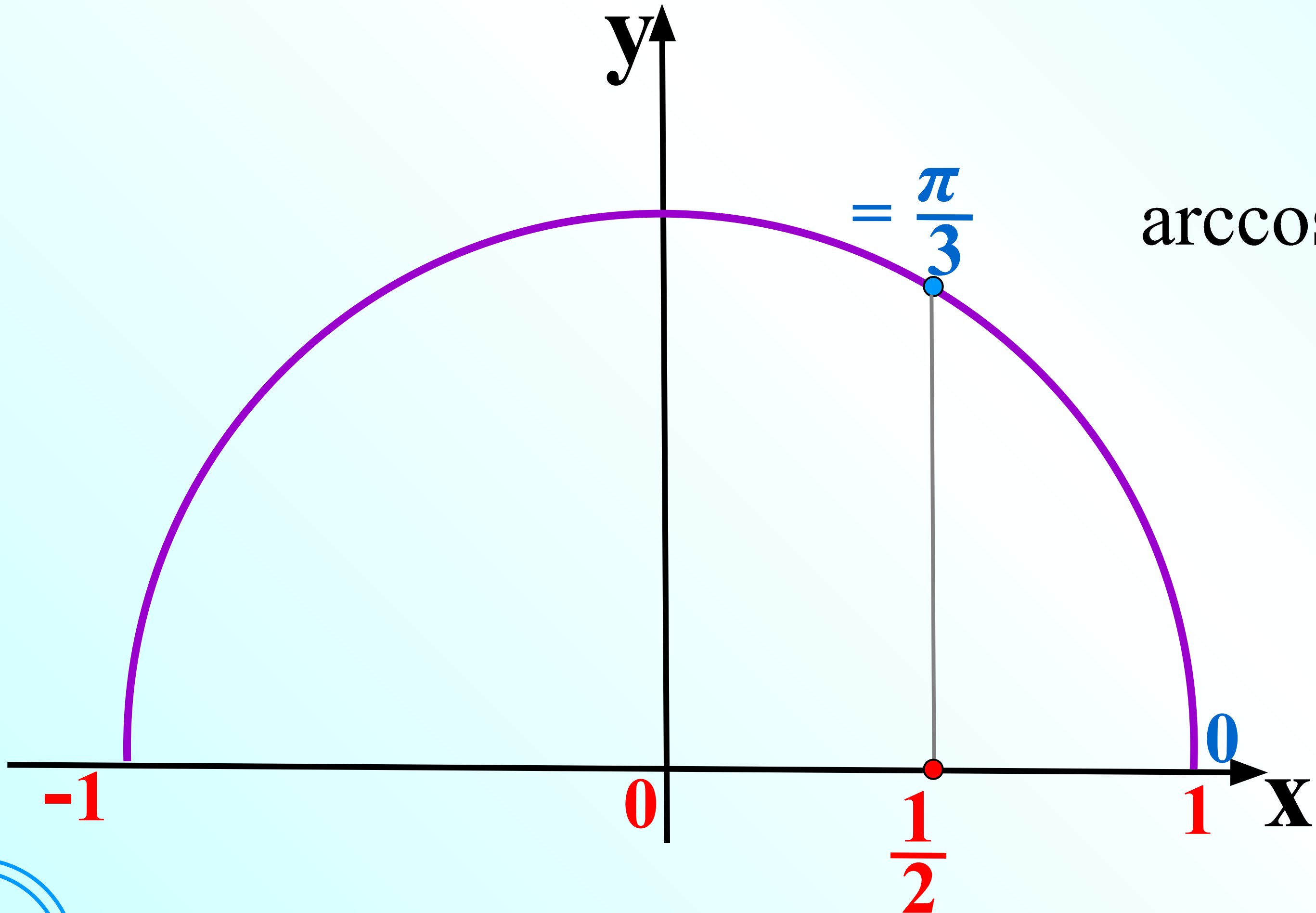
Арккосинус. Решение уравнения cosx=a

arccos ***a*** – это такое число α, косинус которого равен ***a***

$a \in [-1;1] \quad \alpha \in [0;\pi]$



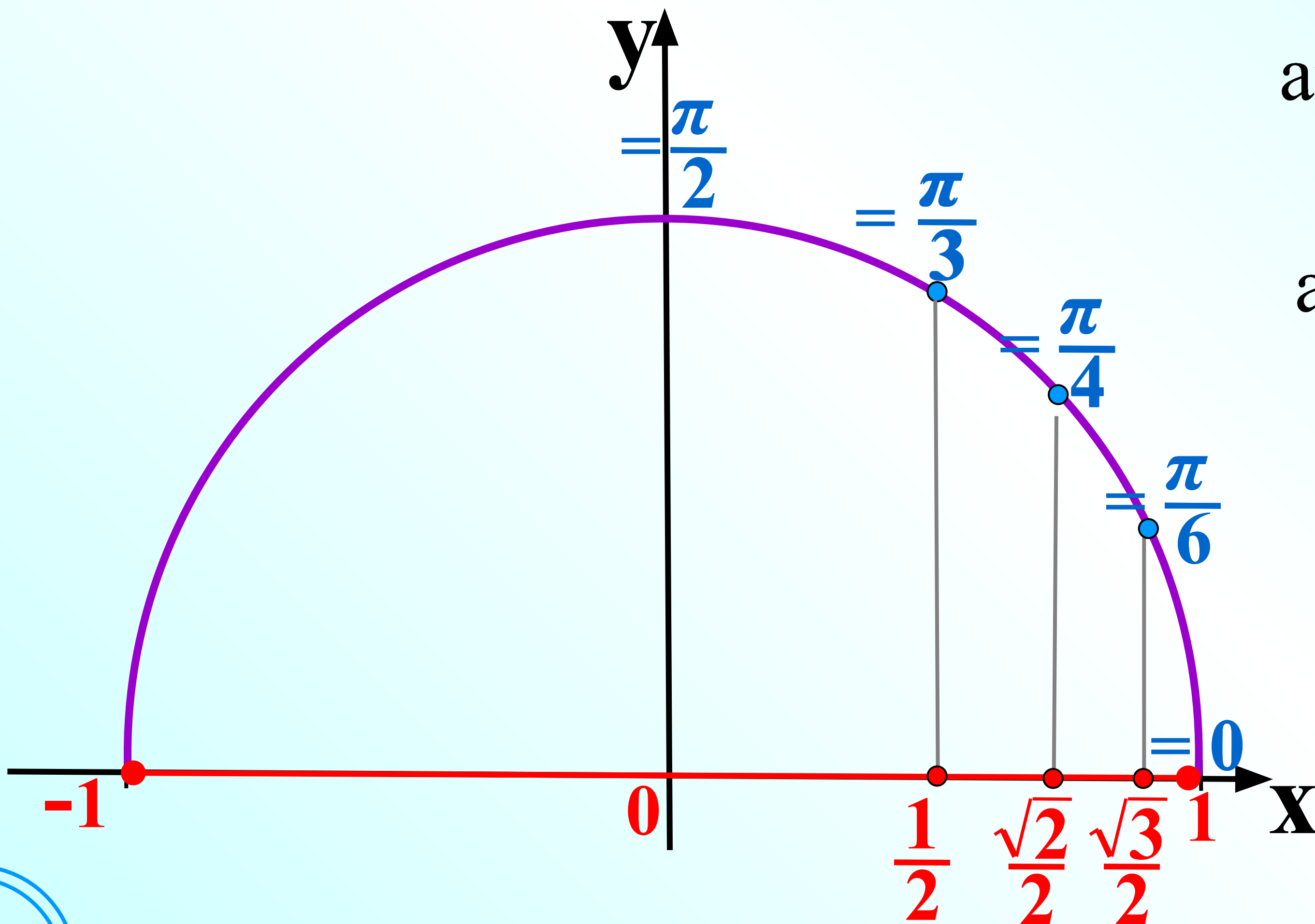
$\arccos\frac{1}{2}$

Так как

$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

arcco a – это такое число α,
s косинус которого равен ***a***

$$a \in [-1; 1] \qquad \alpha \in [0; \pi]$$



$\arccos 1$

$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\arccos \frac{1}{2}$

$\arccos 0$

$\arccos 1{,}5$

Не существует

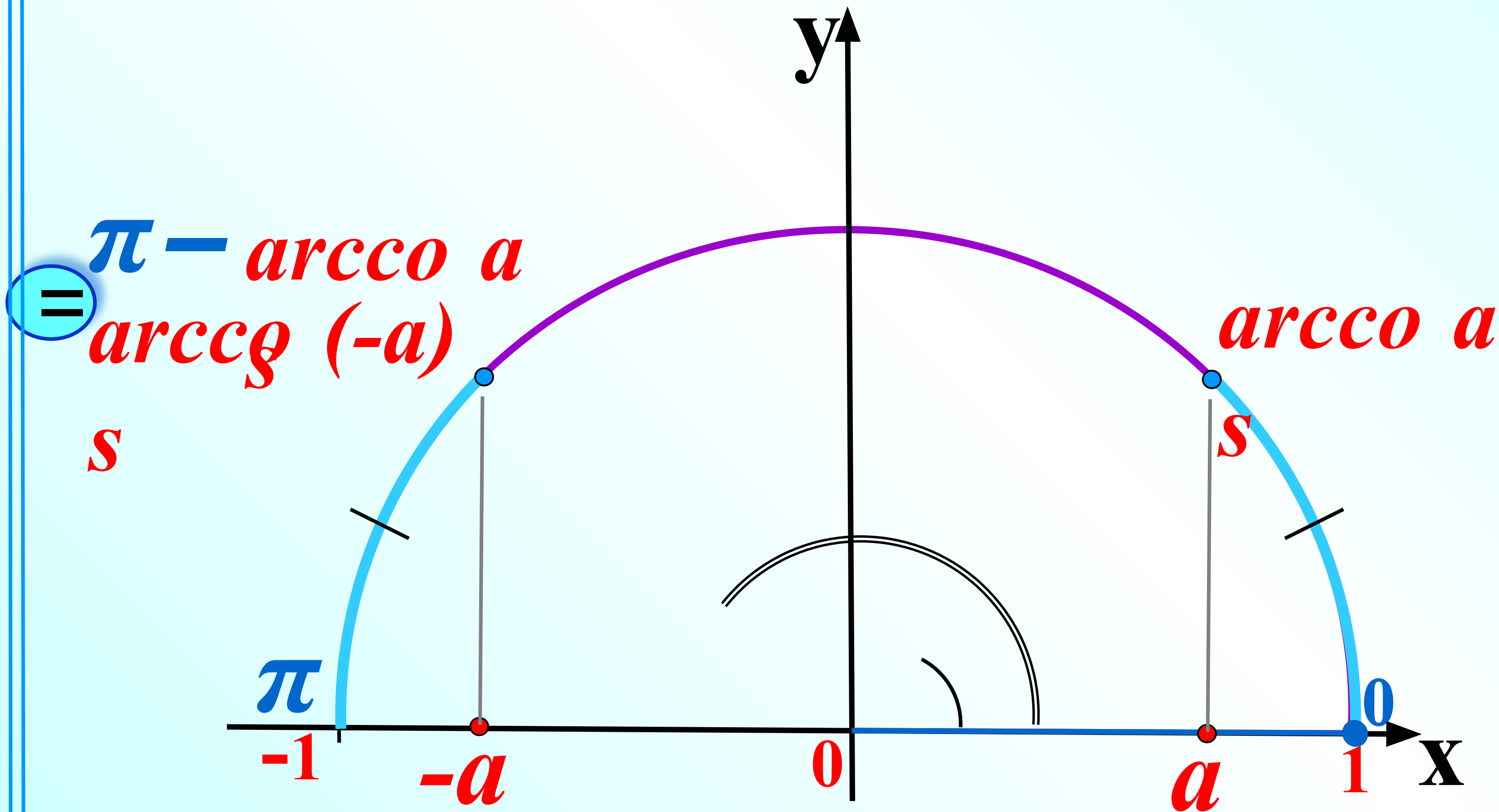
$\arccos \sqrt{3}$

Не существует

Для вычисления арккосинуса отрицательных чисел будем использовать формулу

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

Используем графическую иллюстрацию для обоснования формулы:



arcco (-a) = π – arccos

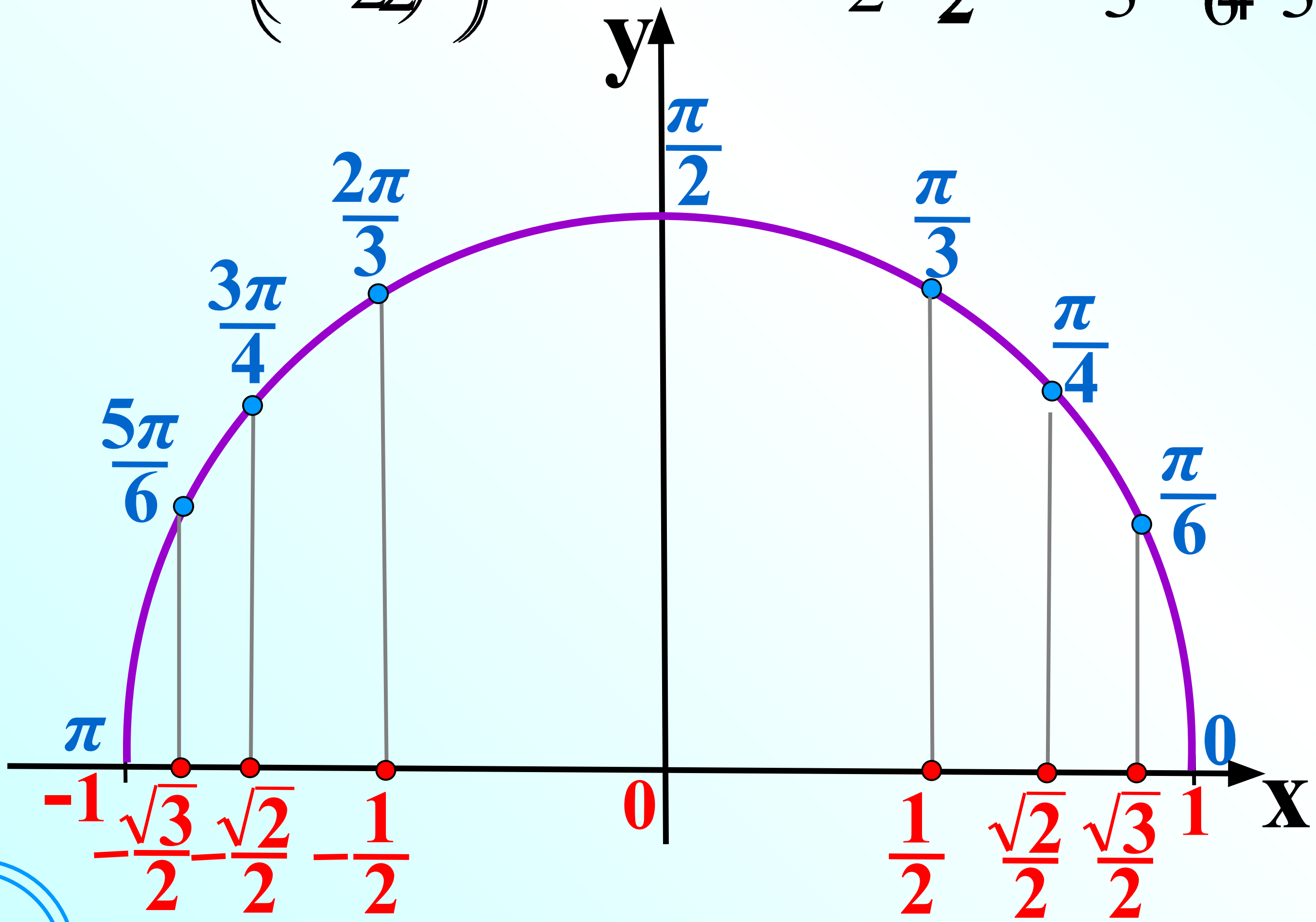
s a

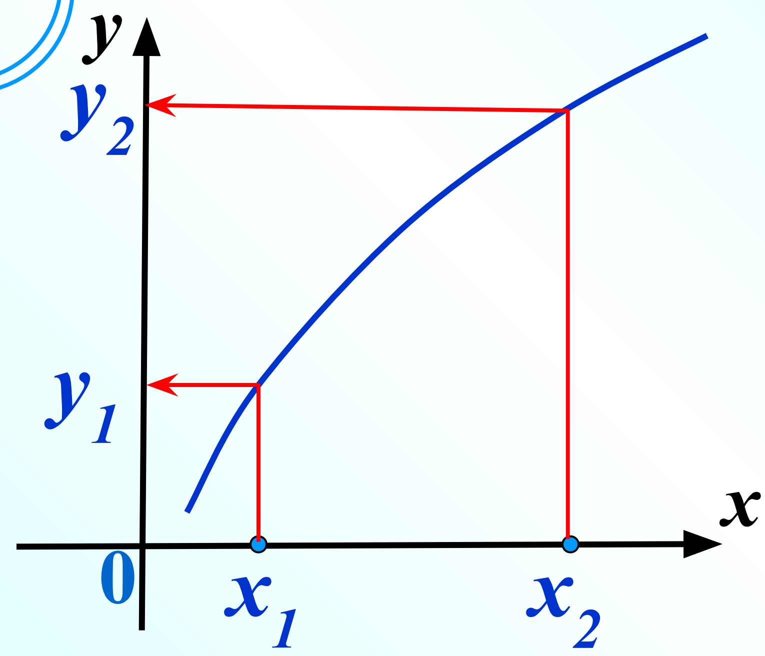
$$\arccos\left(-1\right) = \pi - \arccos 1 = \pi - 0 = \pi$$

$$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{1}{2} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

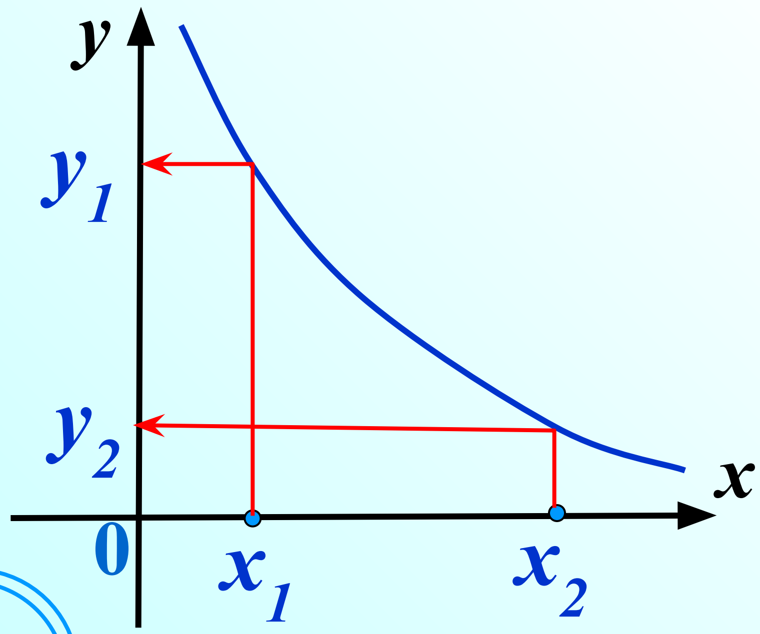




Возрастающая функция.

Большему значению аргумента соответствует большее значение функции.

$x_2 > x_1$ $\qquad$ $y_2 > y_1$



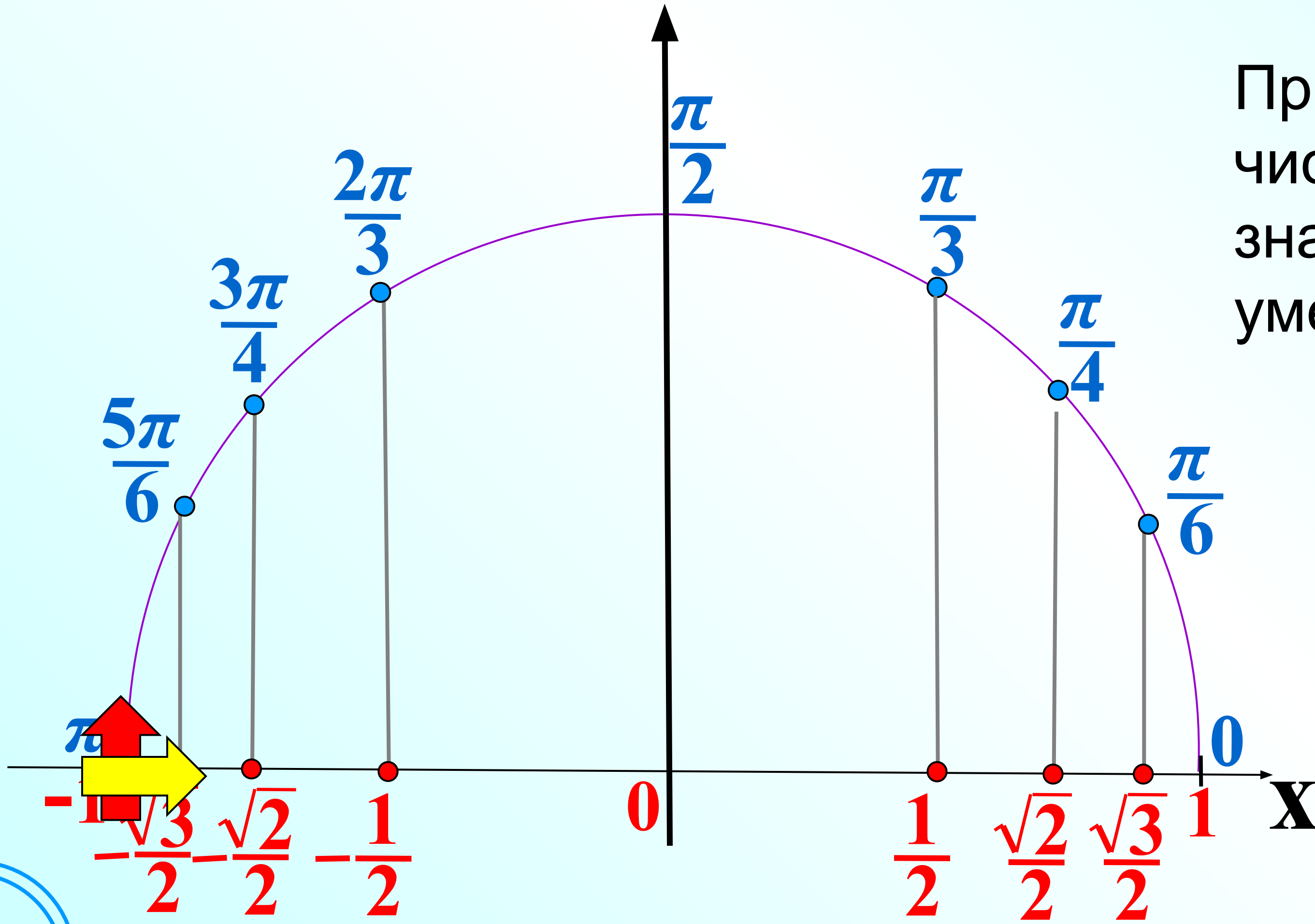
Убывающая функция.

Большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

$x_2 > x_1$ $\qquad$ $y_2 < y_1$

y = arccos x   убывающая функция

Большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции



При увеличении числа *a* (по оси x), значение угла *α* уменьшается.

АРККОСИНУС ЧИСЛА

$$\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\pi}{4};$$ **т. к.** $$0\le\frac{\pi}{4}\le\pi;\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\arccos 0=\frac{\pi}{2}$$ **т. к.** $$0\le\frac{\pi}{2}\le\pi;\cos\frac{\pi}{2}=0.$$

$$\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{6};$$ **т. к.** $$0\le\frac{\pi}{6}\le\pi;\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. $$3\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}-2\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)=$$

$$3\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}-2(\pi-\arccos\frac{1}{2})=3\cdot\frac{\pi}{4}-2\cdot(\pi-\frac{\pi}{3})=$$

$$\frac{3\pi}{4}-\frac{4\pi}{3}=-\frac{7}{12}\pi$$

2. $$\frac{1}{2}\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-2\arccos(-1)+\frac{1}{3}\arccos 0=$$

$$\frac{1}{2}(\pi-\arccos\frac{\sqrt{3}}{2})-2\cdot\pi+\frac{1}{3}\cdot\frac{\pi}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{5\pi}{6}-2\pi+\frac{\pi}{6}=-\frac{17}{12}\pi$$

Сравнить

$$\arccos\frac{1}{4} < \arccos(-\frac{1}{4}) \qquad \frac{1}{4} > -\frac{1}{4}$$

$$\arccos\left(-\frac{3}{4}\right) < \arccos(-1) \qquad -\frac{3}{4} > -1$$

$$\arccos\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right) > \arccos(\frac{\sqrt{7}}{3}) \qquad \frac{\sqrt{5}}{3} < \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\arccos(-0{,}3) > \arccos(-0{,}1) \qquad -0{,}3 < -0{,}1$$

$$\arccos(-0{,}9) > \arccos(0{,}34) \qquad -0{,}9 < 0{,}34$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$$\cos(\arccos a) = a, \arccos a \in [0; \pi], a \in [-1; 1]$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

$$\arccos(\cos\alpha) = \alpha, \alpha \in [0; \pi]$$

$$\sin(\arccos a) = \sqrt{1 - a^2}$$

$$tg(\arccos a) = \frac{\sqrt{1 - a^2}}{a}$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

cos(arccos a) = a

1. $$\cos\left(\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. $$\cos\left(\arccos\frac{5}{9}\right) = \frac{5}{9}$$

3. $$\sin\left(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\sin(\arccos a) = \sqrt{1-a^2}$$

4. $$\sin\left(\arccos\left(-\frac{3}{7}\right)\right) = \sqrt{1-\left(-\frac{3}{7}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{9}{49}} =$$

$$\sqrt{\frac{40}{49}} = \frac{2\sqrt{10}}{7}$$

Определим, имеют ли смысл выражения:

Выражение имеет смысл, если удовлетворяет условию

$$-1 \le \cos x \le 1$$

1)arccos (√5) - выражение **не имеет** смысла, так как √5 > 1;

2) arccos (√2/3) - выражение **имеет** смысл, так как – 1 $\le$ √2/3 $\le$ 1;

3) arccos (-π/5) - выражение **имеет** смысл, так как – 1 $\le$ - π /5 $\le$ 1;

4) arccos (-√3) - выражение **не имеет** смысла, так как -√3 < -1.

При каких значениях x имеет смысл выражение:

1. $\arccos(x^2-1)$

$-1 \le x^2-1 \le 1$

$0 \le x^2 \le 2$

Ответ:

$[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

2. $\arccos(5-2x)$

$-1 \le 5-2x \le 1$

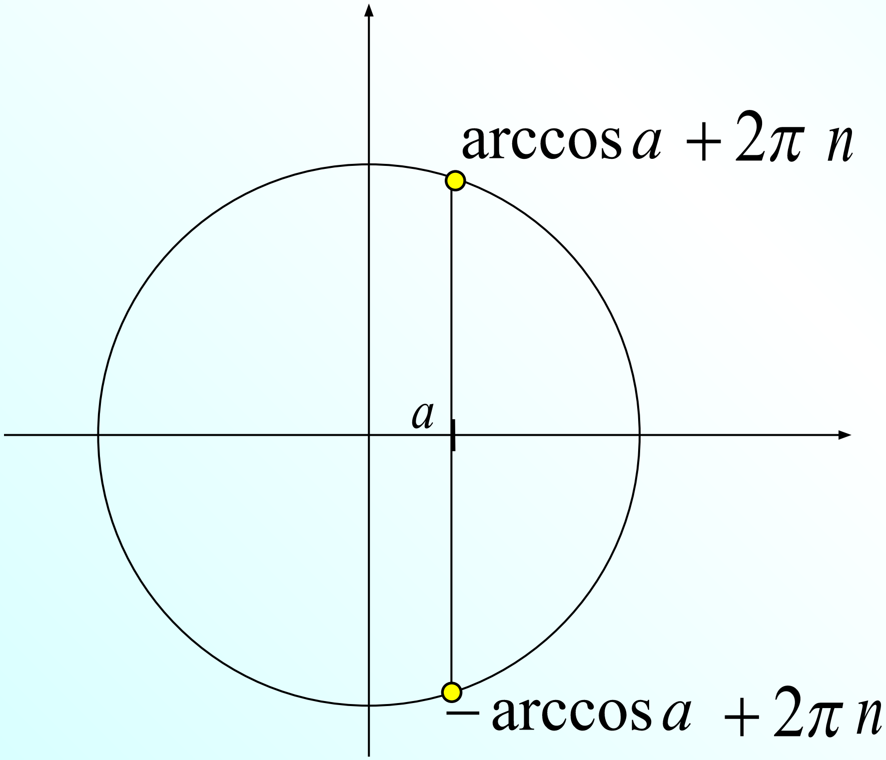
$-6 \le -2x \le -4$

$2 \le x \le 3$

Ответ: [2;3]

Решить уравнение cosx = a

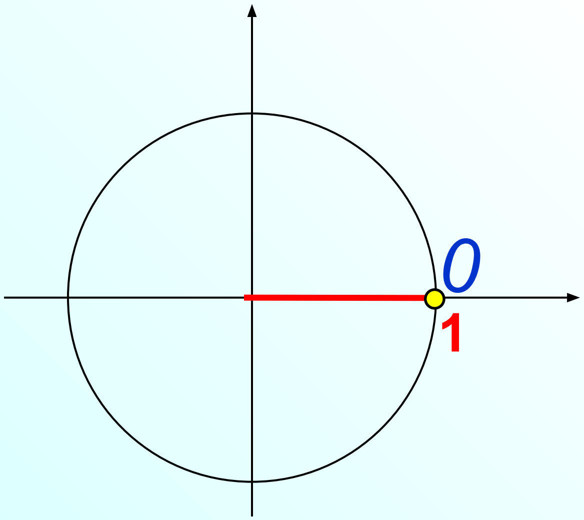
Решение уравнения с помощью формулы



$$x = \pm \arccos a + 2\pi n,\ n \in Z$$

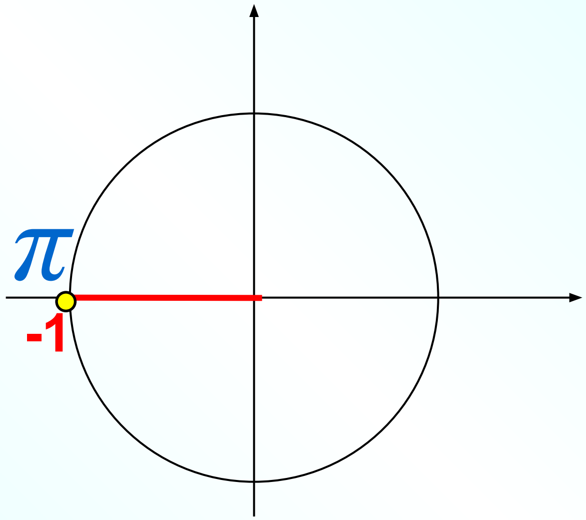
Частные случаи

$\cos x = 1$



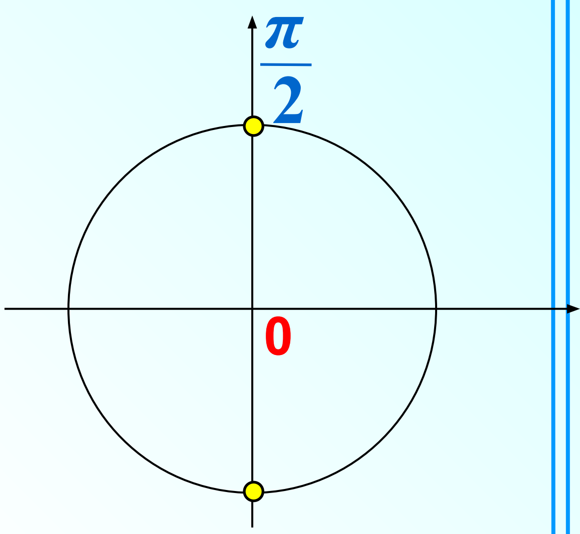
$$x = 2\pi n,\ \ n \in Z$$

$\cos x = -1$



$$x = \pi + 2\pi n,\ \ n \in Z$$

$\cos x = 0$



$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ \ n \in Z$$

Уравнение cos x = a

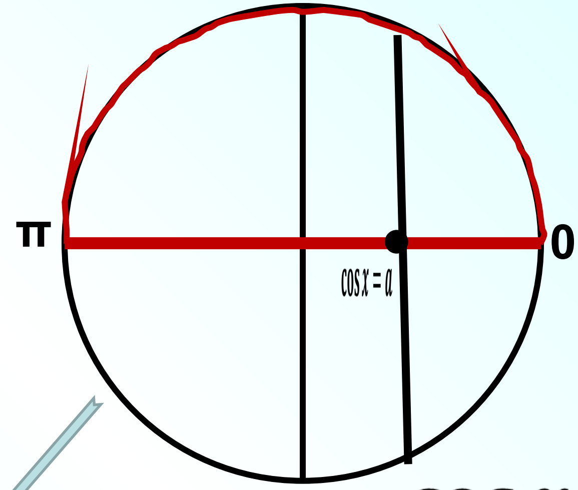
$$\cos x = a$$

$\cos x = a$

нет корней

$\cos x = a$

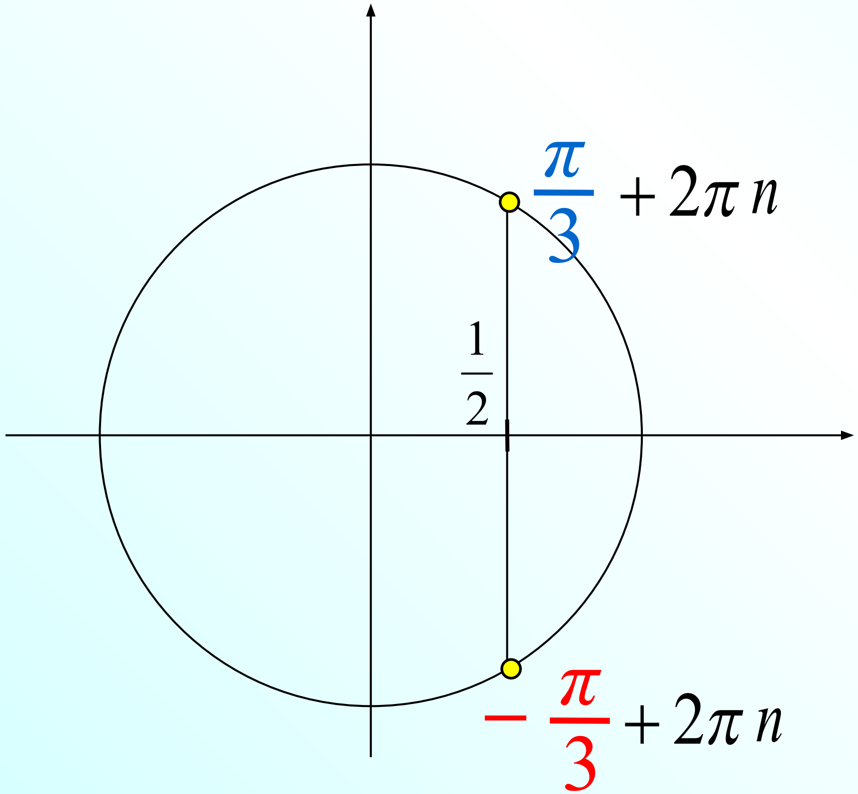
$\cos x = a$



$\cos x = a$

$$\cos x = a$$

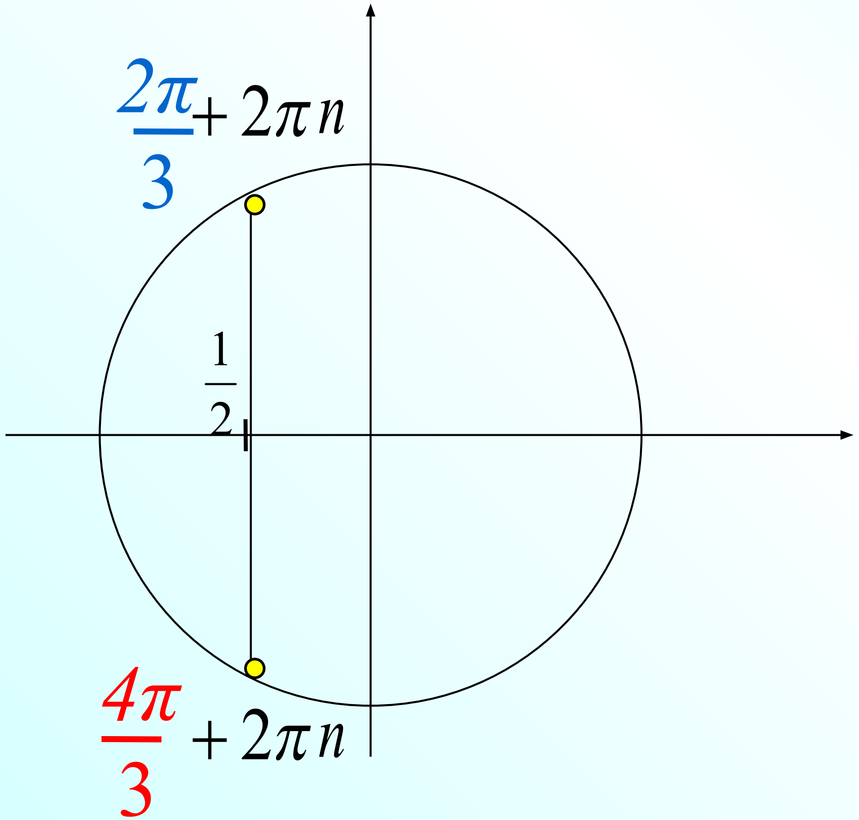
Решить уравнение cosx = $\frac{1}{2}$



Решение уравнения на тригонометрическом круге

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$$

Решить уравнение cosx $= -\frac{1}{2}$



Решение уравнения на тригонометрическом круге

$$x = \pm(\pi - \frac{\pi}{3}) + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$x = \pm(\frac{2\pi}{3}) + 2\pi n,\ n \in Z$$

Решить уравнение

$$\cos x = a$$

$$\cos x = a$$

$$\cos x = a$$

$$\cos x = a$$

Решить уравнение cosx = 0,3

ВЕРНО!

1 $x = \pm\arccos 0{,}3 + 2\pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

2 $x = \pm\arccos 0{,}3 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

3 $\varnothing$

ПОДУМАЙ!

4 $x = \arccos 0{,}3 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

5 $x = -\arccos 0{,}3 + \pi n,\ n \in Z$

Решить уравнение cosx = 1,6

1 $x = \pm\arccos 1{,}6 + 2\pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

2 $x = \pm\arccos 1{,}6 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

3 $\varnothing$

ВЕРНО!

4 $x = \arccos 1{,}6 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

5 $x = -\arccos 1{,}6 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

Решить уравнение cosx = - 0,3

ВЕРНО!

1 $x = \pm(\pi - \arccos 0{,}3) + 2\pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

2 $x = \pm \arccos 0{,}3 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

3 $\varnothing$

ПОДУМАЙ!

4 $x = \arccos 0{,}3 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

5 $x = -\arccos 0{,}3 + \pi n,\ n \in Z$

Уравнение cosx=a

$$\cos 3x = \frac{1}{2};$$

$$3x = \pm \arccos\frac{1}{2} + 2\pi k;$$

$$3x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k;$$

$$x = \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z.$$

Уравнение cosx=a

$$cos\frac{x}{4}=-\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\frac{x}{4}=\pm\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+2\pi k;$$

$$\frac{x}{4}=\pm\left(\pi-\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+2\pi k;$$

$$\frac{x}{4}=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)+2\pi k;$$

$$\frac{x}{4}=\pm\frac{5}{6}\pi+2\pi k;$$

$$x=\pm\frac{10}{3}\pi+8\pi k, k\in Z.$$

Уравнение cosx=a

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x-\frac{\pi}{4}=\pm\arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+2\pi k;$$

$$x-\frac{\pi}{4}=\pm\left(\pi-\arccos\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+2\pi k;$$

$$x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{4}+2\pi k;$$

$$x=\pm\frac{3}{4}\pi+\frac{\pi}{4}+2\pi k;$$

$$\left[\begin{array}{l} x=\pi+2\pi k \\ x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k \end{array}\right., k\in Z.$$

Уравнение cosx=a

$$(3\sin 2x-3)\cdot(2\cos x+1)=0$$

$$3\sin 2x-3=0;$$

$$\sin 2x=1;$$

$$2x=\frac{\pi}{2}+2\pi k;$$

$$x=\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z.$$

$$2\cos x+1=0;$$

$$\cos x=-\frac{1}{2};$$

$$x=\pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+2\pi n;$$

$$x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+2\pi n;$$

$$x=\pm\frac{2}{3}\pi+2\pi n, n\in Z.$$

Уравнение cosx=a

$$\cos 5x + \cos 7x = \cos(\pi + 6x)$$

$$\cos 5x + \cos 7x = -\cos 6x$$

$$2\cos 6x \cdot \cos x + \cos 6x = 0$$

$$\cos 6x \cdot (2\cos x + 1) = 0$$

$$\cos 6x = 0$$

$$6x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6} n,\ n \in Z$$

$$2\cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k;$$