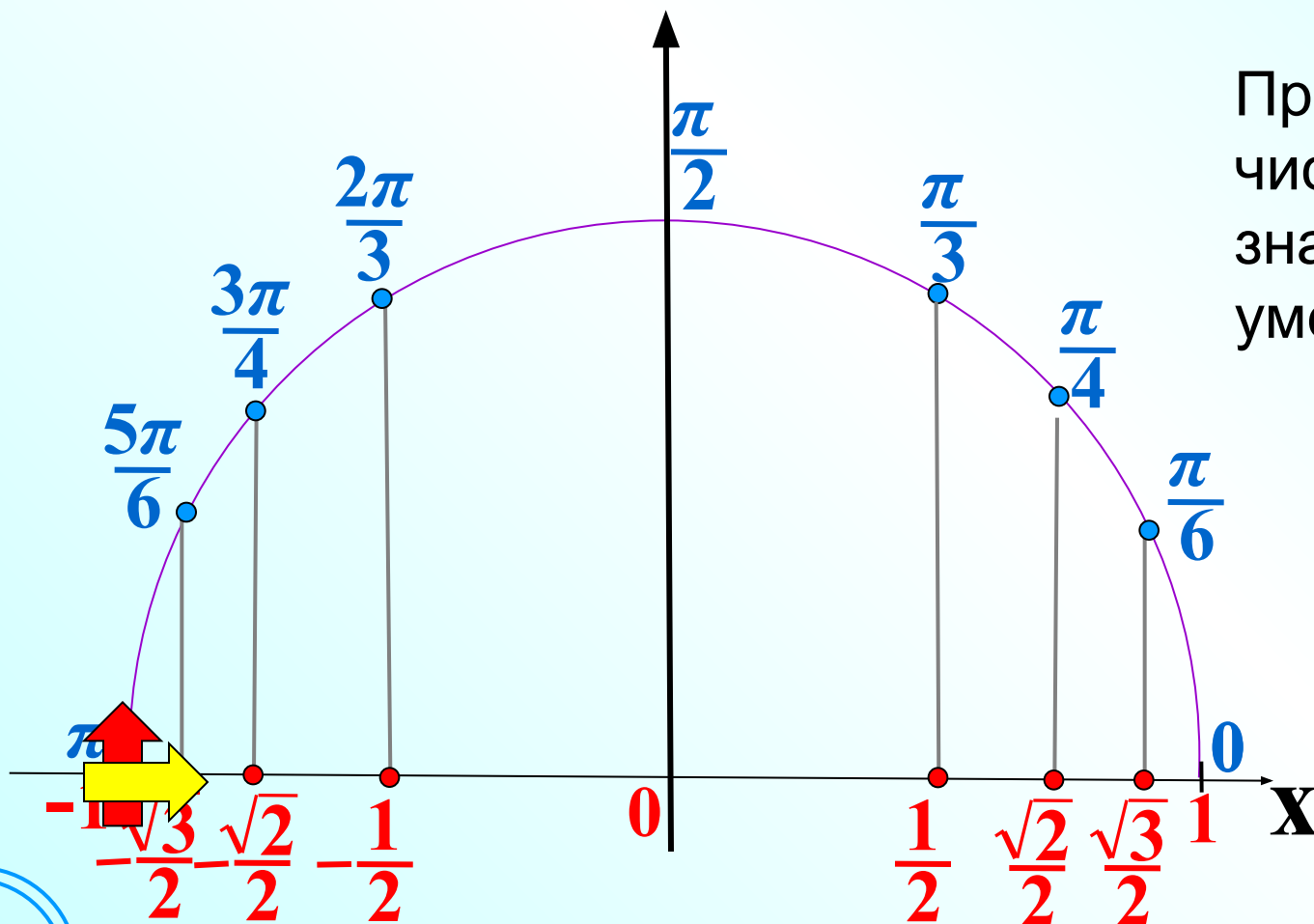
Большому значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

$$x_2 > x_1$$

$$y_2 < y_1$$

$y = \arccos x$ убывающая функция

Большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции



При увеличении числа a (по оси x), значение угла α уменьшается.

АРККОСИНУС ЧИСЛА

$$\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4};$$

**т.
к.**

$$0 \leq \frac{\pi}{4} \leq \pi; \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$$

**т.
к.**

$$0 \leq \frac{\pi}{2} \leq \pi; \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6};$$

**т.
к.**

$$0 \leq \frac{\pi}{6} \leq \pi; \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. $3 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \arccos \left(-\frac{1}{2} \right) =$

$$3 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \left(\pi - \arccos \frac{1}{2} \right) = 3 \cdot \frac{\pi}{4} - 2 \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) =$$

$$\frac{3\pi}{4} - \frac{4\pi}{3} = -\frac{7}{12}\pi$$

2. $\frac{1}{2} \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 2 \arccos(-1) + \frac{1}{3} \arccos 0 =$

$$\frac{1}{2} \left(\pi - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 2 \cdot \pi + \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5\pi}{6} - 2\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{17}{12}\pi$$

Сравнить

$$\arccos \frac{1}{4} < \arccos\left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{1}{4} > -\frac{1}{4}$$

$$\arccos\left(-\frac{3}{4}\right) < \arccos(-1)$$

$$-\frac{3}{4} > -1$$

$$\arccos\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right) > \arccos\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3} < \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\arccos(-0,3) > \arccos(-0,1)$$

$$-0,3 < -0,1$$

$$\arccos(-0,9) > \arccos(0,34)$$

$$-0,9 < 0,34$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$$\cos(\arccos a) = a, \arccos a \in [0; \pi], a \in [-1; 1]$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

$$\arccos(\cos \alpha) = \alpha, \alpha \in [0; \pi]$$

$$\sin(\arccos a) = \sqrt{1 - a^2}$$

$$\operatorname{tg}(\arccos a) = \frac{\sqrt{1 - a^2}}{a}$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$$\cos(\arccos a)$$

$$= a$$

1. $\cos\left(\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2. $\cos\left(\arccos\frac{5}{9}\right) = \frac{5}{9}$

3. $\sin\left(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$$\sin(\arccos a) = \sqrt{1-a^2}$$

4. $\sin\left(\arccos\left(-\frac{3}{7}\right)\right) = \sqrt{1-\left(-\frac{3}{7}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{9}{49}} =$

$$\sqrt{\frac{40}{49}} = \frac{2\sqrt{10}}{7}$$



Определим, имеют ли смысл выражения:

Выражение имеет смысл, если удовлетворяет условию

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

1) $\arccos(\sqrt{5})$ - выражение **не имеет** смысла, так как $\sqrt{5} > 1$;

2) $\arccos(\sqrt{2}/3)$ - выражение **имеет** смысл, так как $-1 \leq \sqrt{2}/3 \leq 1$;

3) $\arccos(-\pi/5)$ - выражение **имеет** смысл, так как $-1 \leq -\pi/5 \leq 1$;

4) $\arccos(-\sqrt{3})$ - выражение **не имеет** смысла, так как $-\sqrt{3} < -1$.

При каких значениях X имеет смысл выражение:

1. $\arccos(x^2-1)$

$$-1 \leq x^2 - 1 \leq 1$$

$$0 \leq x^2 \leq 2$$

Ответ:

$$[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$$

2. $\arccos(5-2x)$

$$-1 \leq 5 - 2x \leq 1$$

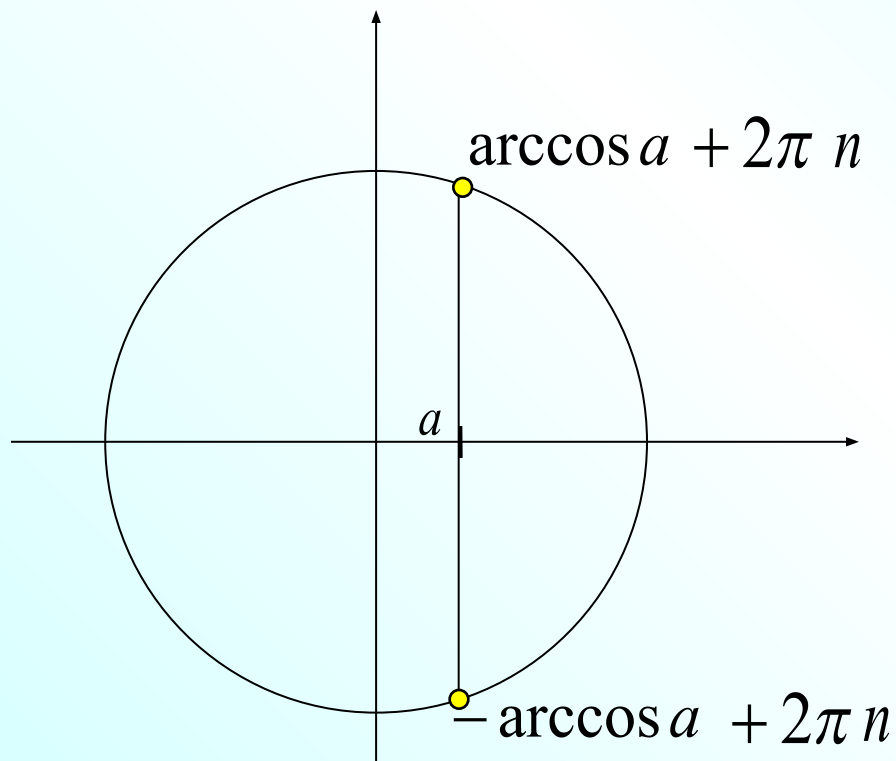
$$-6 \leq -2x \leq -4$$

$$2 \leq x \leq 3$$

Ответ: $[2; 3]$

Решить уравнение $\cos x = a$

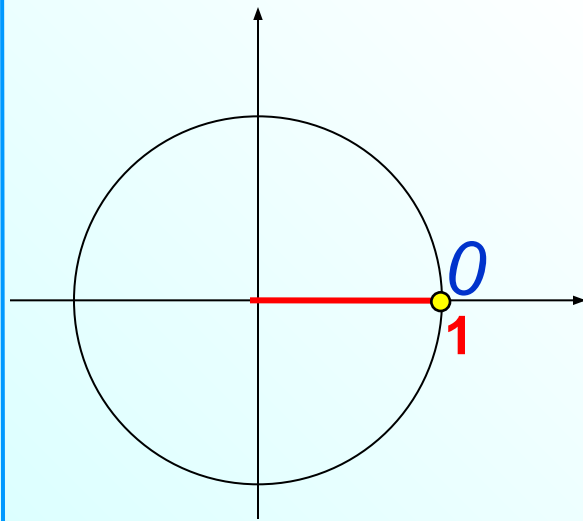
Решение уравнения с помощью формулы



$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

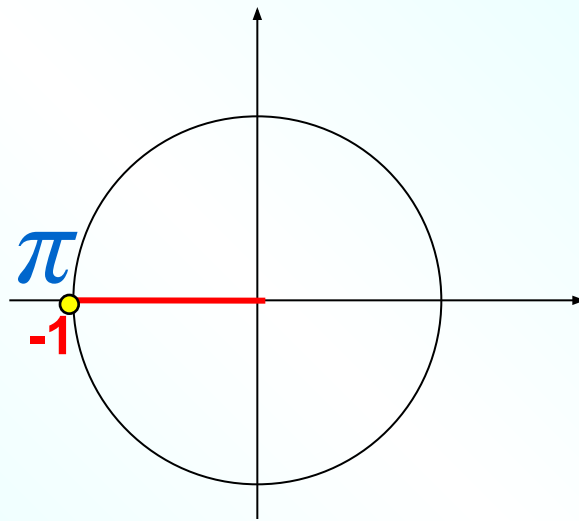
Частные случаи

$$\cos x = 1$$



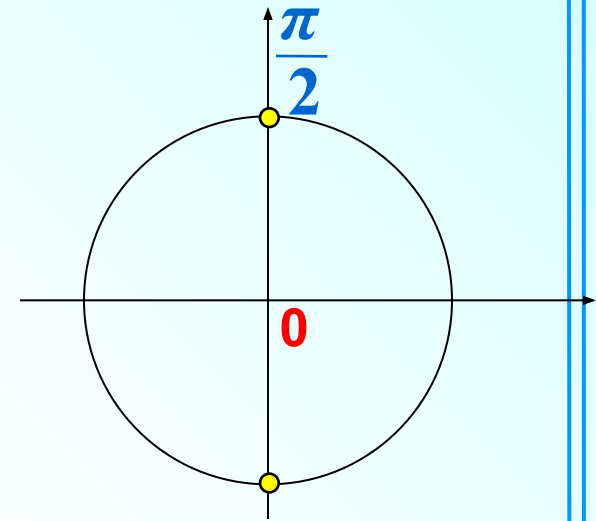
$$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -1$$



$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 0$$



$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Уравнение $\cos x = a$

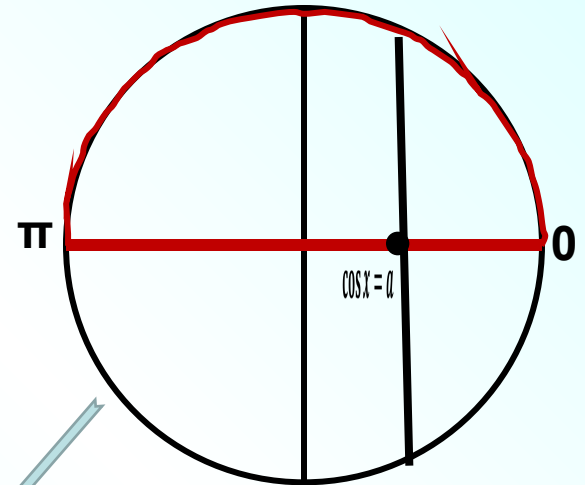
$$\cos x = a$$

$$\cos x = a$$

$$\cos x = a$$

$$\cos x = a$$

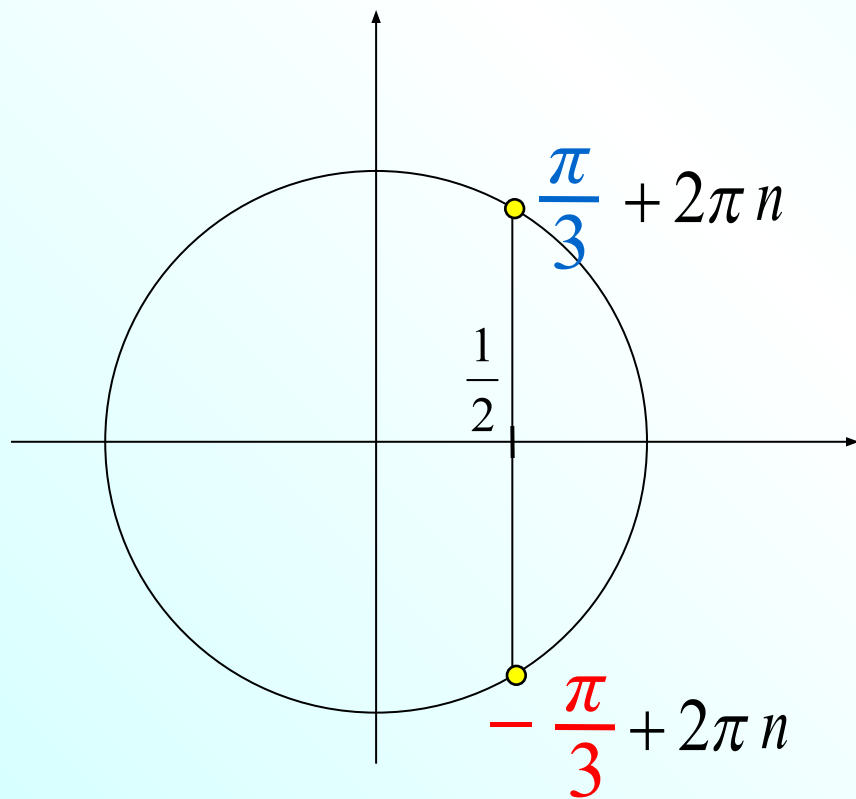
нет
корней



$$\cos x = a$$

$$\cos x = a$$

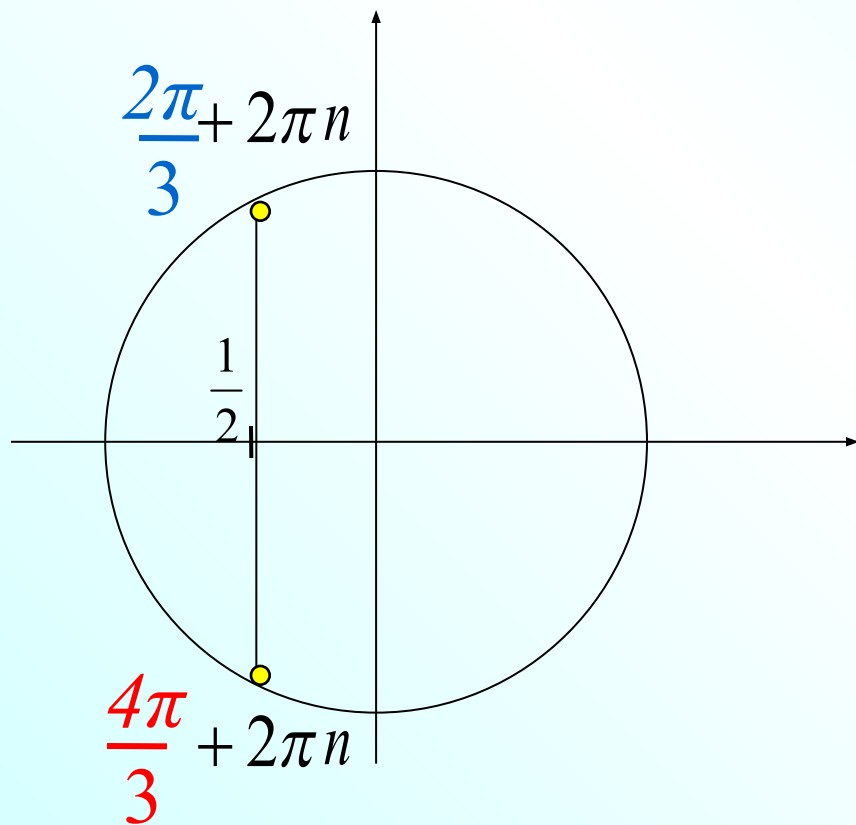
Решить уравнение $\cos x = \frac{1}{2}$



Решение уравнения на
тригонометрическом круге

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решить уравнение $\cos x = -\frac{1}{2}$



Решение уравнения на
тригонометрическом круге

$$x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решить уравнение

$$\cos x = a$$

$$\cos x = a$$

$$\cos x = a$$

$$\cos x = a$$

Решить уравнение $\cos x = 0,3$

1 $x = \pm \arccos 0,3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

2 $x = \pm \arccos 0,3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

3 \emptyset

4 $x = \arccos 0,3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5 $x = -\arccos 0,3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

ВЕРНО!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!



Решить уравнение $\cos x = 1,6$

1 $x = \pm \arccos 1,6 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

2 $x = \pm \arccos 1,6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

3 \emptyset

4 $x = \arccos 1,6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5 $x = -\arccos 1,6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!

ВЕРНО!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!



Решить уравнение $\cos x = -0,3$

1 $x = \pm(\pi - \arccos 0,3) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

2 $x = \pm \arccos 0,3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

3 \emptyset

4 $x = \arccos 0,3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5 $x = -\arccos 0,3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

ВЕРНО!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!

ПОДУМАЙ

!



Уравнение $\cos x = a$

$$\cos 3x = \frac{1}{2};$$

$$3x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi k;$$

$$3x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k;$$

$$x = \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Уравнение $\cos x = a$

$$\cos \frac{x}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\frac{x}{4} = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi k;$$

$$\frac{x}{4} = \pm \left(\pi - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 2\pi k;$$

$$\frac{x}{4} = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2\pi k;$$

$$\frac{x}{4} = \pm \frac{5}{6} \pi + 2\pi k;$$

$$x = \pm \frac{10}{3} \pi + 8\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Уравнение $\cos x = a$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \pm \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2\pi k;$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \pm\left(\pi - \arccos\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2\pi k;$$

$$x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{4} + 2\pi k;$$

$$x = \pm\frac{3}{4}\pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi k;$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \pi + 2\pi k \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{array} \right], k \in \mathbb{Z}.$$

Уравнение $\cos x = a$

$$(3 \sin 2x - 3) \cdot (2 \cos x + 1) = 0$$

$$3 \sin 2x - 3 = 0;$$

$$2 \cos x + 1 = 0;$$

$$\sin 2x = 1;$$

$$\cos x = -\frac{1}{2};$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k;$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n;$$

$$x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n;$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \pm\frac{2}{3}\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Уравнение $\cos x = a$

$$\cos 5x + \cos 7x = \cos(\pi + 6x)$$

$$\cos 5x + \cos 7x = -\cos 6x$$

$$2 \cos 6x \cdot \cos x + \cos 6x = 0$$

$$\cos 6x \cdot (2 \cos x + 1) = 0$$

$$\cos 6x = 0$$

$$6x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2 \cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k;$$