

ФОРМУЛА БАЙЕСА

Преподаватель Нургалиева А.К.

ЦЕЛИ УРОКА

образовательные:

- изучить формулу Байеса;
- научить решать задачи на нахождение вероятностей сложных событий;
- научить применять понятия теории вероятностей в реальных ситуациях.

воспитательные:

- способствовать развитию знаний, пробудить у учащихся интерес к изучению предпосылок открытия новых понятий;
- формировать у учащихся научное мировоззрение;
- продолжать формировать умение самостоятельно работать с различными источниками информации, обобщать материал;
- развивать интеллектуальные и творческие способности учащихся.

развивающие:

- способствовать развитию общения как метода научного познания, аналитического мышления, смысловой памяти, внимания; умения работать с дополнительной литературой;
- развитию навыков исследовательской деятельности.

ФОРМУЛА БАЙЕСА

Рассмотрим событие A , которое может наступить лишь при появлении одного из несовместных событий $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$, образующих полную группу. Если событие A уже произошло, то вероятность событий $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ можно определить по формуле **Байеса**

$$P(B_i / A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A / B_i)}{P(A)}$$

ЗАДАЧА 1

- Два автомата производят одинаковые детали. Производительность первого автомата в два раза больше производительности второго. Вероятность производства отличной детали у первого автомата равна 0,60, а у второго 0,84. Наудачу взятая для проверки деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена первым автоматом.

РЕШЕНИЕ

- Событие А - деталь отличного качества.

Гипотезы:

- V_1 – деталь произведена первым автоматом, так как этот автомат производит деталей в два раза больше второго.

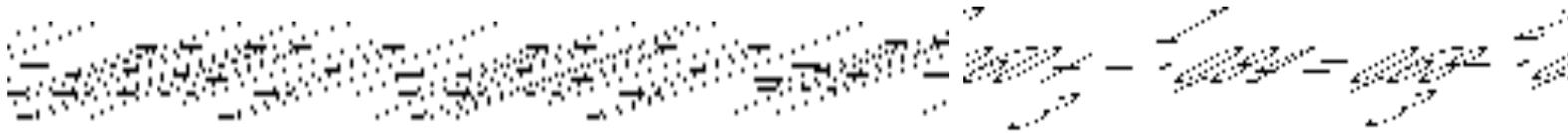
- V_2 – деталь изготовлена вторым автоматом,

- Условные вероятности того, что деталь произведена первым автоматом, а вторым

Вероятность того, что наудачу взятая деталь окажется отличного качества, вычисляем по формуле полной вероятности:

.

РЕШЕНИЕ



- ⦿ Вероятность того, что взятая деталь изготовлена первым автоматом, вычисляется по формуле Байеса:

$$\frac{P(A_1) \cdot P(B|A_1)}{P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2)}$$

ЗАДАЧА 2

- Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе, как 4:1. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,2; для легковой машины эта вероятность равна 0,3. К бензоколонке подъезжала для заправки машина. Найти вероятность того, что эта машина грузовая

РЕШЕНИЕ

- Событие A - машина заехала на заправку.

Гипотезы: H_1 - это грузовая машина, $P(H_1) = \frac{4}{5} = 0,8$

H_2 - это легковая машина, $P(H_2) = \frac{1}{5} = 0,2$

- Условные вероятности: $P(A / H_1) = 0,2; P(A / H_2) = 0,3$

- По формуле полной вероятности вероятность того, что случайным образом выбранная из общего потока машина заедет на бензоколонку

- Искомую вероятность найдем по формуле Байеса $P(A) = 0,2 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,2 = 0,22$

- Ответ: $0,727$ $P(H_1 / A) = \frac{0,2 \cdot 0,8}{0,22} = \frac{8}{11} \approx 0,727$

ЗАДАЧА 3

- Три студентки живут в одной комнате и по очереди моют посуду. Вероятность разбить тарелку для первой студентки равна 0.03, для второй 0.01, для третьей - 0.04. На кухне раздался звон разбитой тарелки. Найти вероятность того, что третья студентка мыла тарелку.

РЕШЕНИЕ

⊙ Событие A - разбили тарелку.

⊙ Гипотезы:

H_1 - тарелку разбила 1-я студентка, $P(H_1)=0,03$

H_2 - тарелку разбила 2-я студентка, $P(H_2)=0,01$

H_3 - тарелку разбила 3-я студентка, $P(H_3)=0,04$

(гипотезы H_1, H_2, H_3 составляют полную группу событий)

⊙ Условные вероятности (кто мыл посуду в момент катастрофы):

$$P(A / H_1) = P(A / H_2) = P(A / H_3) = \frac{1}{3}$$

РЕШЕНИЕ

- По формуле полной вероятности вероятность того, что в процессе мытья посуды будет разбита тарелка

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot (0,03 + 0,01 + 0,04) = \frac{2}{75}$$

- Искомую вероятность найдём по формуле Байеса (переоценка вероятности события НЗ)

$$P(H3 / A) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,04}{\frac{2}{75}} = \frac{1}{2} = 0,5$$

- Ответ: 0,5

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

В цехе работают **20** станков.

Из них **10** марки А, **6** марки В, и **4** марки С.

Вероятность того, что деталь будет без брака для этих станков соответственно равны **0,9**, **0,8** и **0,7**.

Наугад выбрали деталь. Она оказалась с браком.

Какова вероятность того, что она была изготовлена на станке марки В?

А = «Наугад выбранная деталь будет с браком»

Н1 = «Деталь обработана на станке марки А»

Н2 = «Деталь обработана на станке марки В»

Н3 = «Деталь обработана на станке марки С»

ПОДСКАЗКА:

События

A = «Наугад выбранная деталь будет с браком»

H1 = «Деталь обработана на станке марки А»

H2 = «Деталь обработана на станке марки В»

H3 = «Деталь обработана на станке марки С»

1)

2)

3)

4)

5)

Ответ: 0,17